



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هو الحق

"ریاضی ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

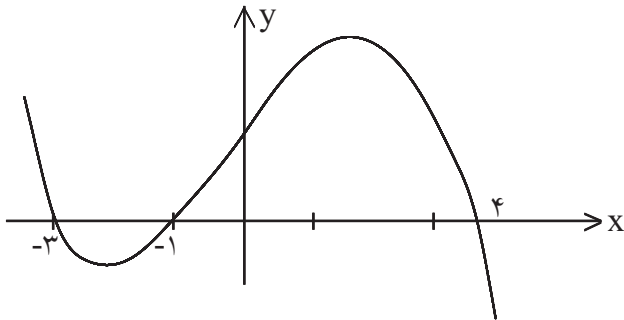
@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

۱- اگر $[x - 2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ ، در چند نقطه مشترک هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) فاقد نقطه‌ی مشترک
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی



۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟

- ۱ $[-1, 1] \cup [0, 6]$
۲ $[-3, 1] \cup [0, 2]$
۳ $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
۴ $[-5, -3] \cup [0, 2]$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۳- اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۱ (۴)
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۴- اگر $f(x) = [x]$ ، مجموعه‌ی مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟

- ۱ $\{0\}$ ۲ $\{1\}$ ۳ $\{0, 1\}$ ۴ $\{-1, 0, 1\}$
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۵- اگر جزء صحیح $(x^2 + x)$ برابر -۱ باشد، آن‌گاه $[x^{20}]$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲ (۴)
سراسری = تجربی = ۸۸

۶- اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ ، دامنه‌ی تابع $f(-x)$ کدام است؟

- ۱ $x \leq -1$ ۲ $x \geq -1$ ۳ $x \leq 1$ ۴ $x \geq 1$
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۷- نمودار تابع $y = [x^2]$ ، روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟ (نماد $[]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۴)
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۸- اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه‌ی تابع $f(3 - x)$ ، کدام است؟

- ۱ $[0, 2]$ ۲ $[0, 3]$ ۳ $[1, 2]$ ۴ $[1, 3]$
سراسری = تجربی = ۹۲ (سراسری - آزاد)

۹- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{2} f(\sqrt{3})\right)$ ، کدام است؟

- ۱ $1/75$ ۲ $2/25$ ۳ $2/5$ ۴ $2/75$
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۱۷- در تابع $y = \frac{2x}{1+x}$ مقادیر y در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) $[-2, 2]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۸- نمودار تابع $f(x) = [x - \frac{1}{2}] + [x + \frac{1}{2}]$ در بازه $[-1, 2]$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۹- برد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{1+x}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۳) $[-\frac{1}{2}, 1]$ (۴) $[0, \frac{1}{2}]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۰- نمودار تابع پله‌ای $f(x) = \frac{x-2}{2x+1}$ در کدام بازه بر محور x ها منطبق است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $(-\infty, -3)$ (۲) $[2, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -2]$ یا $(2, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -3)$ یا $[2, +\infty)$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۱- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{|x+2| + |x-2|} - 8$ کدام است؟

- (۱) $[-4, 4]$ (۲) $[-8, 8]$ (۳) $(-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$ (۴) R

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۲- برد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-[x]}}{[x]+[-x]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $(-1, 0)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $R - Z$ (۴) $R - \{0\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۳- تعداد ریشه‌های معادله $x^2 + [-x] = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۴- اگر n عدد طبیعی باشد، حاصل $[\sqrt{16n^2 + 8n}] - [\sqrt{9n^2 + 6n}]$ کدام است؟

- (۱) n (۲) $2n$ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۵- چند دسته از جفت توابع داده شده با هم برابرند؟

الف: $f(x) = \dots$

ب: $g(x) = \left[\frac{x^2}{1+x^2} \right]$

ت: $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$

ث: $g(x) = \sin x$

پ: $f(x) = 1$

ز: $g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

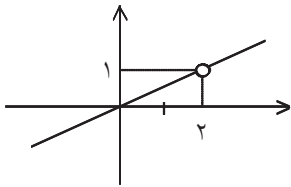
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۶- خلاصه شده عبارت $\left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right]$ به کدام صورت است؟ ([علامت جزء صحیح است.])

۱) $2[x]$ ۲) $2x + \frac{1}{3}$ ۳) $2\left[x - \frac{1}{3}\right] + 1$ ۴) $2\left[x - \frac{1}{3}\right] - 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۲۷- شکل مقابل، نمودار کدام تابع نیست؟

۱) $y = \frac{1}{2}x$ ۲) $y = \frac{x^2 - 2x}{2x - 4}$

۳) $y = \frac{1}{2}x, x \neq 2$ ۴) $y = \frac{x^2 - 4}{2x - 4} - 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۸- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $5x^2 + 6x - 7 = 0$ باشند، حاصل $[x_1] + [x_2] + [x_1 + x_2] - [x_1 x_2]$ ،

کدام است؟ ([علامت جزء صحیح است.])

۱) ۰ ۲) -۲ ۳) -۴ ۴) -۶

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۹- برد تابع $f(x) = \left[\frac{x^{2n} + 1}{x^{2n} + 2} \right], n \in \mathbb{N}$ ، کدام است؟ ([علامت جزء صحیح است.])

۱) $\{1\}$ ۲) $\{0\}$ ۳) $\{0, 1\}$ ۴) $\{\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۰- اگر دو تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{ax^2 + bx + c}$ و $g(x) = \frac{x}{2}$ برابر باشند، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۸- کدام یک از توابع زیر با تابع $f(x) = x - 1$ برابر است؟

(۱) $|x - 1|$ (۲) $(\sqrt{x-1})^2$ (۳) $\frac{x^2 - x}{x}$ (۴) $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۹- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$ با کدام تابع زیر مساوی نیست؟

(۱) $g(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}}$ (۲) $h(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & x > 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (۳) $s(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & x > 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ (۴) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۰- دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{2-x} \cdot (2 - \sqrt{x})}{(x-1)\sqrt{x}}$ ، کدام است؟

(۱) $(0, 2]$ (۲) $(0, 2) - \{1\}$ (۳) $(-\infty, 2] - \{-1\}$ (۴) $(-\infty, 0] - \{-1\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۱- اگر $f = \{(5, 3), (a, 2), (2, 4), (3, 2), (b, 3)\}$ یک تابع باشد، چند نقطه تابع f^{-1} در زیر نیمساز ربع اول است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) نامعلوم

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۲- اگر $f(x) = 3x + 5$ ، ضابطه تابع $f^{-1}(3x + 2)$ کدام است؟

(۱) $x + 2$ (۲) $x + 1$ (۳) $x - 1$ (۴) $x - 2$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۳- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ باشد، نمودار تابع $f^{-1}(x)$ از کدام نقطه زیر می گذرد؟

(۱) $(-2, 5)$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(8, -4)$ (۴) $(-5, -2)$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- قرینه خط $3x - 2y = 6$ ، نسبت به نیمساز ناحیه اول خط d است. عرض از مبدأ d کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- قرینه خط $2y + 3x = 12$ نسبت به نیمساز ناحیه اول، کدام معادله است؟

(۱) $2y - 3x = 12$ (۲) $3y - 2x = 12$ (۳) $3y + 2x = 12$ (۴) $2y + 3x = -12$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- اگر $f^{-1}(-2) + f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}$ (۲) $\frac{13}{2}$ (۳) $\frac{17}{4}$ (۴) $\frac{19}{4}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۷- در رابطه $\{(6, 2), (-2, 1), (3, -2), (4, 3), (3, 5), (2, 7), (5, 2)\}$ با حذف چند عضو تابع یک به یک حاصل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۸- کدام دسته از توابع داده شده یک به یک است؟

الف: $\begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$ ب: $\begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ x^3 & x < 0 \end{cases}$ پ: $y = |x+2| + 4x$

- (۱) الف، ب (۲) ب، پ (۳) الف، پ (۴) الف، ب، پ

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۹- کدام یک از توابع داده شده، یک به یک است؟

(۱) $f(x) = x^2 - [x]$ (۲) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ (۳) $f(x) = \text{Log}|x|$ (۴) $f(x) = 2^{|x|}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۰- تابع با ضابطه $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$ در کدام بازه یک به یک نیست؟

