



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هو الحق

"ریاضی ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

۱- برد تابع $f(x) = 2^1 - \sin x$ ، کدام است؟

- (۱) $[1, 4]$ (۲) $(0, 4]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[\frac{1}{2}, 4]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- جواب معادله $2^x - 5(2^{1-x}) = 3$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\log_2 5$ (۴) $\log_2 6$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳- کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟

- (۱) $y = 2^{|x|}$ (۲) $y = x + \frac{1}{x}$ (۳) $y = x^{\frac{2}{3}}$ (۴) $y = (\frac{2}{3})^x$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴- تابع نمایی $y = 2^{ax+b}$ خط به معادله $y = 63x + 65$ را در دو نقطه به طولهای ۱ و -۱ قطع می کند. این تابع

نمایی محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۳۲ (۳) ۱۶ (۴) ۸

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵- فاصله نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ ، از نقطه $A(0, 4)$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۶- اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ ، از دو نقطه $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

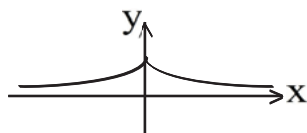
سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۷- در تابع با ضابطه $f(x) = a \cdot b^x$ ؛ $b > 0$ داریم $f(0) = \frac{3}{2}$ و $f(-2) = \frac{3}{32}$ مقدار $f(\frac{3}{2})$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸

سراسری <= تجربی <= ۹۱

۸- شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



- (۱) $y = |2^x|$ (۲) $y = 2^{-|x|}$ (۳) $y = 2^{|x|}$ (۴) $y = |2^{-x}|$

سراسری <= تجربی <= ۸۰

۹- اگر $x < y$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3^x - 1 > 3^y - 1 \\ (2) \quad & \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x} > \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2y} \\ (3) \quad & 5^{-x} > 5^{-y} \end{aligned}$$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰- معادله $x = 3^{x^2 - 4x}$ چند ریشه دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۱- اگر $81^x = 3^{x^2 - 2}$ باشد، $\text{Log}_6(x-2)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => تجربی

۱۲- اگر $\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$ باشد، $\text{Log}_8(9x+1)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

سراسری => تجربی => ۹۸

۱۳- کدام یک از توابع زیر، با تابع $y = \text{Log} \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

(۱) $\text{Log}(x-2) - \text{Log} x$ (۲) $\text{Log} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$ (۳) $2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => تجربی

۱۴- اگر $4\sqrt{2} = 4^x$ و $1 + \text{Log} \sqrt{x+1} = \text{Log} y$ باشد، مقدار y کدام است؟

(۱) $7/5$ (۲) $12/5$ (۳) 15 (۴) 25

سراسری => تجربی => ۸۵

۱۵- از دو معادله‌ی دو مجهولی $3^{x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\text{Log}(x+2y) = 1 + \text{Log} y$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $1/5$ (۴) $1/6$

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => تجربی

۱۶- از دو معادله‌ی دو مجهولی $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ و $\text{Log} y = 2 \text{Log} 3 + \text{Log} x$ ، مقدار y کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سراسری <= تجربی <= ۹۶

۱۷- از معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}_3(2x^2 + 1) - \text{Log}_3(x + 2) = 1$ ، مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه‌ی ۸، کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۹۵

۱۸- از معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$ ، مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x + 1}$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۱۹- از تساوی $\text{Log}_x(3x + 8) = 2 - \text{Log}_x(x - 6)$ ، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۰- اگر $\text{Log} 2 = k$ باشد، حاصل $\text{Log}(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \text{Log}(1 + \sqrt{5})$ ، کدام است؟

(۱) $2k$ (۲) $4k$ (۳) $1 + k$ (۴) $2 + 4k$

سراسری <= تجربی <= ۹۰

۲۱- اگر a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\text{Log} a + \text{Log} b - \text{Log}(a + b)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۲- از دو معادله‌ی $\text{Log}_3 x + \text{Log}_3 y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ ، لگاریتم $(x + y)$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

سراسری <= تجربی <= ۸۹

۲۳- از دو معادله‌ی $\text{Log}(y + 2) = 1$ و $\text{Log}(y - x) + \text{Log}(4x + y) = 2$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۴- اگر $\text{Log}_p 12 = \alpha$ باشد، عدد $4^{\alpha-2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۵- اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ ، لگاریتم $(4a + 1)$ در پایه ۴ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۸۸

۲۶- از تساوی $\text{Log}_x(x^2 + 4) = 1 + \text{Log}_x 5$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۲، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۷- از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ و $\text{Log}(x + 1) + \text{Log}(2y + x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۸- اگر $\text{Log } 5 = 3k$ باشد، $\text{Log } \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

- (۱) $1 - 4k$ (۲) $2 - 5k$ (۳) $1 - 2k$ (۴) $1 - k$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۲۹- از دو معادله $\text{Log}_p x = 1 + \text{Log}_p(y + 1)$ و $x^2 - y^2 = 32$ مقدار لگاریتم $(x + y)$ در پایه ۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۳۰- اگر $\text{Log } 3 + \text{Log } \sqrt[4]{3} = \text{Log}(81)^k$ ، آن گاه لگاریتم $\frac{5}{k}$ در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۳۱- از معادلات $\text{Log } x = \text{Log } 2 + \text{Log } y$ و $2^x \times 8^y = 4$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

سراسری <= تجربی <= ۸۴

۳۲- اگر $\text{Log } \frac{2}{x} + \text{Log}(x + 1) = 1$ باشد، لگاریتم عدد x در پایه ۸ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۳۳- فاصله نقطه برخورد تابع نمایی $y = 2^x$ با محور y ها و نقطه برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

سراسری <= تجربی <= ۸۲

۳۴- اگر $\text{Log}_b a = \frac{3}{2}$ آنگاه $\text{Log} \sqrt{b} ab^2$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

سراسری <= تجربی <= ۸۱

۳۵- اگر $\text{Log}_2(\Delta x + 1) + \text{Log}_2 x = 2$ باشد عدد $\frac{4}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

سراسری <= تجربی <= ۸۰

۳۶- اگر $\text{Log}_x(x+2) = \text{Log}_x(4-x) + 1$ باشد، لگاریتم $(\Delta x - 2)$ در پایه x^2 کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۷- اگر $\text{Log} 20 = a$ و $\text{Log} 30 = b$ مقدار $\text{Log} 15$ بر حسب a و b کدام است؟

- (۱) $2a - b + 2$ (۲) $a + b + 1$ (۳) $2a - b - 1$ (۴) $b - a + 1$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۳۸- نمودار تابع $f(x) = 2^{x+1} - 3$ محور طولها را با چه طولی قطع می کند؟

- (۱) $\text{Log} \frac{2}{3}$ (۲) $\text{Log} \frac{3}{2}$ (۳) $\text{Log} \frac{2}{2}$ (۴) $\text{Log} \frac{2}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۳۹- اگر عددی در ۹ ضرب شود، به لگاریتم آن عدد در مبنای b ، ۴ واحد اضافه می شود. مقدار $\text{Log}_b 729$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۴۰- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\text{Log}_{\frac{1}{2}}(2x - x^2)}$ ، کدام است؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(2, +\infty)$ (۳) $(0, 1) \cup (\frac{3}{2}, 2)$ (۴) $(0, 1) \cup (1, 3)$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۴۱- با فرض $f(x) = \text{Log}_3(ax + b)$ ، اگر $f^{-1}(3) = 7$ و $D_f = (\frac{1}{4}, +\infty)$ مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۴۲- تابع وارون تابع $f(x) = 10^{x-1-3\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-1)}$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{\text{Log}(x)} + 1)^3$
 (۲) $f^{-1}(x) = (\text{Log}x + 1)^3$
 (۳) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\text{Log}x + x^3 + 1}$
 (۴) $f^{-1}(x) = \text{Log}x + x^3 + 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۳- اگر $A = \text{Log} \frac{4}{5} + \text{Log} \frac{5}{6} + \text{Log} \frac{6}{7} + \dots + \text{Log} \frac{399}{400}$ و $B = (\text{Log}_{15} 16)(\text{Log}_{14} 15) \dots (\text{Log}_2 3)$ حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

(۱) $\frac{-1}{2}$ (۲) -1 (۳) $\frac{-1}{4}$ (۴) $\frac{-1}{8}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۴- جواب معادله $\text{Log} x + \text{Log} x^2 + \text{Log} x^3 + \dots + \text{Log} x^{10} = 220$ کدام است؟