- (۱) $(-2, 2)$ (۲) $(2, 7)$ (۳) $(-1, 5)$ (۴) $(-9, 1)$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۱- کدام یک از تابع‌های زیر یک به یک است؟

(۱) $y = |x-1|$ (۲) $y = \sqrt{1+x^2}$ (۳) $y = \sqrt{4-x^2}; 0 \leq x \leq 2$ (۴) $y = x^2 - 4; -2 \leq x \leq 2$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۲- اگر $f(x) = -2x + 4; -2 \leq x \leq 3$ باشد، ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}x + 2; 1 \leq x \leq 5$ (۲) $\frac{1}{2}x - 2; 2 \leq x \leq 8$ (۳) $-\frac{1}{2}x + 2; -1 \leq x \leq 4$ (۴) $-\frac{1}{2}x + 2; -2 \leq x \leq 8$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۳- اگر $f(x) = \frac{1}{3}x + 3$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی نمودارهای دو تابع f و f^{-1} از مبدأ مختصات کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) $6\sqrt{2}$

(۱) $3\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۴- اگر $f(x) = 3x - 5$ باشد، ضابطه $f^{-1}(x)$ کدام است؟

(۴) $-3x + 2$

(۳) $\frac{x+5}{3}$

(۲) $-3x + 5$

(۱) $\frac{x-5}{3}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۵- قرینه خط $y = 2x - 6$ نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم، خطی با کدام معادله است؟

(۴) $y = -\frac{1}{2}x - 3$

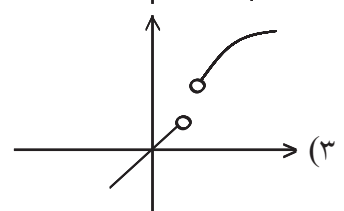
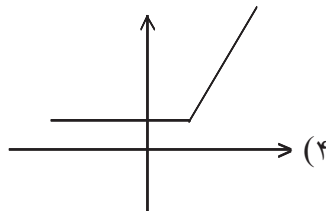
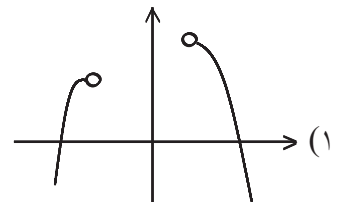
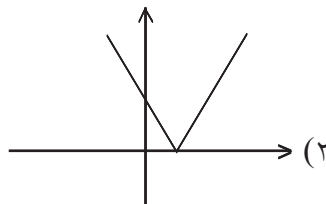
(۳) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

(۲) $y = \frac{1}{2}x - 3$

(۱) $y = \frac{1}{2}x + 3$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۶- کدام نمودار، یک تابع «یک به یک» را نشان می‌دهد؟



آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۷- قرینه‌ی خط به معادله‌ی $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

(۴) ۲

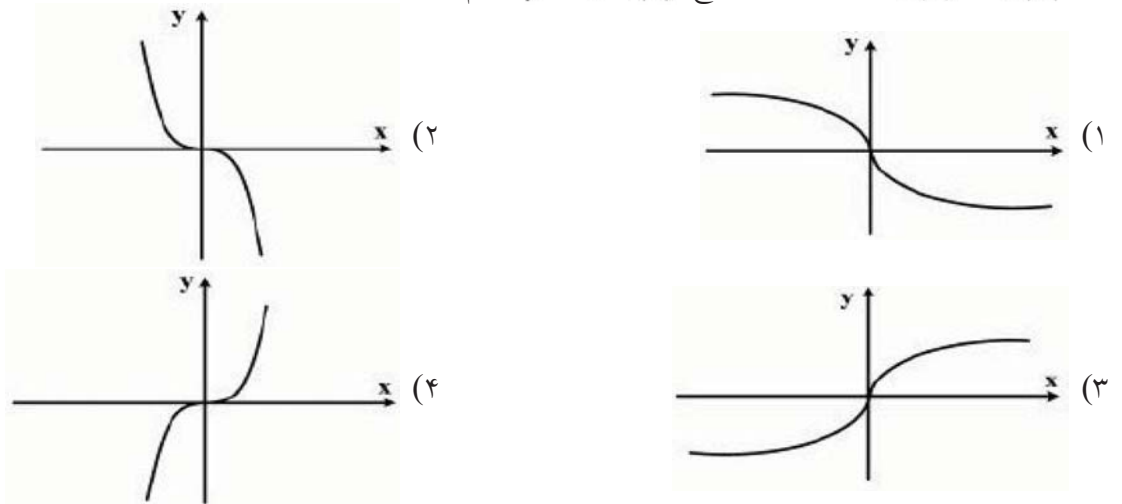
(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

سراسری <= تجربی <= ۹۷

۵۸- اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



۹۵ => تجربی => سراسری

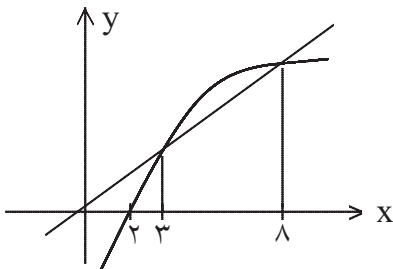
۵۹- تابع با ضابطه $f(x) = |x^3|$ با دامنه R ، چگونه است؟

- (۱) نزولی (۲) صعودی (۳) وارون ناپذیر (۴) یک به یک
- کنکورهای خارج از کشور => سراسری => تجربی

۶۰- تابع با ضابطه $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-x + 7; x > 8$ (۲) $\frac{1}{3}x + 2; x > 3$ (۳) $x + 7; x > -4$ (۴) $\frac{1}{3}x - 1; -4 < x < 8$
- کنکورهای خارج از کشور => سراسری => تجربی

۶۱- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیم‌ساز ناحیه اول و سوم است.



۹۴ => تجربی => سراسری

دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

- (۱) $(0, 2]$ (۲) $[2, 3]$ (۳) $[2, 8]$ (۴) $[3, 8]$

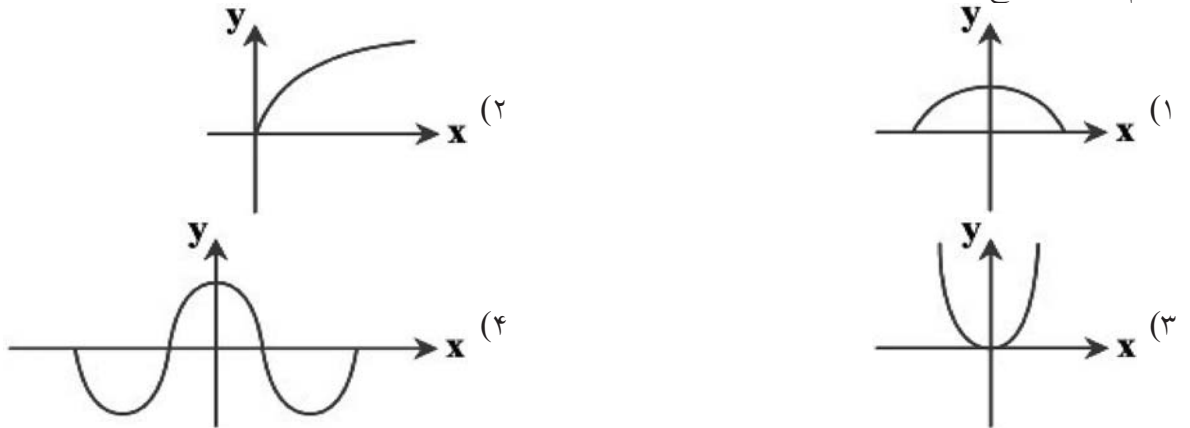
۶۲- اگر $f(x) = \frac{2x - 1}{5}$ ، مقدار $f(f^{-1}(4))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴
- آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۳- اگر $f(x) = 3x - a$ و $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{b}$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۴
- آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۴- کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۵- اگر $f(x)$ تابعی وارون پذیر با دامنه R باشد، به گونه ای که به ازای هر x داشته باشیم $f(x) < x$ ، آن گاه تابع

$y = f(x) - f^{-1}(x)$ در چند نقطه با محور طولها برخورد می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۶- اگر در تابعی خطی f ، $f(2) = 4$ و $f^{-1}(-5) = -1$ باشد، مقدار $f^{-1}(3 + f(4))$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۷- اگر $f = \{(2, a+1), (\sqrt{b}, 3)\}$ و $f^{-1} = \{(a-1, c+1), (d, b-2)\}$ حاصل $a + b + c + d$ کدام