(۱) 10 (۲) 10^2 (۳) 10^3 (۴) 10^4

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۵- مجموع ریشه‌های معادله $(2^x - 3^{\text{Log}_3 5})(4^x - 5^{\text{Log}_5 3}) = 0$ کدام است؟

(۱) $\text{Log}_2 10$ (۲) $\text{Log}_2 5 \sqrt[3]{2}$ (۳) $\text{Log}_2 5 \sqrt[3]{2}$ (۴) $\text{Log}_2 3 \sqrt[3]{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۶- اگر $\text{Log} 2 = a$ و $\text{Log} 3 = b$ ، حاصل $\text{Log} \frac{\sqrt{75}}{72}$ بر حسب a و b کدام است؟

(۱) $1 - 3b - \frac{4a}{3}$ (۲) $1 - 4b - \frac{3a}{2}$ (۳) $1 - 2b - \frac{4a}{3}$ (۴) $1 - 4a - \frac{3b}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۷- مجموع جواب‌های معادله $\text{Log}_2^x \times \text{Log}_2^{4x} = 3$ کدام است؟

(۱) $\frac{17}{8}$ (۲) 2 (۳) $\frac{15}{8}$ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۸- اگر $\text{Log} x = 4 + 3(\text{Log} 2)$ باشد، مقدار Log_{1000}^x کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 2 (۴) 3

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۹- مجموع ریشه‌های معادله $\text{Log}_x 2 + 3 \text{Log}_x x = \text{Log}_x 81$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۰- اگر $3 = \text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right) \right)$ باشد، مقدار $\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(\text{Log}_{\sqrt{x}} \left(x + 2\sqrt{x} \right) \right)$ کدام است؟

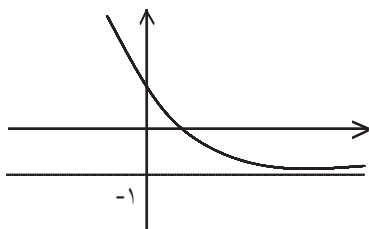
- ۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۱- نمودارهای دو تابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ در بازه $(-1, 3)$ در چند نقطه مشترک اند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

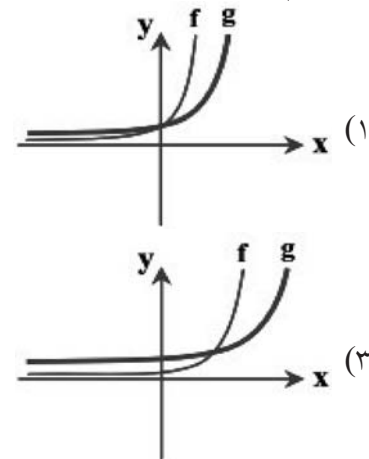
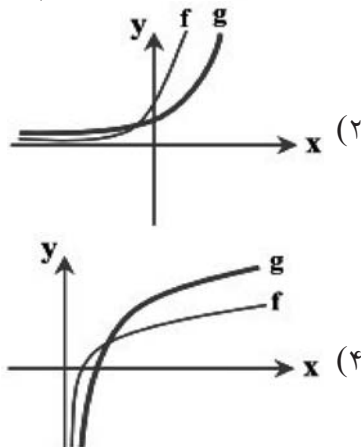


۵۲- معادله تابع نمایی که نمودار آن به صورت شکل زیر می‌باشد، کدام است؟

- ۱ (۱) $y = 2^{x-1} - 1$
 ۲ (۲) $y = 2^{x+1} - 1$
 ۳ (۳) $y = 2^{-x+1} - 1$
 ۴ (۴) $y = 2^{-x-1} - 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۳- در کدام یک از موارد زیر نمودار دو تابع $f(x) = 3^{x-2}$ و $g(x) = 2^{x-2}$ نسبت به هم درست رسم شده است؟

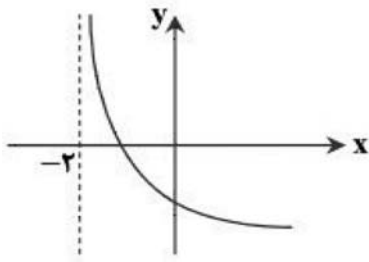


آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۴- اگر نمودار دو تابع نمایی $f(x) = (a+1)^x$ و $g(x) = (3a-7)^{-x}$ نسبت به محور y ها قرینه یکدیگر باشند، a کدام است؟

- ۵ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{1}$ (۳) ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۵۵- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟

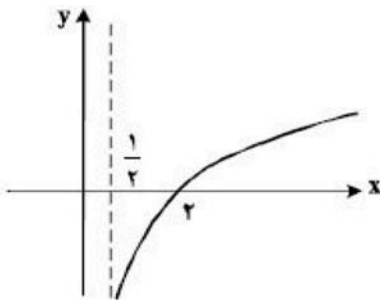
(۱) $y = 2^x - 2$

(۲) $y = \text{Log}_2(x + 2)$

(۳)

(۴) $y = -\text{Log}_2(x + 2)$

آزمونهای گزینه ۲ = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۵۶- شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \text{Log}_b(2x + a)$ است. این منحنی خط

$y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

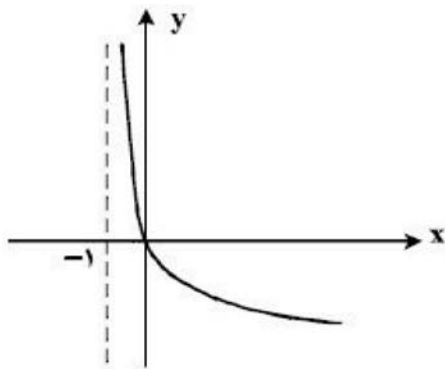
(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی



۵۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \text{Log}_p U(x)$ است. کدام است $U(x)$ ؟

(۱) $x + 1$

(۲) $(x + 1)^{-1}$

(۳) $x - 1$

(۴) $1 - x$

سراسری = تجربی = ۹۸

۵۸- دو تابع $y = 3^{-x}$ و $y = \text{Log}_3 x$ در چند نقطه متقاطع هستند؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) متقاطع نیستند.

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۹- نمودار تابع $y = \text{Log}(x - 1)^2$ با کدام طول محور x ها را قطع می‌کند؟

(۱) ۱

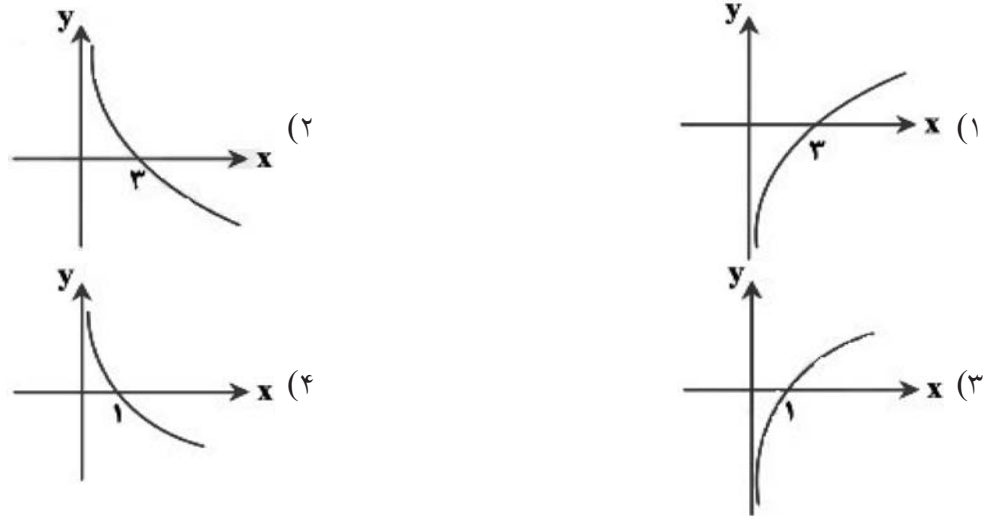
(۲) ۲

(۳) صفر

(۴) ۰, ۲

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۰- نمودار تابع $f(x) = 1 - \text{Log} \frac{9}{x^3}$ به کدام صورت است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۱- نمودار توابع $f(x) = \text{Log}_3(x+1)$ و $g(x) = x-1$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۲- نمودار تابع $y = \text{Log}_a(x-2)$ از نقطه $(\frac{17}{4}, -2)$ عبور می کند. مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۳- نمودار تابع $f(x) = \text{Log}_{(m+1)}^x$ و $g(x) = (3-2m)^x$ نسبت به خط $y = x$ قرینه هستند. مقدار m کدام است؟

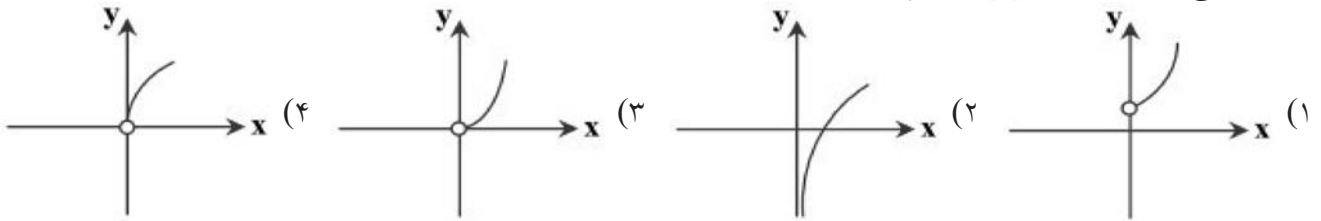
(۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۴- نمودارهای دو تابع $f(x) = \text{Log} \frac{1}{x}$ و $g(x) = \text{Log} \frac{x}{2}$ نسبت به هم چگونه اند؟

(۱) $f(x)$ بالاتر (۲) $g(x)$ بالاتر (۳) منطبق اند (۴) فقط در یک نقطه متقاطع
کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۶۵- نمودار تابع $f(x) = 9 \log_3 x$ کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۶- میزان انرژی آزاد شده در زلزله‌ای برابر $10^{23/95}$ برحسب ارگ است. شدت زلزله برحسب ریشتر، کدام است؟

(۱) $7/3$ (۲) $7/5$ (۳) $7/8$ (۴) $8/1$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۷- زلزله‌ای به شدت $6/4$ ریشتر، کدام مقدار انرژی در واحد Erg آزاد می‌کند؟

(۱) $10^{20/6}$ (۲) $10^{20/8}$ (۳) $10^{21/2}$ (۴) $10^{21/4}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۸- شدت زلزله‌ای $7/5$ ریشتر و شدت بزرگ‌ترین پس‌لرزه آن برابر ۶ ریشتر است. میزان انرژی آزاد شده توسط زلزله چند برابر میزان انرژی آزاد شده توسط بزرگ‌ترین پس‌لرزه آن برحسب ارگ، است؟

(۱) $10^{21/25}$ (۲) $10^{20/25}$ (۳) $10^{2/25}$ (۴) $10^{1/25}$

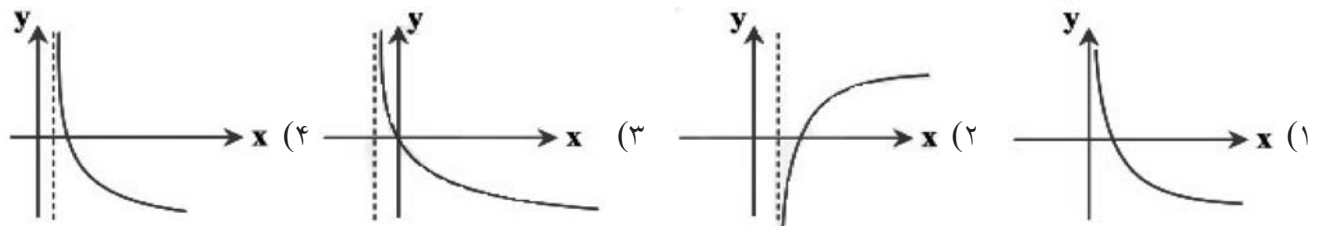
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۹- اگر بزرگی زلزله‌ای برابر M در مقیاس ریشتر باشد، انرژی آزادشده آن برابر E در واحد ارگ (Erg) است که از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می‌آید. اگر یک زلزله ۸ ریشتری رخ دهد، مقدار انرژی آزادشده در آن چند ارگ است؟

(۱) $10^{23/8}$ (۲) $10^{24/8}$ (۳) $10^{25/8}$ (۴) $10^{22/8}$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۰- نمودار تابع $f(x) = -\log_2(x-1)$ به کدام شکل است؟



آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۱- می‌دانیم رابطه بین میزان بزرگی زلزله (M) در مقیاس ریشتر و مقدار انرژی آزادشده (E) برحسب ارگ از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می‌آید. اگر انرژی آزادشده زلزله‌ای ۱۰۰۰ برابر انرژی آزادشده زلزله‌ای دیگر باشد، زلزله اول چند ریشتر بیشتر از زلزله دوم است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

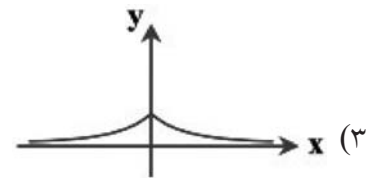
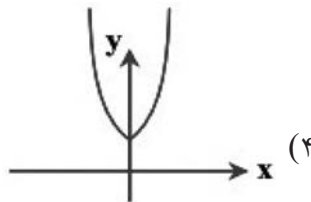
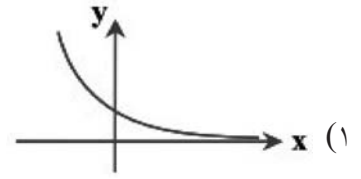
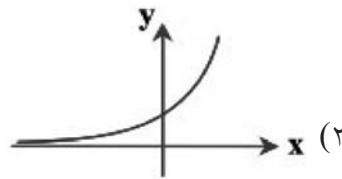
آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۲- همزمان با افزایش ارتفاع، فشار هوای جو زمین کاهش می‌یابد. اگر بین فشار هوا برحسب پاسکال (P) و ارتفاع برحسب متر (h) رابطه $h = 15500(5 - \log_2 P)$ برقرار باشد، فشار هوا در ارتفاع ۱۵۵۰۰ متری از سطح زمین چند پاسکال است؟

- (۱) ۱۰^۵ (۲) ۱۰^۲ (۳) ۱۰^۳ (۴) ۱۰^۴

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۳- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x & x \geq 0 \\ (\frac{1}{2})^{-x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۴- نمودار تابع $y = 5(2^x)$ با کدام طول، خط افقی $y = 0.625$ را قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

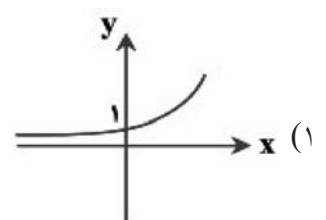
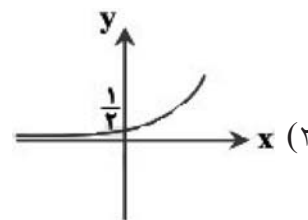
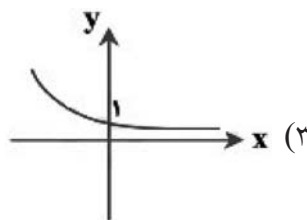
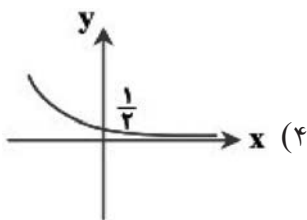
آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۵- اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، نمودارهای دو تابع $y = a^x$ و $y = (\frac{1}{a})^x$ نسبت به کدام گزینه قرینه هستند؟

- (۱) نیمساز ناحیه‌ی اول (۲) محور X ها (۳) محور Y ها (۴) مبدأ مختصات

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۶- به‌ازای تمام مقادیر حقیقی r ، نقطه $(r+1, 2^r)$ را در دستگاه مختصات مشخص کرده‌ایم. نمودار به‌دست آمده، کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۷- تعداد نقاط مشترک نمودارهای دو تابع $y = \text{Log}_{\frac{1}{2}} x$ و $y = \text{Log}_x \frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۸- نمودارهای دو تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1}$ و $y = (\sqrt{3})^{2x+1}$ در نقطه‌ای با کدام طول متقاطع‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{3})$ (۲) $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3})$ (۳) $\frac{1}{2}(-2 \pm \sqrt{3})$ (۴) $\frac{1}{2}(2 \pm \sqrt{3})$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۹- نمودار تابع $g(x) = 2^x$ و در چند نقطه متقاطع هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۰- نمودار تابع $y = \text{Log}_p x$ را یک واحد به طرف X های منفی و ۲ واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم ضابطه نمودار جدید کدام است؟

- (۱) $\text{Log}_p\left(\frac{x+1}{4}\right)$ (۲) $\text{Log}_p\left(\frac{x-1}{4}\right)$ (۳) $\text{Log}_p(4x+4)$ (۴) $\text{Log}_p(4x-4)$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1 - \sin x \leq 2$$

تابع نمایی در پایه ۲ صعودی است پس برد تابع $[0, 2]$ است.