است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۸- در تابع خطی $f(x) = (a+5)x + 2b$ ، اگر $f^{-1}(7) = 2$ و $f^{-1}(11) = 3$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

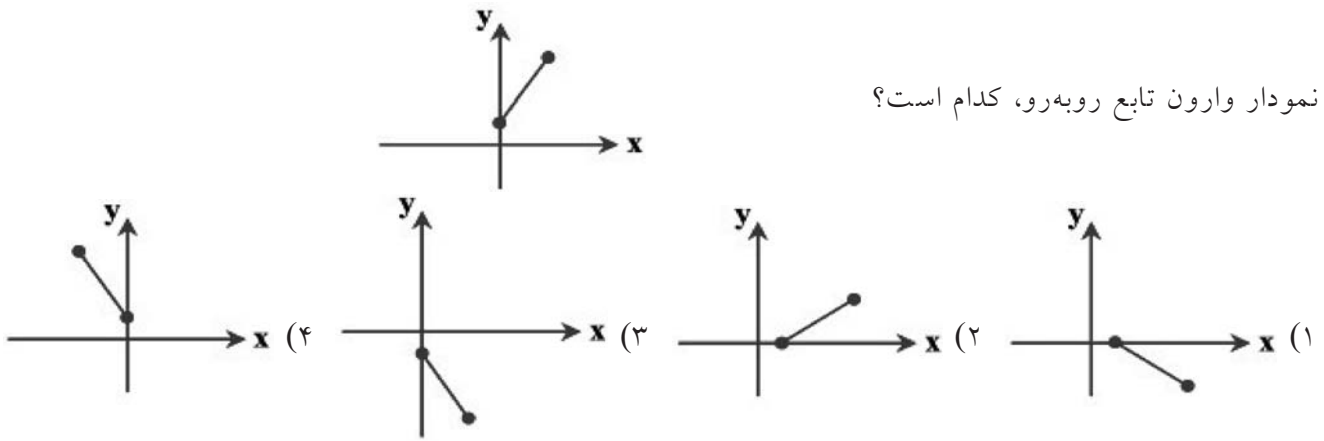
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۹- تابع $f(x) = (x-2)(x-4) + 2x$ در کدام یک از بازه های زیر یک به یک است؟

- (۱) $[0, 3]$ (۲) $[-1, 2]$ (۳) $[1, 5]$ (۴) $[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۰- نمودار وارون تابع روبه‌رو، کدام است؟



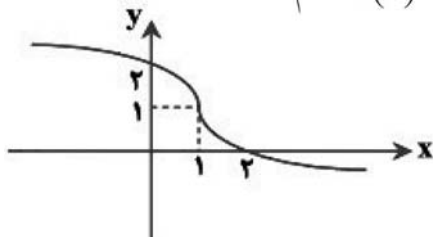
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۱- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{-\sqrt{x} + 3}{5}$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{\sqrt{x} - 3}{5}$ (۲) $y = \frac{5}{-\sqrt{x} + 3}$ (۳) $y = \frac{-5}{\sqrt{x} + 3}$ (۴) $y = \frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{x}}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۲- نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. تعداد جواب‌های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- صفر (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۳- اگر تابع $f = \left\{ (2, 3a), (2, a-2), (a, 2), \left(\frac{b}{2}, a^2 - 10\right) \right\}$ وارون‌پذیر باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۴- کدام یک از توابع زیر وارون‌پذیر است؟

(۱) $y = (x + 5)^2$ (۲) $y = 1 - |x - 1|$ (۳) $y = x^2 - 6x + 9$ (۴) $y = \sqrt{x + 2} - 3$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۵- تابع $y = x^2 - 2x$ با کدام دامنه، تابعی یک‌به‌یک است؟

(۱) $D = [-1, +\infty)$ (۲) $D = (-\infty, 1]$ (۳) $D = [0, 2]$ (۴) $D = [-2, 2]$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۶- اگر $f = \{(1, m^2), (4, 7), (1, 16), (-m, 10)\}$ تابعی یک به یک و $g(x) = \left[\frac{x}{3}\right]$ باشد، مقدار $(f + g)(m)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

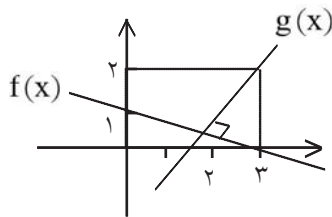
۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ >= یازدهم

۷۷- اگر $f(x) = 4 + \sqrt{x-7}$ و $(8, a)$ نقطه‌ای روی f^{-1} باشد، a کدام است؟

۵ (۱) ۱۰ (۲) ۲۳ (۳) ۱۹ (۴)

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ >= یازدهم



۷۸- ضابطه‌ی وارون تابع $g(x)$ کدام است؟

۳x + 7 (۱)
 ۳x - 7 (۲)
 $\frac{x+7}{3}$ (۳)
 $\frac{x-7}{3}$ (۴)

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ >= یازدهم

۷۹- A' قرینه‌ی نقطه‌ی $A = (m, n)$ نسبت به خط $y = x$ است. اگر طول پاره AA' برابر ۲ واحد باشد، حاصل $|m - n|$ برابر کدام است؟

۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴)

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ >= دوم

۸۰- در تابع خطی $f(x) + ax = 14$ اگر $f^{-1}(2) = 4$ باشد، a کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ >= یازدهم

۸۱- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ ، دامنه تابع $\frac{f}{g}(x)$ کدام است؟

۱) $[0, 2)$ ۲) $(-\infty, 0]$ ۳) $(-\infty, 2)$ ۴) $(-\infty, 0] \cup \{2\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۲- اگر $f = \{(1, 2), (3, 4), (5, 3), (4, 1)\}$ و $g = \{(4, 5), (3, 2), (1, 7), (2, 0)\}$ باشند، برد $f + g$ کدام است؟

۱) $\{3, 6, 9\}$ ۲) $\{6, 9\}$ ۳) $\{2, 5, 7\}$ ۴) $\{6, 7, 9\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۳- اگر $f = \{(1, 2), (4, 5), (3, 1)\}$ و $g = \{(1, 5), (6, 3), (3, 2)\}$ ، برد تابع $f + g$ کدام است؟

۱) $\{7, 3\}$ ۲) $\{7, 5, 3\}$ ۳) $\{8, 3\}$ ۴) $\{7, 4\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم >= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۴- دو تابع $f = \{(2, 5), (1, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ و $g(x) = \frac{2x+5}{x-1}$ مفروض‌اند. برد تابع $(\frac{g}{f})(x)$ کدام است؟

- (۱) $\{\frac{7}{5}, \frac{5}{2}, \frac{17}{10}\}$ (۲) $\{\frac{7}{5}, \frac{5}{4}, \frac{9}{10}\}$ (۳) (۴) $\{\frac{9}{5}, \frac{5}{4}, \frac{17}{10}\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۵- اگر $f(x) = \sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}}$ و $g(x) = \sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}}$ باشد، برای $2 \leq x \leq 4$ ، ضابطه تابع $f(x) + g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $x - 2$ (۴) $x - 4$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۶- اگر $f = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 0)\}$ و $g = \{(0, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{g} + \frac{g}{f}$ کدام است؟

- (۱) $\{(1, \frac{5}{2}), (2, 2)\}$ (۲) $\{(0, 0), (2, 2)\}$ (۳) $\{(1, \frac{5}{2}), (2, 1), (1, 2)\}$ (۴) $\{(0, 0), (1, \frac{1}{2}), (2, 2)\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۷- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = 2 - x$ باشد، مقدار $\frac{(f \cdot g)(4)}{(f + g)(4)}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{2}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۸- دو تابع $f = \{(2, -1), (3, 4), (1, 5), (4, 6)\}$ و $g = \{(4, -1), (3, 1), (5, 4), (1, 2)\}$ مفروض‌اند. برد تابع $-f + 2g$ کدام است؟

- (۱) $\{-2, -1, -5\}$ (۲) $\{-2, 3, -8\}$ (۳) $\{-2, -1, -8\}$ (۴) $\{1, -3, -5\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۹- اگر $f(x) = 2x - 4$ باشد، تابع $f(x) + |f(x)|$ در کدام بازه ثابت است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $[2, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -2]$ (۴) $[-2, +\infty)$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۰- اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = -x + 5$ باشد، مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $f + g$ و $f - g$ و محور y ها کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۱- اگر f و g دو تابع خطی باشند، کدام یک از توابع زیر ممکن است خطی نباشد؟