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^x - 5(2 \times 2^{-x}) = 3$$

با فرض $2^x = A$ داریم:

$$A - \frac{10}{A} = 3 \Rightarrow A^2 - 3A - 10 = 0 \Rightarrow (A - 5)(A + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 5 & \text{ق ق} \\ A = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه $2^x = 5$ پس $x = \log_2 5$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع نمایی همواره یک به یک است. پس $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ یک به یک است.

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(2^{a+b} = 128, 2^{-a+b} = 2) \Rightarrow \begin{cases} a+b=7 \\ -a+b=1 \end{cases} \Rightarrow b=4, a=3$$

در تابع $y = 2^{3x+4}$ مقدار $x = 0$ قرار دهیم $y = 16$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو منحنی $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2}^{x+1})$ را با یکدیگر تلاقی می‌دهیم:

$$(\sqrt{2})^{x+1} + 4 = 2^x \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2})^x + 4 = 2^x \Rightarrow 2^x - \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{x}{2}} - 4 = 0$$

$$2^{\frac{x}{2}} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x=3, y=2^3=8$$

$$A(0, 4), B(3, 8) \Rightarrow AB = \sqrt{9+16} = 5$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow a(b)^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}\sqrt{b}$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(1) = 11 \Rightarrow ab - 1 = 11 \rightarrow ab = 12 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\sqrt{b}\right)(b) = 12$$

$$\Rightarrow b\sqrt{b} = 8 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 64 \Rightarrow b = 4, a = 3$$

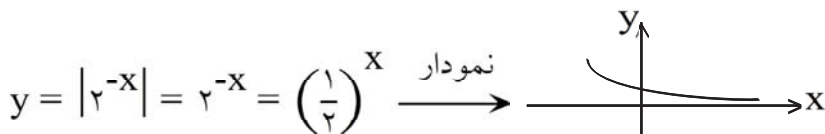
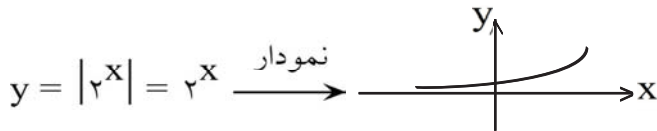
$$f(x) = 3 \times 2^x - 1 \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a \cdot b^x, \quad b > 0$$

$$f(0) = a \times b^0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, \quad f(-2) = ab^{-2} = \frac{3}{32} \Rightarrow \frac{3}{2} b^{-2} = \frac{3}{32}$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مشخص است که گزینه ۱ و گزینه ۴ جواب نمی‌باشد چرا که:



گزینه ۳ صحیح نمی‌باشد چرا که:

$$y = 2^{|x|} \Rightarrow \begin{cases} y = 2^x & x \geq 0 \\ y = 2^{-x} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 0 \text{ صعودی است که در شکل اینگونه نمی‌باشد}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $a > 1$ ، از شرط $x < y$ نتیجه می‌شود: $a^x < a^y$

نکته: اگر $0 < a < 1$ ، از شرط $x < y$ نتیجه می‌شود: $a^x > a^y$

با توجه به نکات بالا، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: $x < y \Rightarrow x + 1 < y + 1 \xrightarrow{2 > 1} 2^{x+1} < 2^{y+1}$ ✗

گزینه ۲: $x < y \Rightarrow x - 1 < y - 1 \xrightarrow{3 > 1} 3^{x-1} < 3^{y-1}$ ✗

گزینه ۳: $x < y \Rightarrow -y < -x \xrightarrow{5 > 1} 5^{-y} < 5^{-x}$ ✓

گزینه ۴: $x < y \Rightarrow 2x < 2y \xrightarrow{\frac{2}{\sqrt{3}} > 1} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x} < \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2y}$ ✗

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $a > 0$ و $a \neq 1$ داریم: $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$9 = 3^x \Rightarrow 3^{2-x} = 3^x \Rightarrow 2-x = x \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند، پس معادله ۲ ریشه دارد.

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \xrightarrow{+6} x^2 - 4x + 4 = 6$$

$$\text{Log}_6(x-2) = \text{Log}_6 \sqrt[6]{6} = \frac{1}{6}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{8}{125}\right)^{-x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{-x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3x^2} \Rightarrow 2x-1 = -3x^2 \Rightarrow 3x^2 + 2x-1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق ق یا} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Log}_8(9x+1) = \text{Log}_8 4 = \text{Log}_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

بررسی گزینه‌ها:

$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D = (2, +\infty)$$

گزینه ۱:

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-2\}$$

گزینه ۲:

$$\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x}\right)^2 = \text{Log} \left|\frac{x-2}{x}\right| \Rightarrow x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

گزینه ۳:

$$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 2, x = 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

گزینه ۴:

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + \text{Log} \sqrt{\frac{5}{4} + 1} = \text{Log} y \Rightarrow 1 + \text{Log} \sqrt{\frac{9}{4}} = \text{Log} y \xrightarrow{\text{Log} 10 = 1} \text{Log} 10 + \text{Log} \frac{3}{2} = \text{Log} y$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{30}{2} = \text{Log} y \Rightarrow y = 15$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3^{2x+y} = 3^{2+x-y} \Rightarrow 2y = 2 - x$$

$$\text{Log}(x + 2y) - \text{Log} y = \text{Log} 10 \Rightarrow \frac{x + 2y}{y} = 10 \Rightarrow x + 2y = 10y$$

$$x + 2y = 5 \times (2y) \Rightarrow x + 2 - x = 5(2 - x) \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} y = 2 \text{Log} 3 + \text{Log} x \Rightarrow \text{Log} y = \text{Log} 3^2 + \text{Log} x \Rightarrow \text{Log} y = \text{Log} 9x \Rightarrow y = 9x$$

$$2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1 \Rightarrow 2^{x-y} \times (2^2)^{x+y} = 2^0 \Rightarrow 2^{x-y} \times 2^{2x+2y} = 2^0$$

$$\Rightarrow 3x - y + 2y = 0 \xrightarrow{y = 9x} 3x - y + 2(9x) = 0 \Rightarrow 21x = y \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3(2x^2 + 1) - \text{Log}_3(x + 2) = 1 \Rightarrow \text{Log}_3 \left(\frac{2x^2 + 1}{x + 2} \right) = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 6 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Delta = 9 + 40 = 49 \quad x = \frac{+3 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ق ق} \\ x = \frac{5}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

اما برای جاگذاری در $\text{Log}_8(2x - 1)$ فقط می‌توان از $\frac{5}{2}$ استفاده کرد.

$$\text{Log}_8(2x - 1) = \text{Log}_8 4 = \frac{2}{3}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(x - 3)(x + 2) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5) \Rightarrow \text{Log}(x + 2) = \text{Log}(2x - 5)$$

$$\Rightarrow x + 2 = 2x - 5$$

$$x = 7 \Rightarrow \text{Log} \sqrt[3]{8} = \text{Log}_2 2 = \frac{1}{2}$$

۱۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_x (3x+8) + \text{Log}_x (x-6) = 2 &\Rightarrow \text{Log}_x (3x+8)(x-6) = 2 \\ \Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2 &\Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \\ \Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 &\Rightarrow x = 8, x = -3 \end{aligned}$$

$$\text{Log}_4^x = \text{Log}_4^{\frac{x}{4}} = \text{Log}_{\frac{4}{x}}^{\frac{x}{4}} = \frac{3}{2}$$

۲۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} (6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5}) = \text{Log } 16 = \text{Log } 2^4 = 4 \text{Log } 2 = 4k$$

$$2 \text{Log} (1 + \sqrt{5}) = \text{Log} (1 + \sqrt{5})^2 = \text{Log} (6 + 2\sqrt{5}) \quad \text{تذکر:}$$

۲۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 1 = 0$ می‌باشند. داریم:

$$\text{Log } a + \text{Log } b - \text{Log } a + b = \text{Log} \frac{a \cdot b}{a+b} = \text{Log} \frac{P}{S} = \text{Log} \frac{1}{10} = \text{Log} \frac{1}{100} = \text{Log } 10^{-2} = -2$$

$$\text{Log}_3^x + \text{Log}_3^y = 2 \Rightarrow \text{Log}_3^{xy} = 2 \Rightarrow xy = 3^2 = 9$$

۲۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 46 + 18 = 64 \Rightarrow x+y = 8$$

$$\text{Log}_4^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$

۲۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(y+2) = 1 \Rightarrow y+2 = 10^1 \Rightarrow y = 8$$

$$\text{Log}(y-x) + \text{Log}(4x+y) = 2 \xrightarrow{y=8} \text{Log}(8-x) + \text{Log}(4x+8) = 2 \Rightarrow$$

$$\text{Log}(8-x)(4x+8) = 2 \Rightarrow -4x^2 + 24x + 64 = 10^2 \Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

۲۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم، می‌نویسیم:

$$\text{Log}_y^{12} = \alpha \Rightarrow 12 = y^\alpha$$

$$4^{\alpha-2} = (y^2)^{\alpha-2} = y^{2\alpha-4} = \frac{y^{2\alpha}}{y^4} = \frac{(y^\alpha)^2}{y^4} = \frac{12^2}{2^4} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{2^4} = \frac{2^4 \times 3^2}{2^4} = 9$$

$$4^a = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{2a} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۲۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_4(4a+1) = \text{Log}_4\left(4 \times \frac{3}{4} + 1\right) = \text{Log}_4 4 = 1$$

۲۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_x(x^2 + 4) = \text{Log}_x x + \text{Log}_x 5 \Rightarrow \text{Log}_x(x^2 + 4) = \text{Log}_x 5x$

$\text{Log}_y x = \text{Log}_y 4 = 2$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$4^x + 2^x = 72 \xrightarrow{2^x = t} t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t - 8)(t + 9) = 0$
 $\begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{غ.ق.ق}} 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

$\text{Log}(x + 1) + \text{Log}(2y + x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \text{Log } 4 + \text{Log}(9 + 2y) = 2$
 $\Rightarrow \text{Log}(9 + 2y) = \text{Log } 100 - \text{Log } 4 = \text{Log } \frac{100}{4} = \text{Log } 25$
 $\Rightarrow 9 + 2y = 25 \Rightarrow y = 8$

۲۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$\text{Log } \sqrt[3]{1/6} = \text{Log} (1/6)^{1/3} = \frac{1}{3} \text{Log } 1/6 = \frac{1}{3} \text{Log} \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (\text{Log } 16 - \text{Log } 10)$
 $= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^4 - 1) = \frac{1}{3} (4 \text{Log } 2 - 1) = \frac{1}{3} (4(1 - \text{Log } 5) - 1) = \frac{1}{3} (4 - 12k - 1) = \frac{3 - 12k}{3} = 1 - 4k$

۲۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$\begin{cases} \text{Log}_y x = \text{Log}_y 2 + \text{Log}_y (y+1) \\ x^2 - y^2 = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ x^2 - y^2 = 32 \Rightarrow (2y + 2)^2 - y^2 = 32 \end{cases}$
 $\Rightarrow 4y^2 + 8y + 4 - y^2 = 32 \Rightarrow 3y^2 + 8y - 28 = 0 \Rightarrow y = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{3}$
 $\Rightarrow y = \frac{-4 \pm 10}{3} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases}, y = -\frac{14}{3} \text{ غ.ق.ق}$
 $\Rightarrow \text{Log}_6(x+y) = \text{Log}_6 8 = \text{Log}_{\frac{2}{3}} 2^3 = \frac{3}{2}$

۳۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $\text{Log } 3 + \text{Log } \sqrt[4]{3} = \text{Log} (31)^k$

$\text{Log } 3 \sqrt[4]{3} = \text{Log } 3^{4k} \Rightarrow 3^{1 + \frac{1}{4}} = 3^{4k} \Rightarrow k = \frac{5}{16} \Rightarrow \text{Log } \frac{5}{2} = \text{Log } \frac{16}{2} = 4$

۳۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

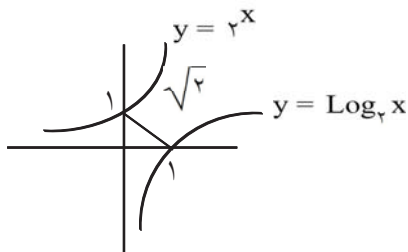
$$\log x = \log 2 + \log y \Rightarrow \log x = \log 2y \Rightarrow x = 2y$$

$$2^x \times 8^y = 4 \Rightarrow 2^x \times 2^{3y} = 4 \Rightarrow 2^{x+3y} = 4 = 2^2 \Rightarrow x + 3y = 2$$

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \frac{2x+2}{x} = 1 \rightarrow \frac{2x+2}{x} = 10$$

$$10x = 2x + 2 \rightarrow x = \frac{1}{4} \quad \text{Log}_{\frac{1}{8}} \frac{1}{4} = \text{Log}_{\frac{1}{8}} 2^{-2} = -\frac{2}{3}$$



۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b a = \frac{\text{Log}_c a}{\text{Log}_c b} = \frac{3}{2} : \text{Log}_a = \frac{3}{2} \text{Log}_b$$

$$\text{Log}_{\sqrt{b}} ab^2 = \frac{\text{Log} ab^2}{\text{Log} \sqrt{b}} = \frac{\text{Log} a + 2 \text{Log} b}{\frac{1}{2} \text{Log} b} = \frac{\frac{3}{2} \text{Log} b + 2 \text{Log} b}{\frac{1}{2} \text{Log} b} = \frac{\frac{7}{2} \text{Log} b}{\frac{1}{2} \text{Log} b} = 7$$

۳۵- $\text{Log}_y (\Delta x + 1) + \text{Log}_y x = 2 \Rightarrow \text{Log}_y ((\Delta x + 1)x) = 2 \Rightarrow \text{Log}_y (\Delta x^2 + x) = 2$

چون $\text{Log}_y x$ تعریف نشده می شود

$$\Rightarrow \Delta x^2 + x = 2^2 \Rightarrow \Delta x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق} \\ x = \frac{4}{\Delta} \Rightarrow \frac{4}{x} = 5 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x (x+2) - \text{Log}_x (4-x) = 1 \Rightarrow \text{Log}_x \frac{x+2}{4-x} = 1 \Rightarrow \frac{x+2}{4-x} = x \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}} = \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

در نتیجه:

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_c ab = \text{Log}_c a + \text{Log}_c b$, $\text{Log}_c \frac{a}{b} = \text{Log}_c a - \text{Log}_c b$ نکته

نکته: $\text{Log}_5 = \text{Log} \frac{10}{2} = \text{Log} 10 - \text{Log} 2 = 1 - \text{Log} 2$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$\text{Log} 15 = \text{Log} 3 + \text{Log} 5 = (b - 1) + (2 - a) = b - a + 1$ بنابراین:

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$$

نکته: به ازای $a, b > 0$ و $b \neq 1$ داریم:

باید ریشه معادله $f(x) = 0$ را بیابیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2^{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow 2^{x+1} = 3 \Rightarrow 2 \times 2^x = 3 \xrightarrow{\div 2} 2^x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \text{Log} \frac{3}{2}$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b 9x = \text{Log}_b x + 2 = \text{Log}_b x + \text{Log}_b b^2 = \text{Log}_b b^2 x$$

$$9x = b^2 x \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 3$$

در نتیجه:

$$\text{Log}_{b^2} 729 = \text{Log}_3 729 = \text{Log}_3 3^6 = 6$$

بنابراین:

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x - x^2 > 0 \Rightarrow x(2 - x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

$$\text{Log} \frac{2x - x^2}{2} \geq 0 \Rightarrow 2x - x^2 \leq 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$
 همواره برقرار است.

$$D_f = (0, 2)$$

بنابراین:

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته ۱: اگر تابع f وارون پذیر باشد و $f(a) = b$ ، آنگاه: $f^{-1}(b) = a$
 نکته ۲: شرط تعریف تابع $y = \text{Log}_b a$ ، $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$ است.
 نکته ۳: جدول تعیین علامت تابع خطی به صورت مقابل است:

x	$-\frac{b}{a}$			
$ax + b$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">مخالف علامت a</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="padding: 0 5px;">موافق علامت a</td> </tr> </table>	مخالف علامت a		موافق علامت a
مخالف علامت a		موافق علامت a		