- (۱) $f + g$ (۲) $f - g$ (۳) $2f - 3g$ (۴) $f \cdot g$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۲- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & 0 \leq x \leq 5 \\ 3x + 7 & x > 5 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & 0 \leq x \leq 10 \\ -2x + 4 & x > 10 \end{cases}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $(f+g)(x)$ کدام است؟

(۱) $\begin{cases} 3x^2 + 4x + 11 & 0 \leq x \leq 5 \\ x^2 + 4 & 5 < x \leq 10 \\ x + 11 & x > 10 \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} 3x^2 + x & 0 \leq x \leq 5 \\ x + 11 & x > 5 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} 3x^2 + x & 0 \leq x \leq 5 \\ x^2 + 4 & 5 < x \leq 10 \\ x + 11 & x > 10 \end{cases}$

(۴) $\begin{cases} 3x^2 + x & 0 \leq x \leq 5 \\ 2x^2 + 2x + 7 & 5 < x \leq 10 \\ x + 11 & x > 10 \end{cases}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۳- اگر $f = \{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 2)\}$ و $g = \{(1, 3), (3, 2), (5, 4), (2, 7)\}$ باشند، برد تابع $f+g$ کدام است؟

(۱) $\{12, 6, 9, 7\}$ (۲) $\{12, 6, 9, 8\}$ (۳) $\{6, 9, 7\}$ (۴) $\{12, 6, 9\}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۴- اگر $f(x) = x\sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{12-3x}}$ باشد، دامنه تابع $f(x) + g(x)$ کدام است؟

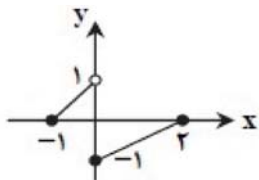
(۱) $[2, 4)$ (۲) $(2, 4]$ (۳) $(0, 2]$ (۴) $[3, 4]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

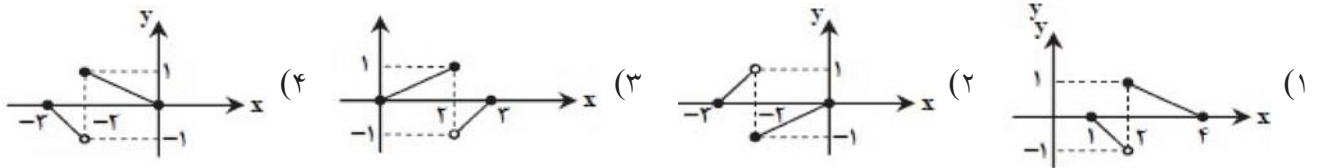
۹۵- اگر دامنه تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + 2x + 2$ برابر $[-2, 0]$ باشد، دامنه تابع $y = f(x-2)$ کدام است؟

(۱) $[0, 1]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) $[1, 2]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۹۶- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. نمودار تابع $y = -f(x+2)$ کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ x & x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 3x & x \geq 2 \end{cases}$ ، ضابطه‌ی تابع $y = f(x) - g(x)$ کدام است؟

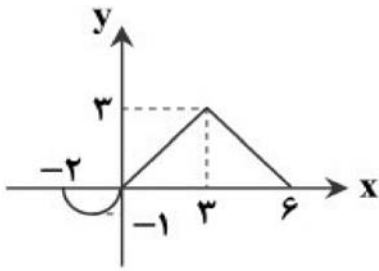
(۱) $y = \begin{cases} -2x & x < 1 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \\ -x & x \geq 2 \end{cases}$

(۲) $y = \begin{cases} -x & x < 1 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \\ -2 & x \geq 2 \end{cases}$

(۳) $y = \begin{cases} 6x & x < 1 \\ 4x & x \geq 2 \end{cases}$

(۴) $y = \begin{cases} -2x & x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

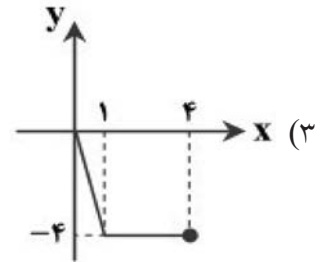
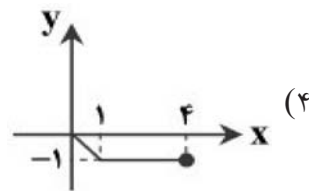
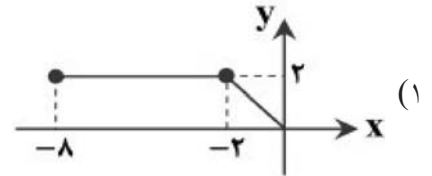
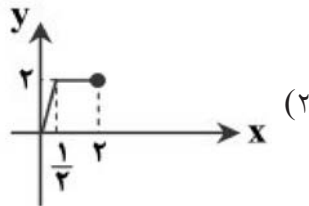
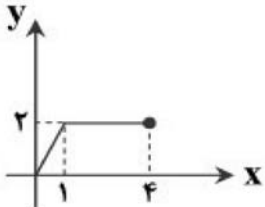


۹۸- شکل مقابل نمودار تابع $y = 3f(x + 2)$ است. نمودار تابع $y = f(x)$ در چند نقطه نمودار تابع $y = 1$ را قطع می‌کند؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۹- نمودار مقابل مربوط به تابع $y = -2f(x)$ است. کدام گزینه نمودار $y = f(x)$ را نشان می‌دهد؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

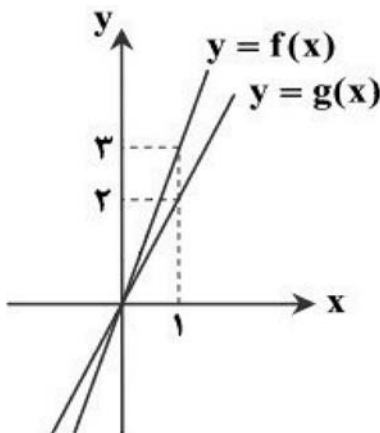
۱۰۰- اگر $f = \{(2, 3), (4, 5), (3, 10)\}$ و $g = \{(3, 4), (-2, 1), (4, 2), (5, 3)\}$ ، برد تابع $\frac{g}{f}$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۱- دو تابع خطی $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر داده شده‌اند.

ضابطه تابع $y = (f + g)(x)$ کدام است؟



- ۱ (۱) $y = \frac{3}{2}x$
- ۲ (۲) $y = 4x$
- ۳ (۳) $y = 5x$
- ۴ (۴) $y = \frac{5}{2}x$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۲- نمودار $y = |x|$ را ابتدا دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. در پایان، نمودار حاصل را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم. ضابطه تابع به وجود آمده کدام است؟

(۱) $y = |x - 2| - 1$ (۲) $y = 1 - |x - 2|$ (۳) $y = 1 - |x + 2|$ (۴) $y = -1 - |x + 2|$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۳- اگر $f = \{(2, 4), (4, 6), (5, 0)\}$ و $g = \{(5, -2), (7, 0), (6, 1), (2, 0)\}$ تابع $f \times g$ کدام است؟

(۱) $\{(2, 4), (5, 0), (0, 5)\}$ (۲) $\{(2, 2), (5, -2)\}$ (۳) $\{(0, 2), (1, 5), (2, 6)\}$ (۴) $\{(2, 0), (5, 0)\}$