مطابق نکته ۱ داریم:

$$f^{-1}(3) = v \Rightarrow f(v) = 3 \Rightarrow \text{Log}_3(va + b) = 3 \Rightarrow va + b = 3^3 \Rightarrow va + b = 27 \quad (*)$$

از طرفی مطابق صورت سؤال، دامنه این تابع به صورت $(\frac{1}{4}, +\infty)$ است. با استفاده از نکات ۲ و ۳ داریم:

x	$\frac{1}{4}$
$ax + b$	- +

باجل دستگاه شامل معادلات (*) و (***) داریم:

$$\begin{cases} va + b = 27 \\ \frac{1}{4}a + b = 0 \end{cases}$$

$$\frac{27a}{4} = 27 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -1$$

بنابراین: $a + b = 3$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 10^{x-1-3\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}} = 10^{x-3\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}-1} = 10^{(\sqrt[3]{x}-1)^3}$$

در نتیجه:

$$\sqrt[3]{x} = 1 + \sqrt[3]{\text{Log} y} \Rightarrow x = (1 + \sqrt[3]{\text{Log} y})^3$$

$$y = f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{\text{Log} x} + 1)^3$$

بنابراین:

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_c ab = \text{Log}_c a + \text{Log}_c b$, $\text{Log}_c \frac{a}{b} = \text{Log}_c a - \text{Log}_c b$ نکته

نکته: $\text{Log}_b a \times \text{Log}_c b = \text{Log}_c a$

نکته: $\text{Log}_b a^n = n \text{Log}_b a$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$= \text{Log}_{\frac{4}{\dots}} = \text{Log}_{\frac{1}{\dots}} = \text{Log} 10^{-2} = -2$$

$$B = (\text{Log}_{15} 16)(\text{Log}_{14} 15) \dots (\text{Log}_2 3) = \text{Log}_2 16 = \text{Log}_2 2^4 = 4$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \text{ بنابراین:}$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: $y = \text{Log}_a x \Leftrightarrow a^y = x$; $(x, a > 0, a \neq 1)$

نکته: $\text{Log}_a b^n = n \text{Log}_a b$; $(b, a > 0, a \neq 1)$

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آنگاه از تساوی $\text{Log}_a x = \text{Log}_a y$ می‌توان نتیجه گرفت که $x = y$ و برعکس، یعنی

اگر $x, y > 0$ و $x = y$ ، آنگاه: $\text{Log}_a x = \text{Log}_a y$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{Log} x + \text{Log} x^2 + \text{Log} x^3 + \dots + \text{Log} x^{10} = 220$$

با توجه به نکات داریم:

$$\Rightarrow \frac{10 \times 11}{2} \text{Log} x = 220 \Rightarrow 55 \text{Log} x = 220 \Rightarrow \text{Log} x = \frac{220}{55} = 4 \Rightarrow x = 10^4$$

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: $\text{Log}_c a + \text{Log}_c b = \text{Log}_c ab$

نکته: با فرض $a, b > 0$ و $a \neq 1$ داریم: $a^{\text{Log}_a b} = b$

به کمک نکته بالا داریم: $5 = \text{Log}_3 5$, $3 = \text{Log}_5 3$. با جای‌گذاری این مقادیر در معادله داریم:

$$\text{Log}_5 5 + \text{Log}_3 \sqrt{3} = \text{Log}_3 5 \sqrt{3}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های این معادله برابر است با:

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \log_c ab = \log_c a + \log_c b, \quad \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b, \quad \log_b a^n = n \log_b a$$

$$\text{نکته: } \log_5 = \log_{\frac{1}{2}} = \log_{10} - \log_2 = 1 - \log_2$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\log \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{72}} = \log \sqrt{75} - \log \sqrt{72} = \frac{1}{2} \log 75 - \log 72 = \frac{1}{2} \log 5^2 \times 3 - \log 2^3 \times 3^2$$

$$= 1 - a + \frac{b}{2} - 3a - 2b = 1 - 4a - \frac{3}{2}b$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\text{نکته: } \log_b a^n = n \log_b a, \quad \log_a a = 1$$

نکته: به ازای $a, b > 0$ و $b \neq 1$ داریم: $\log_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \times \log_{\frac{1}{2}} x^4 = 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x (\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x^4) = 3$$

با فرض $A = \log_{\frac{1}{2}} x$ داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = 1 \Rightarrow x = 2 \\ A = -3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x = -3 \Rightarrow x = 2^{-3} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های این معادله برابر است با: $2 + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log x} = 4 + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{\log x} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\log x} = 4 + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^{\log x}$$

فرض:

$$(A - 4)(A + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ A = -1 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\frac{1}{2}^{\log x} = 4 \Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$$

بنابراین:

$$\log_{100} x = \log_{100} 100 = \frac{2}{3}$$

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: $\text{Log}_b a^n = n \text{Log}_b a$

نکته: $\text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}$

با توجه به نکته بالا فرض $\text{Log}_p x = a$ ، نتیجه می‌شود $\text{Log}_x 2 = \frac{1}{a}$. اکنون معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 3 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \text{Log}_p x = 1 \Rightarrow x = 2 \\ a = 3 \Rightarrow \text{Log}_p x = 3 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های معادله برابر است با: $2 + 8 = 10$

۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}} \left(\text{Log}_{\sqrt{2}}^x \sqrt{2} \right) \right) = 2^3 = 8$$

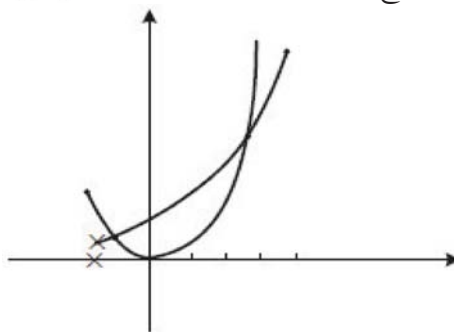
$$x = \left(\sqrt[2]{2} \right)^{16} = 4$$

در نتیجه:

$$\text{Log}_{\sqrt[4]{4}} \left(4 + 2\sqrt{4} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 6$$

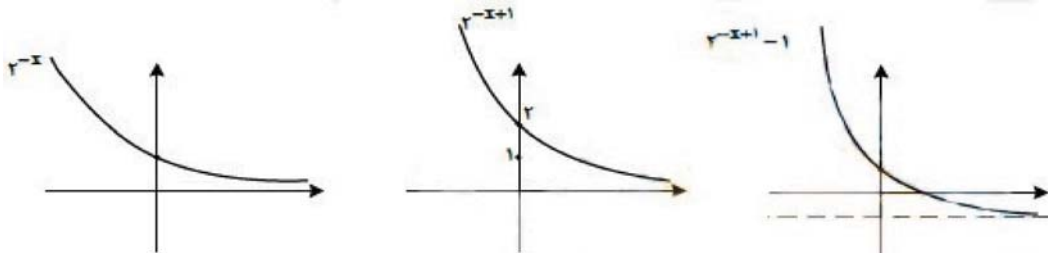
بنابراین:

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودارهای دو تابع را در یک دستگاه در بازه $(-1, 3)$ رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل در ۲ نقطه مشترک‌اند.

۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

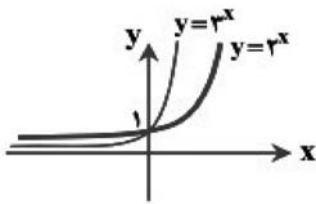


۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

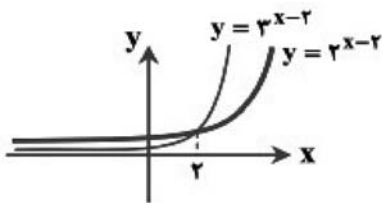
، کافی است نمودار $y = f(x)$ را a

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

در شکل مقابل نمودار دو تابع $y = 2^x$ و $y = 3^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم:



اکنون برای رسم نمودار دو تابع $y = 2^{x-2}$ و $y = 3^{x-2}$ ، کافی است شکل بالا را ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم که به شکل مقابل خواهیم رسید:



۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: نمودار دو تابع $y = b^x$ و $y = b^{-x}$ نسبت به محور y متقارن هستند.

$$a + 1 = 3a - 7 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

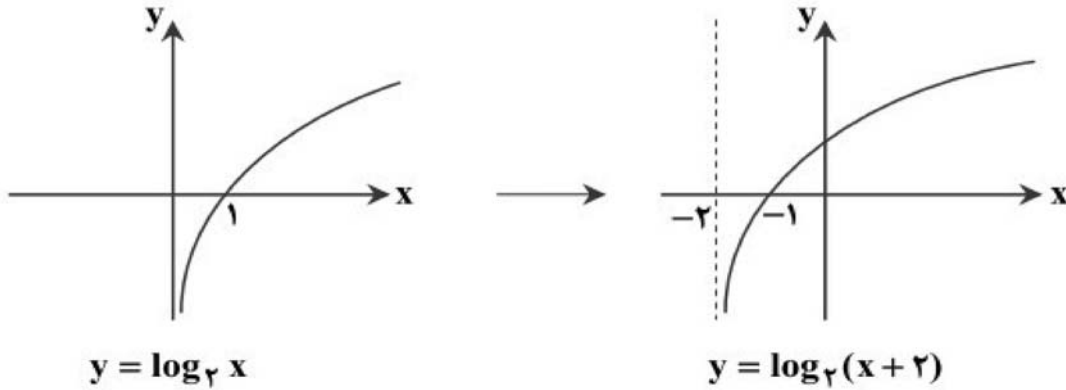
با توجه به نکته بالا، باید داشته باشیم:

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته: نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور x ها است.

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x - a)$ یا $y = f(x + a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

نمودار مورد نظر، نمودار یک تابع لگاریتمی است که ۲ واحد به سمت چپ منتقل شده و سپس نسبت به محور x ها قرینه شده است. به نمودارهای زیر دقت کنید:



راه حل دوم (روش تستی):

با توجه به شکل، این تابع لگاریتمی است، پس گزینه ۱ نادرست است. از طرفی این نمودار، محور y ها را در عددی منفی قطع کرده است پس در سه گزینه دیگر با قرار دادن $x = 0$ ، مقدار y را بررسی می کنیم:

گزینه ۲: $y = \text{Log}_r(0 + 2) = 1$ ✗

گزینه ۳: $y = \text{Log}_r(0 - 2) = \text{Log}_r -2$ ✗ (تعریف نشده)

گزینه ۴: $y = -\text{Log}_r(0 + 2) = -1$ ✓

بنابراین گزینه ۴ می تواند ضابطه این تابع باشد.

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -1 + \text{Log}_b(2x + a)$$

$$D_f = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

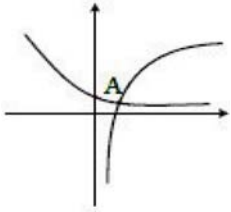
$$f(2) = 0 \Rightarrow -1 + \text{Log}_b(2(2) + (-1)) = 0 \Rightarrow \text{Log}_b^3 = 1$$

$$b = 3 \Rightarrow y = -1 + \text{Log}_3(2x - 1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_3(2x - 1) = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x = 5$$

۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$D_f = (-1, +\infty) \Rightarrow y = -\text{Log}_r(x+1) = \text{Log}_r(x+1)^{-1}$$

و f تابعی نزولی است



۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودارهای دو تابع در یک دستگاه مختصات رسم شوند فقط در یک نقطه متقاطع اند.

۵۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در نقطه‌ی تلاقی با محور x ها مقدار x است.

$$\text{Log}(x-1)^2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow x-1 = \pm 1 \Rightarrow x = 0, 2$$

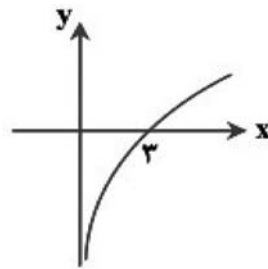
نکته: $\text{Log}_c \frac{a}{b} = \text{Log}_c a - \text{Log}_c b$ ۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: $\text{Log}_b a^n = n \text{Log}_b a, \text{Log}_a a = 1$

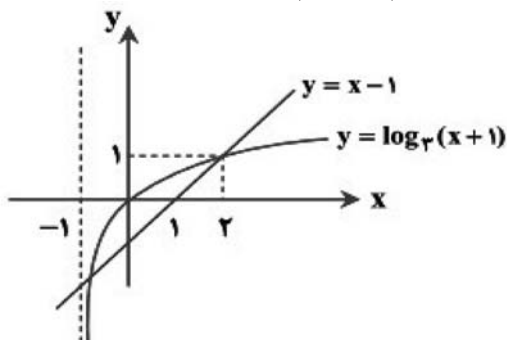
ابتدا با استفاده از نکات بالا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = 1 - \text{Log} \frac{9}{x} = 1 - (\text{Log}_3 9 - \text{Log}_3 x) = 1 - (2 - \text{Log}_3 x) = \text{Log}_3 x - 1$$

بنابراین نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است:



۶۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



واضح است که نمودار این دو تابع، یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $a, b > 0$ و $b \neq 1$ داریم:

نمودار تابع $y = \text{Log}_a(x - 2)$ از نقطه $(\frac{17}{4}, -2)$ عبور می‌کند، پس مختصات این نقطه در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$y = \text{Log}_a(x - 2) \xrightarrow[\substack{x = \frac{17}{4} \\ y = -2}]{\quad} -2 = \text{Log}_a\left(\frac{17}{4} - 2\right) \Rightarrow a^{-2} = \frac{17}{4} - 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow a = \pm \frac{2}{3}$$

چون a در مبنای لگاریتم قرار دارد، نمی‌تواند منفی باشد. بنابراین فقط $a = \frac{2}{3}$ قابل قبول است.

۶۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک‌به‌یک است و از این رو دارای وارون $f^{-1}(x)$ است که تابع لگاریتمی پایه a نامیده می‌شود و با نماد $y = \text{Log}_a x$ نشان داده می‌شود.

نکته: اگر توابع f و f^{-1} معکوس یکدیگر باشند، نمودار آن‌ها نسبت به خط $y = x$ قرینه است و برعکس.

$$y = \text{Log}_a x \Leftrightarrow a^y = x ; (x, a > 0, a \neq 1)$$

با توجه به فرض سؤال، این دو تابع نسبت به خط $y = x$ قرینه‌اند، پس مطابق نکات وارون یکدیگر هستند. بنابراین:

$$3 - 2m = m + 1 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

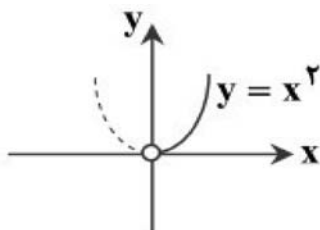
۶۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_b^a = a ; (b \neq 1, a, b > 0)$ ، $\text{Log}_b^a = n \text{Log}_b^a$: نکته

ابتدا با توجه به نکته، تابع داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = {}_9 \text{Log}_3^x = ({}_3^2 \text{Log}_3^x) = {}_3^2 \text{Log}_3^x = {}_3 \text{Log}_3^{x^2} = x^2$$

دامنه تابع $f(x)$ به صورت $D_f = (0, +\infty)$ است.



بنابراین نمودار این تابع، نمودار تابع $f(x) = x^2$ در بازه $(0, +\infty)$ است:

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$E = 10^{\frac{23}{95}}$$

$$\text{Log} E = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M = \frac{23}{95} \Rightarrow \frac{1}{5}M = \frac{23}{95} - \frac{11}{8} = \frac{12}{15}$$

$$M = \frac{\frac{12}{15}}{\frac{1}{5}} = \frac{8}{1}$$

در نتیجه:

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} E = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M \Rightarrow \text{Log} E = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}(\frac{6}{4})$$

۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} E_1 - \text{Log} E_2 = (\frac{11}{8} + \frac{1}{5} \times \frac{7}{5}) - (\frac{11}{8} + \frac{1}{5} \times 6) = \frac{11}{8} + \frac{11}{25} - \frac{11}{8} - 9$$

$$= \frac{11}{25} - 9 = \frac{2}{25}$$

$$\text{Log} \frac{E_1}{E_2} = \frac{2}{25} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{\frac{2}{25}}$$

در نتیجه:

۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $\text{Log}_b a = x$ ، آنگاه $a = b^x$