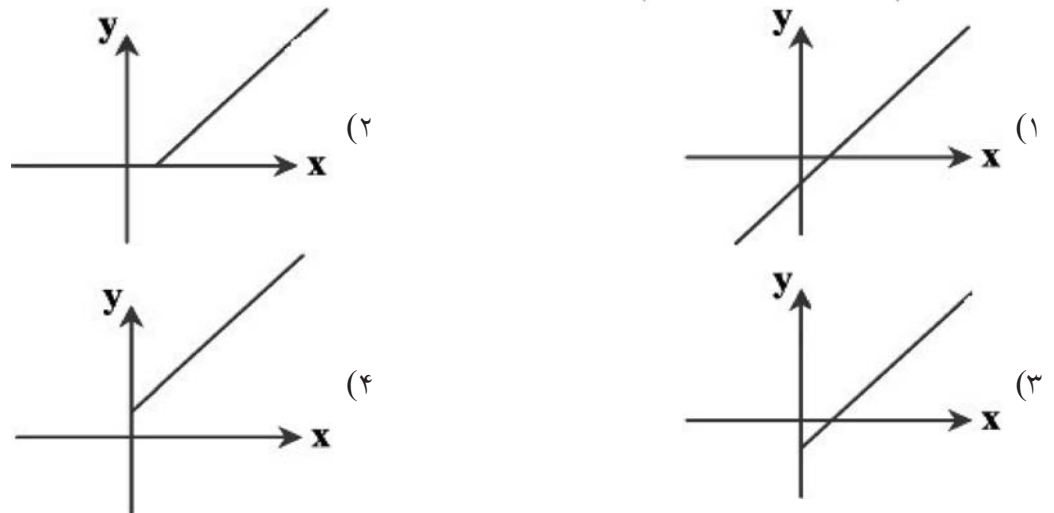
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۴- اگر توابع f و g به صورت $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ و $f(x) = 2x$ و $g = \{(1, \frac{2}{3}), (4, -1), (5, 1), (6, 4)\}$ تعریف شوند، تابع $f + g^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\{(1, 7), (4, 14)\}$ (۲) $\{(5, 3), (6, 12)\}$ (۳) $\{(1, \frac{1}{3}), (4, 7)\}$ (۴) $\{(5, 11), (6, 12)\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۵- اگر $f(x) = \sqrt{x} + 1$ و $g(x) = \sqrt{x} - 1$ ، نمودار تابع $y = f(x) \cdot g(x)$ کدام است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۶- اگر $f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\}$ و $g = \{(-1, 1), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\}$ تابع $f + g$ کدام است؟

(۱) $\{(2, 7), (3, 4), (0, -2)\}$ (۲) $\{(2, 7), (3, 4)\}$ (۳) $\{(2, 9), (3, 4), (0, 1)\}$ (۴) $\{(2, 9), (3, 4)\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۷- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = x - 2$ ، دامنه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ کدام است؟

(۱) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{2\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, 2\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۸- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ و $g(x) = 3\sqrt{6-2x}$ ، آن گاه دامنه تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

(۲) $D = (-\infty, 3) - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

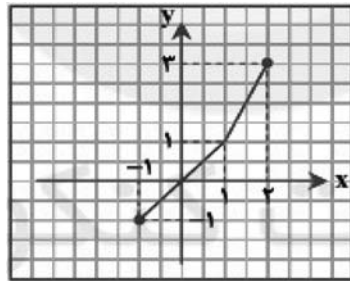
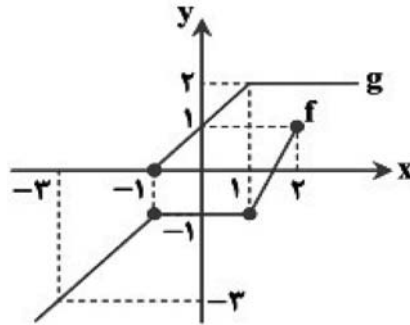
(۱) $D = (-\infty, 3] - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

(۴) $D = (-\infty, 3] - \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$

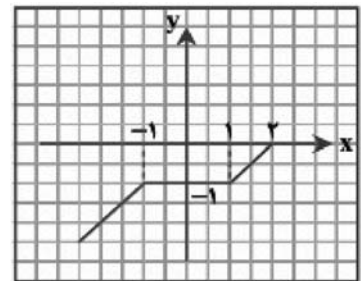
(۳) $D = (-\infty, 3) - \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

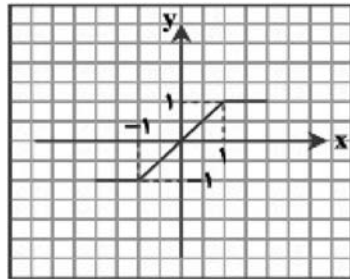
۱۰۹- نمودار دو تابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار $f + g$ در کدام گزینه آمده است؟



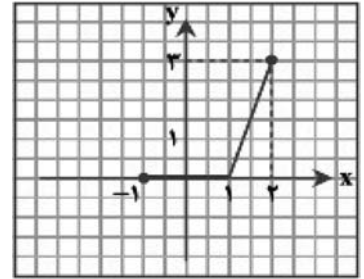
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۱۰- اگر $f = \{(1, 2), (2, 9), (5, 7), (6, 10), (11, 4)\}$ و $g(x) = 2x + b$ ، آن گاه اگر $(g + f^{-1})(2) = 7$ باشد، b کدام است؟

(۴) ۳

(۳) -۶

(۲) ۲

(۱) -۳

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷ <= یازدهم

۱۱۱- اگر $(f + g)(x) = 2x + 7$ و $(2f - g)(x) = 4x + 2$ باشد، مقدار $(3f - g)(5)$ کدام است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۳۲

(۲) ۳۰

(۱) ۳۵

سوالات و مطالب تالیفی <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷ <= یازدهم

۱۱۲- اگر $(f+g)(x) = 3x + 9$ و $(f-g)(x) = 5x - 1$ باشد، مقدار $(\frac{f}{g})(3)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۱۳- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 3)\}$ و $g = \{(1, 4), (4, 0), (5, 2), (3, 1)\}$ تابع $f+g$ برابر است با:

- (۱) $\{(1, 2), (4, 3)\}$ (۲) $\{(1, 4), (4, 0)\}$ (۳) $\{(1, 3), (4, 6)\}$ (۴) $\{(1, 6), (4, 3)\}$

سوالات و مطالب تالیفی => ریاضی. => ۸۰-۸۱. و سوالات و مطالب تالیفی => تجربی. => ۸۰-۸۱.

۱۱۴- اگر $(f+g)(x) = 2x + 7$ و $(f-g)(x) = 7x - 1$ باشد، $(f \times g)(2)$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۱۵- اگر $g(x) = 4x + 1$ و اگر $x_0 = f(3)$ باشد، مقدار $(g - 3f)(x_0)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶۴ (۳) ۵ (۴) -۶۴

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۱۶- اگر $f = \{(-1, 2), (1, 4), (2, 3), (-3, 1)\}$ و $g = \{(-1, 3), (2, 5), (4, 7)\}$ باشد، $\frac{f}{g}$ کدام است؟

- (۱) $\{(1, 4), (-3, 1)\}$ (۲) $\left\{ \left(-1, \frac{3}{2}\right), \left(2, \frac{5}{3}\right) \right\}$ (۳) $\left\{ \left(-1, \frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{3}{5}\right) \right\}$ (۴) $\{(-3, 1), (4, 7), (1, 4)\}$

سوالات و مطالب تالیفی => تجربی. => ۸۱-۸۲.

۱۱۷- اگر $f(x) = x^2 + x - 1$ و $g(x) = mx + 4$ و $(f - 3g)(2) = 11$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۲

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۱۸- اگر $f(x) = 6x + 1$ باشد، مقدار $(f + f^{-1})(7)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۵۰ (۴) ۴۴

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۱۹- اگر $(f+g)(x) = 2x - 7$ و $(f-g)(x) = 4x - 1$ باشد، در کدام بازه $(f \times g)(x)$ بالای محور x ها قرار دارد؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-\infty, 0)$ (۴) $(1, 5)$

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

۱۲۰- اگر $f(x) = \sqrt{x-a} + b$ ، $g(x) = \sqrt{10-x} + 3$ و $(f+g)(1) = 8$ و $D_{f+g} = [1, 10]$ باشد $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۱۲

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷-۹۶ => یازدهم

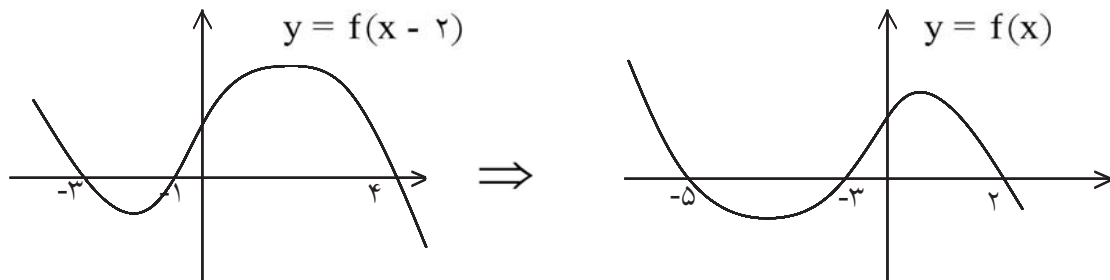
۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[x - 2] = 1 \Rightarrow [x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4 \Rightarrow f(x) = (x - 3) + (x - 4) = 2x - 7$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow 2x^2 + x - 17 = 2x - 7 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق} & x = -2 \\ \text{غ ق ق} & x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

در فاصله‌ی (۳, ۴) نمی‌باشند.

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که نمودار $y = f(x - 2)$ داریم برای رسم $y = f(x)$ باید نمودار را دو واحد به طرف چپ منتقل کنیم.



$$\sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \xrightarrow[\text{هم علامت باشند}]{\text{باید } f(x) \text{ و } x} \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \\ x \leq 0 \text{ و } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, -3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = [-5, -3] \cup [0, 2]$$

۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $x^2 + x < 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ است. حال برای تعیین حاصل

$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$$

کافی است حدود عبارت‌های داخل براکت‌ها را مشخص کنیم. داریم:

$$\begin{cases} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ \begin{array}{l} \text{به توان ۲ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \\ \text{به توان ۳ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \Rightarrow -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \\ \text{به توان ۴ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0 \end{array} \end{cases} \Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = [x]$ است. برای تعیین مقادیر تابع $f(x - f(x))$ یا همان $f(x - [x])$ کافی است به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی $x - [x]$ همواره در فاصله‌ی (۰, ۱) تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

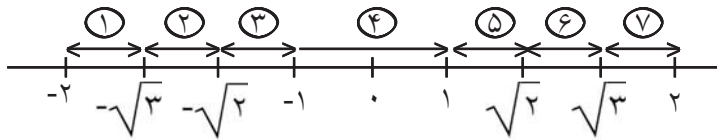
$$-1 \leq x^2 + x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x + 2|} \Rightarrow -x + |-x + 2| \geq 0$$

$$\Rightarrow x \leq |x - 2| \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}} x^2 \leq x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x \leq 1$$

۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(2 - x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \Rightarrow 0 \leq 3 - x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 3]$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{2}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

۱۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{n^2 - 2n} = \sqrt{(n-1)^2 - 1} \Rightarrow n-2 < \sqrt{n^2 - 2n} < n-1 \Rightarrow \left[\sqrt{n^2 - 2n}\right] = n-2$$

$$\sqrt{4n^2 - 3n + 1} = \sqrt{(2n-1)^2 + n} \Rightarrow 2n-1 < \sqrt{4n^2 - 3n + 1} < 2n \Rightarrow \left[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}\right] = 2n-1$$

$$\left[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}\right] - 2\left[\sqrt{n^2 - 2n}\right] = (2n-1) - 2(n-2) = 3$$

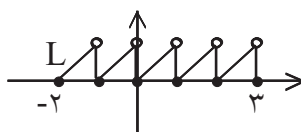
راه حل دوم: چون این رابطه برای همه اعداد طبیعی $n \geq 3$ برقرار است پس:

$$n=3 \rightarrow \text{عبارت} = \left[\sqrt{36-9+1}\right] - 2\left[\sqrt{3}\right] = 3$$

۱۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{-2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x+1}{1-x^2}$$



۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $(n, L) = (5, \sqrt{2})$ زوج مرتب $-2 < x < 3$

$$0 \leq y < 1 \\ L = \sqrt{2}$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر $x \neq 0$ باشد $\frac{x^2 - 2x}{x} = x - 2$ در حالت $x = 0$ مقدار تابع برابر ۲- است.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{4 - x^2}{1 + 4x^2} \Rightarrow x^2(4y + 1) = 4 - y \Rightarrow x^2 = \frac{4 - y}{1 + 4y} \Rightarrow -\frac{1}{4} < y \leq 4$$

دامنه تابع $[-\frac{1}{4}, 4]$ است.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = 2 - \frac{9}{f(x) + 3}, f(x) \geq 0 \Rightarrow g(x) < 2, g(x) \geq 2 - 3$$

پس برد تابع مطلوب $[-1, 2)$ است.

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با در نظر گرفتن $x \in \mathbb{R}$ داریم $y = \frac{1 - x^2}{1 + x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1 - y}{1 + y}$ در نتیجه $\frac{1 - y}{1 + y} \geq 0$ پس $-1 < y \leq 1$ برد تابع

بازه $(-1, 1]$ است.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $x \in \mathbb{R}$ از معادله مفروض x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم.

$$yx^2 - 2x + y = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2 - y^2}$$

چون $x \in \mathbb{R}$ است الزاماً $1 - y^2 \geq 0$ در نتیجه $-1 \leq y \leq 1$ یا $y \in [-1, 1]$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[x - \frac{1}{4} + 1 - 1 \right] + \left[x + \frac{1}{4} \right] = 2 \left[x + \frac{1}{4} \right] - 1$$

هریک از بازه‌های $(-\frac{1}{4}, -1)$ و $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$ و $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ و $(\frac{3}{4}, 1]$ نمایش یک پاره‌خط است. تعداد آن‌ها برابر است

با ۴.

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از معادله مفروض x بر حسب y محاسبه شود.

$$y = \frac{x}{1 + x^2} \Rightarrow yx^2 - x + y = 0$$

چون دامنه تابع \mathbb{R} است الزاماً $1 - 4y^2 \geq 0$ پس $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4y^2}}{2y}$

$$y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر جزء صحیح عددی صفر باشد آن عدد در باز $(۰, ۱)$ قرار دارد.

$$۰ \leq \frac{x-2}{2x+1} < 1 \Rightarrow \left(\frac{x-2}{2x+1} \geq 0, \frac{-x-3}{2x+1} < 0 \right)$$

$$\left(\frac{x-2}{2x+1} \geq 0, \frac{x+3}{2x+1} > 0 \right)$$

جواب مشترک دو نامعادله حاصل به صورت $x \geq 2$ یا $x < -3$ است. یا دو بازه $[2, +\infty)$ و $(-\infty, -3)$ است.

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$|x+2| + |x-2| - 8 \geq 0 \Rightarrow |x+2| + |x-2| \geq 8$$

x	2	-2
$-x-2-x+2 \geq 8$	$x+2-x+2 \geq 8$	$x+2+x-2 \geq 8$
$-2x \geq 8$	$4 \geq 8$	$2x \geq 8$
$x \leq -4$	غیرقابل قبول	$x \geq 4$
قابل قبول		قابل قبول
$4x \geq 8$	$4x \geq 8$	
غیرقابل قبول	غیرقابل قبول	

$$\Rightarrow D_f: (x \leq -4 \cup x \geq 4)$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in Z \text{ غیرقابل قبول} \\ -1 & x \notin Z \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

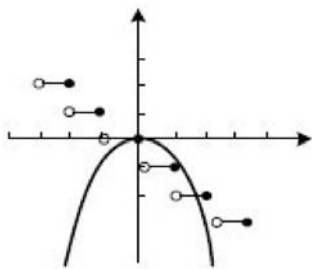
$$۰ \leq x - [x] < 1 \Rightarrow \begin{cases} y = x - [x] = 0 & x \in Z \\ 0 < y = x - [x] < 1 & x \notin Z \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x - [x]}}{-1} = -\sqrt{x - [x]} = -\sqrt{y}$$

در نتیجه:

$$۰ < y < 1 \Rightarrow ۰ < \sqrt{y} < 1 \Rightarrow -1 < -\sqrt{y} < ۰ \Rightarrow R_f = (-1, ۰)$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$x^2 + [-x] = 0 \Rightarrow [-x] = -x^2$$

$$\begin{cases} y_1 = -x^2 \\ y_2 = [-x] \end{cases}$$

طول نقاط تلاقی نمودار دو تابع y_1 و y_2 ریشه‌های معادله هستند.