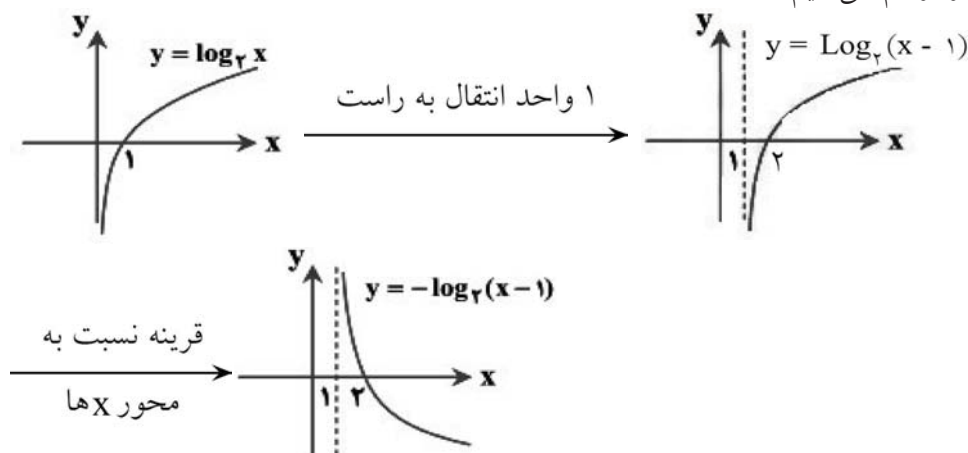
$$\text{Log} E = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}(8) \Rightarrow \text{Log} E = \frac{23}{8} \Rightarrow E = 10^{\frac{23}{8}}$$

با جای گذاری $M = 8$ خواهیم داشت:

۷۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع $y = f(x - a)$ یا $y = f(x + a)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. با استفاده از نکات بالا، نمودار تابع را رسم می کنیم.



۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $(a, b, c > 0, c \neq 1) \text{Log}_c ab = \text{Log}_c a + \text{Log}_c b$ نکته:

نکته: اگر بزرگی زمین‌لرزه برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزادشده برحسب ارگ (Erg) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{Log} E = 11/8 + 1/5 M$$

میزان بزرگی و انرژی زلزله اول را با M_1 و E_1 و میزان بزرگی و انرژی زلزله دوم را با M_2 و E_2 نمایش می‌دهیم:

$$\text{Log} E_1 = 11/8 + 1/5 M_1$$

$$\text{Log} E_2 = 11/8 + 1/5 M_2 \quad (*)$$

با توجه به صورت سؤال داریم $E_1 = 100 E_2$ ، پس:

$$\text{Log} E_1 = \text{Log} 1000 E_2 \Rightarrow \text{Log} E_1 = \text{Log} 1000 + \text{Log} E_2 \Rightarrow \text{Log} E_1 = \text{Log} 10^3 + \text{Log} E_2$$

$$\Rightarrow \text{Log} E_1 = 3 + \text{Log} E_2 \xrightarrow{(*)} 11/8 + 1/5 M_1 = 3 + 11/8 + 1/5 M_2 \Rightarrow 1/5 M_1 = 3 + 1/5 M_2$$

$$\Rightarrow 1/5 M_1 - 1/5 M_2 = 3 \Rightarrow 1/5 (M_1 - M_2) = 3 \Rightarrow M_1 - M_2 = 15$$

بنابراین زلزله اول ۱۵ ریشتر از زلزله دوم بیشتر است.

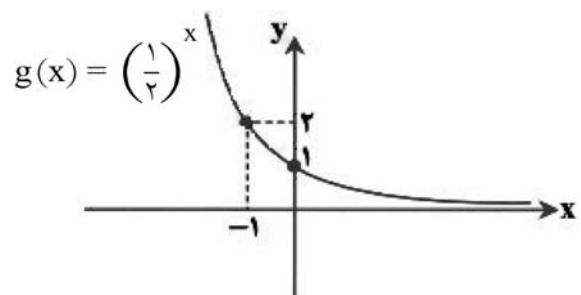
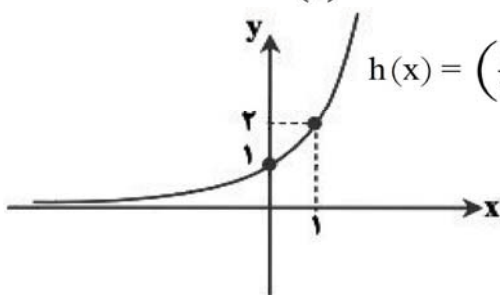
$$\text{Log}_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$$

۷۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $a, b > 0$ و $b \neq 1$ داریم:

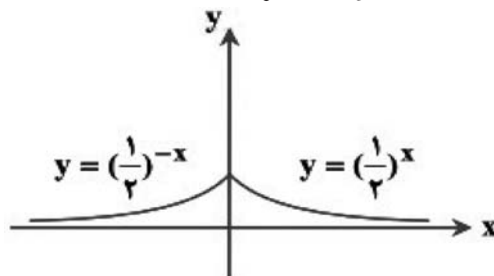
با قرار دادن $h = 15500$ در رابطه $h = 15500 (5 - \text{Log}_{10} P)$ خواهیم داشت:

$$15500 = 15500 (5 - \text{Log}_{10} P) \Rightarrow 1 = 5 - \text{Log}_{10} P \Rightarrow \text{Log}_{10} P = 4 \Rightarrow P = 10^4$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا به نمودار هر یک از توابع $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ و $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ دقت کنید:



حال با توجه به ضابطه تابع $f(x)$ نمودار آن به صورت زیر است:



۷۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$5(2^x) = \frac{625}{1000} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{8} \Rightarrow x = -3$$

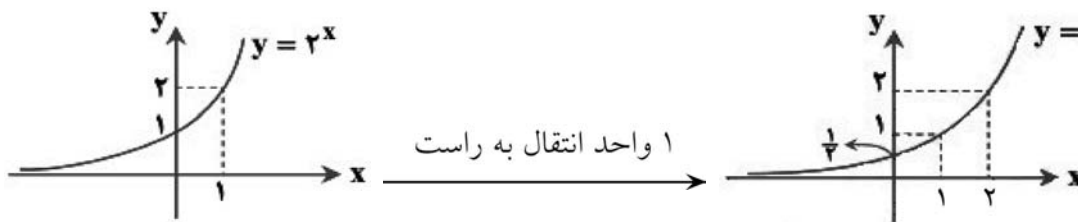
۷۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x}$ تابع‌های a^x و a^{-x} قرینه نسبت به محور y ها هستند.

۷۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع $y = f(x - a)$ یا $y = f(x + a)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

با فرض $r = x - 1 \Rightarrow y = 2^r = 2^{x-1} \Rightarrow y = 2^{x-1}$ داریم:

پس کافی است نمودار $y = 2^{x-1}$ را رسم کنیم:



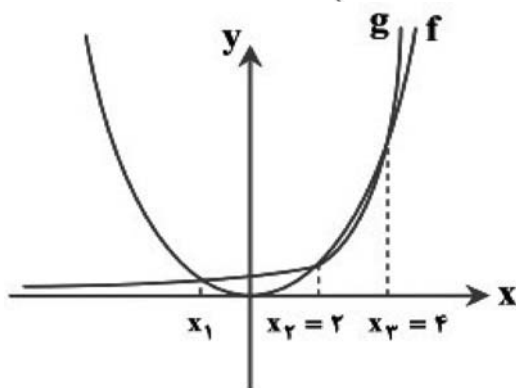
۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\log_x \frac{1}{y} = -\log_y x$ و $\log_x \frac{1}{x} = -\log_y x$ پس دو نمودار بر هم منطبق می‌شوند یا تعداد نقاط تلاقی بیشمار است.

۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(\sqrt{3})^{2x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1} \Rightarrow \frac{1}{3}(2x+1) = -(x^2-1)$$

ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم حاصل $x^2 + x - \frac{1}{3} = 0$ به صورت $\frac{1}{3}(-1 \pm \sqrt{3})$ می‌باشد.

۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = 2^x$ در شکل زیر رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید نمودار این دو تابع در ۳ نقطه $(x_1, -1 < x_1 < 0)$ ، $(x_2, 2)$ و $(x_3, 4)$ یکدیگر را قطع می‌کنند.



۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y - 2 = \log_2(x + 1) \Rightarrow y = 2 + \log_2(x + 1)$$

$$y = \log_2(4x + 4) \text{ یا } y = \log_2 4 + \log_2(x + 1) \text{ در نتیجه}$$

۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۰