یک ریشه $x = 0$ و ریشه دیگر $x = 1$ و ریشه دیگر $1 < x < 2$ است.

$$1 < x < 2 \Rightarrow -2 < -x < -1 \Rightarrow [-x] = -2$$

$$-x^2 = -2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \text{ قابل قبول} \\ x = -\sqrt{2} \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

در نتیجه:

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{(4n)^2} \leq \sqrt{16n^2 + 8n} < \sqrt{(4n+1)^2} \Rightarrow 4n \leq \sqrt{16n^2 + 8n} < 4n+1$$

$$\left[\sqrt{16n^2 + 8n} \right] = 4n$$

در نتیجه:

$$4n^2 \leq 4n^2 + 8n < 4n^2 + 8n + 1$$

$$\sqrt{(3n)^2} \leq \sqrt{9n^2 + 6n} < \sqrt{(3n+1)^2} \Rightarrow 3n \leq \sqrt{9n^2 + 6n} < 3n+1$$

$$\left[\sqrt{9n^2 + 6n} \right] = 3n$$

در نتیجه:

$$4n - 3n = n$$

بنابراین:

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x \geq 0, 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_f = [0, 1]$$

$$x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = [0, 1] \Rightarrow D_f = D_g$$

الف: $f = g$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} = \sqrt{x(1-x)} = \sqrt{x-x^2} = g(x)$$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$0 \leq \frac{x^2}{1+x^2} < 1 \Rightarrow \left[\frac{x^2}{1+x^2} \right] = 0 \Rightarrow f(x) = g(x)$$

ب: $f = g$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = g(x) = 1$$

پ: $f = g$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f = D_g$$

ت: $f \neq g$

$$f(x) = \sqrt{\sin^2 x} = |\sin x| \neq \sin x = g(x)$$

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $\alpha \in \mathbb{Z}$ باشد آن گاه $[x + \alpha] = [x] + \alpha$ پس می توان نوشت:

$$\left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} \right] = \left[x - \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{2}{3} - 1 \right] + 1 = 2 \left[x - \frac{1}{3} \right] + 1$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۲ جزء دامنه تابع شکل داده شده نیست پس با تابع $y = \frac{1}{3}x$ مساوی نمی تواند باشد.

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{5} \Rightarrow [x_1 + x_2] = \left[-\frac{6}{5}\right] = -\frac{6}{5}$$

$$5x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 35}}{5} = \frac{-3 \pm \sqrt{44}}{5} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 2\sqrt{11}}{5} \\ x_2 = \frac{-3 - 2\sqrt{11}}{5} \end{cases}$$

$$[x_1] = \left[\frac{-3 + 2\sqrt{11}}{5}\right] = 0, [x_2] = \left[\frac{-3 - 2\sqrt{11}}{5}\right] = -1$$

$$[x_1] + [x_2] + [x_1 + x_2] - [x_1 x_2] = 0 - 1 - 1 - (-2) = -2$$

در نتیجه:

بنابراین:

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^{2n} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{x^{2n} + 1}{x^{2n} + 2} < 1 \Rightarrow \left[\frac{x^{2n} + 1}{x^{2n} + 2}\right] = 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow R_f = \{0\}$$

در نتیجه:

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ مساوی‌اند، هرگاه:

الف) دامنه $f(x)$ با دامنه $g(x)$ برابر باشد.

ب) به ازای هر x از این دامنه مشترک نیاز داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

با توجه به نکته بالا باید داشته باشیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x(x^2 + 2)}{ax^2 + bx + c} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + 2}{ax^2 + bx + c} = \frac{1}{2} \Rightarrow ax^2 + bx + c = 2(x^2 + 2)$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = 2x^2 + 4$$

$$a = 2, \quad b = 0, \quad c = 4$$

$$a + b + c = 2 + 0 + 4 = 6$$

برای اینکه رابطه بالا به ازای هر x برقرار باشد، باید داشته باشیم:

پس:

دقت کنید که به ازای این مقادیر، دامنه هر دو تابع برابر \mathbf{R} است، پس با هم برابرند.

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دو تابع f و g را برابر می‌نامیم، هرگاه:

الف) دامنه تابع f و دامنه تابع g با هم برابر باشند.

ب) به ازای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

با استفاده از نکته بالا، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } \begin{cases} f(x) = x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{1\} \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$$

$$\text{گزینه ۲: } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} \Rightarrow D_f = (2, +\infty) \\ g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} \Rightarrow D_g = (2, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$$

همچنین داریم $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{(\sqrt{x-2})^2} = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ پس به ازای هر $x \in D_f = D_g$ داریم $f(x) = g(x)$.

بنابراین: $f = g$

$$\text{گزینه ۳: } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2(x-1)} \Rightarrow D_f = [1, +\infty) \cup \{0\} \\ g(x) = |x|\sqrt{x-1} \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$$

$$\text{گزینه ۴: } \begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x} \\ g(x) = \frac{x+1}{x} \end{cases} : f(1) = 0, g(1) = 2 \Rightarrow f \neq g$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق نمودار، این تابع از نقطه $(0, 2|a|)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$f(0) = 2|a| \Rightarrow \sqrt{5-a} = 2|a| \Rightarrow 5-a = 4a^2 \Rightarrow 4a^2 + a - 5 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -\frac{5}{4}$$

$a = 1$ غیرقابل قبول است زیرا به ازای آن، تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = \sqrt{x+4}$ درمی‌آید که دامنه آن

$[-4, +\infty)$ است و نمی‌تواند مطابق نمودار داده شده باشد، پس فقط $a = -\frac{5}{4}$ قابل قبول است.

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: دو تابع f و g را برابر می‌نامیم هرگاه: الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.

ب) به ازای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

نکته: توابع کسری در نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند، تعریف نشده‌اند.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \cos\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow y = 1; D = \mathbb{R} - \{0\}$

گزینه ۲

گزینه ۳: $y = \frac{[x]}{x} \Rightarrow y = 1; D = \mathbb{R} - \{x \mid [x] = 0\} = \mathbb{R} - [0, 1)$

گزینه ۴: $y = \frac{2^x - 1}{2^x - 1} \Rightarrow y = 1; D = \mathbb{R} - \{x \mid 2^x - 1 = 0\} \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0\}$

بنابراین گزینه «۳» با سایر گزینه‌ها برابر نیست، زیرا دامنه متفاوتی دارد.

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در صورتی برابرند که:

(۱) دامنه‌شان برابر باشد ($D_f = D_g$)

(۲) به ازای هر x از این دامنه مشترک، داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

نکته: $|x - a| = \begin{cases} x - a & x \geq a \\ -(x - a) & x < a \end{cases}$

تابع $g(x)$ را می‌توان به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت:

$$g(x) = \frac{|x - 2|}{x - 2} = \begin{cases} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 & x > 2 \\ -\frac{x - 2}{x - 2} = -1 & x < 2 \end{cases}$$

طبق فرض تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x > a \\ b & x < c \end{cases}$ برابر است. از مقایسه این دو تابع نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \Rightarrow a + b + c = 2 + (-1) + 2 = 3 \\ c = 2 \end{cases}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $k \in \mathbb{Z}$ داریم: $[x] = k \Leftrightarrow k \leq x < k + 1$

$$\begin{cases} 0 < \frac{37}{41} < 1 \Rightarrow 0 < \left(\frac{37}{41}\right)^3 < 1 \Rightarrow \left[\left(\frac{37}{41}\right)^3\right] = 0 \\ -1 < \frac{-13}{51} < 0 \Rightarrow -1 < \left(\frac{-13}{51}\right)^5 < 0 \Rightarrow \left[\left(\frac{-13}{51}\right)^5\right] = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{37}{41}\right)^3\right] + \left[\left(\frac{-13}{51}\right)^5\right] = 0 + (-1) = -1$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: دو تابع f و g برابرند، هرگاه:
الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.
ب) برای هر x از این دامنه یکسان، داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

$$\text{نکته: } \sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - x^3} = \sqrt{x^2(1-x)} = \sqrt{x^2} \times \sqrt{1-x} = |x|\sqrt{1-x}$$

طبق فرض این تابع با تابع $f(x) = x\sqrt{1-x}$ برابر است. پس باید داشته باشیم:

$$|x| = x \Rightarrow x \geq 0 \quad (*)$$

از طرفی باید عبارت $\sqrt{1-x}$ تعریف شده باشد، پس:

$$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \quad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم: $0 \leq x \leq 1$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: بزرگ‌ترین عدد صحیح نایبتر از x جزء صحیح x نام دارد.

$$\text{نکته: } n \in \mathbb{Z} : [x] = n \Leftrightarrow n \leq x < n+1$$

$$\left[-\frac{x}{3}\right] = 2 \Rightarrow 2 \leq -\frac{x}{3} < 3 \xrightarrow{\times(-3)} -9 < x \leq -6$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو تابع در حالی برابرند که دامنه آن‌ها برابر و برد (ضابطه) آن‌ها یکسان باشند. برد تابع

$$y = x - 1 \text{ برابر } R \text{ است. با توجه به تابع } \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1} = \frac{(x^2 + 1)(x - 1)}{x^2 + 1} = x - 1 \text{ با برد } R \text{ برابر تابع}$$

مفروض است.

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: دو تابع f و g را برابر می‌نامیم، هرگاه:

الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشد.

ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

$$\text{تابع } f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} \text{ دارای دامنه } [0, \infty) \text{ و ضابطه } 1 \text{ است.}$$

حال به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: این تابع دارای دامنه $[0, \infty)$ و ضابطه $g(x) = 1$ است.

گزینه ۲: این تابع دارای دامنه $[0, \infty)$ و ضابطه $h(x) = 1$ است.

گزینه ۳: این تابع دارای دامنه $[0, \infty)$ و ضابطه $s(x) = 1$ است.

گزینه ۴: این تابع دارای دامنه $\{2\} - (0, +\infty)$ و ضابطه $t(x) = 1$ است.

دامنه تابع گزینه ۴ با دامنه $f(x)$ متفاوت است. بنابراین $f(x)$ با $t(x)$ برابر نیست.

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

{

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون f^{-1} تابع است الزاماً $a = 3$ و $b = 5$ پس $f^{-1} = \{(3, 5), (4, 2), (2, 3)\}$ اگر (x, y) واقع در زیر نیمساز ربع اول باشد $x > y$ فقط ۱ نقطه در f^{-1} چنین است.

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 3x + 5 \Rightarrow x = \frac{y-5}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x-5) \Rightarrow f^{-1}(3x+2) = \frac{1}{3}(3x+2-5) = x-1$$

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر $f(a) = b$ باشد آنگاه $f^{-1}(b) = a$ است. از بین نقاط گزینه‌ها داریم $f(-2) = \frac{-4-1}{-2+3} = -5$ پس f^{-1} از نقطه $(-5, -2)$ می‌گذرد.

۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

قرینه نسبت به نیمساز ربع اول نمودار معکوس تابع خطی است که ضابطه آن $y = \frac{6+2x}{3}$ است. عرض از مبدأ آن به ازای $x = 0$ برابر است با ۲

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است رابطه معکوس تابع خطی محاسبه شود.

$$2y + 3x = 12$$

$$x = \frac{12-2y}{3} \Rightarrow y = \frac{12-2x}{3} \Rightarrow 3y + 2x = 12$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه معکوس تعیین شود.

$$y = 2x - 5 \Rightarrow x = \frac{y+5}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2} \Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{3}{2}, f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{13}{4}$$

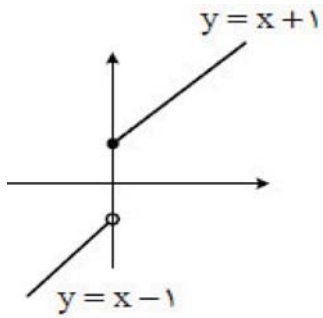
$$\frac{3}{2} + \frac{13}{4} = \frac{19}{4}$$

مجموع آنها

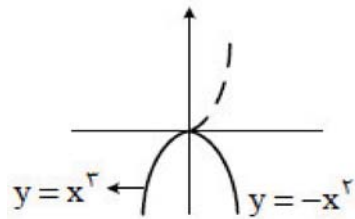
۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع یک به یک دو عضو با مختصات اول مساوی یا مختصات دوم مساوی هم موجود نیست. پس دو عضو $(2, 6)$ و $(-2, 3)$ حذف شوند یعنی ۲ عضو حذف شوند.

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
الف: یک به یک است.

(الف)



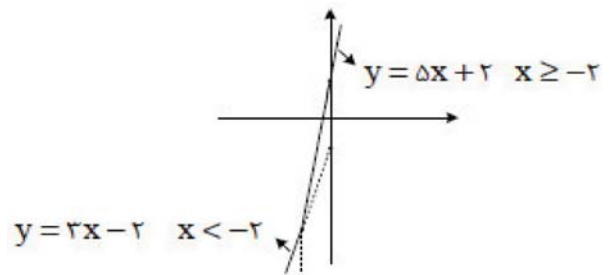
(ب)



(پ)

ب: یک به یک نیست.

پ: یک به یک است.



۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
الف: تابعی یک به یک است.

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + 1}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + 1}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 + 1} = \frac{x_2^2}{x_2^2 + 1}$$

$$\Rightarrow x_1^2(x_2^2 + 1) = x_2^2(x_1^2 + 1)$$

$$x_1^2 x_2^2 + x_1^2 = x_2^2 x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 & \text{قابل قبول} \\ x_1 = -x_2 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

در نتیجه:

گزینه ۱: یک به یک نیست:

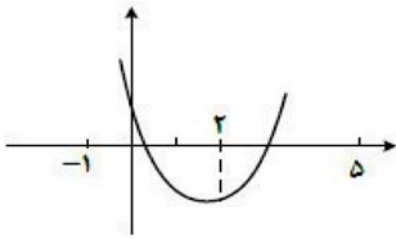
$$f(1) = 1^2 - [1] = 0 = f(0) = 0^2 - [0] = 0 \quad \text{ولی} \quad 0 \neq 1$$

گزینه ۳: یک به یک نیست:

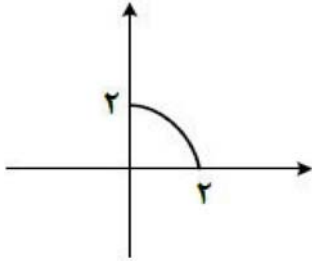
$$f(1) = \text{Log}|1| = 0 = f(-1) = \text{Log}|-1| = \text{Log}1 = 0 \quad \text{ولی} \quad -1 \neq 1$$

گزینه ۴: یک به یک نیست:

$$f(1) = 2^{|1|} = 2^1 = 2 = f(-1) = 2^{|-1|} = 2^1 = 2 \quad \text{ولی} \quad -1 \neq 1$$



۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x) = 2(x - 2)^2 - 5$ شکل مقابل است در $x = 2$ می‌نیم دارد. با توجه به شکل در بازه $(-1, 5)$ یک به یک نیست. یعنی هر خط موازی محور x ها منحنی را در ۲ نقطه قطع می‌کند.



۵۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابعی یک به یک است که به ازای هر مقدار y فقط یک مقدار برابر x حاصل شود. تابع $y = \sqrt{4 - x^2}$, $0 \leq x \leq 2$ یک ربع دایره است در نتیجه یک به یک است.

۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -2x + 4 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}y + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

دامنه f^{-1} برابر برد تابع $f(x)$ است یعنی بازه $[-2, 8]$.

۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودارهای f و f^{-1} روی نیمساز ناحیه اول متقاطع‌اند پس $\frac{1}{3}x + 3 = x$ در نتیجه $x = 6$ نقطه تلاقی $(6, 6)$ که فاصله آن از مبدأ مختصات $6\sqrt{2}$ می‌باشد.

۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع $y = f(x)$ مقدار x را برحسب y محاسبه کرده و جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$y = 3x - 5 \Rightarrow x = \frac{y + 5}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{3}$$

۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قرینه هر خط نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم ضابطه وارون آن است از معادله خط x را برحسب y محاسبه کرده سپس جای x و y را با هم عوض می‌کنیم.

$$y = 2x - 6 \Rightarrow x = \frac{y + 6}{2} = \frac{1}{2}y + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

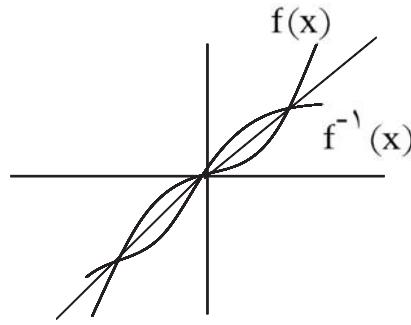
۵۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابعی یک به یک است که هر خط موازی محور x ها و هر خط موازی محور y ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن قرینه‌ی هر منحنی نسبت به خط $y = x$ کافی است جای متغیرهای x و y عوض شود. زیرا قرینه نسبت به نیمساز ربع اول و سوم همان تابع وارون است. پس:

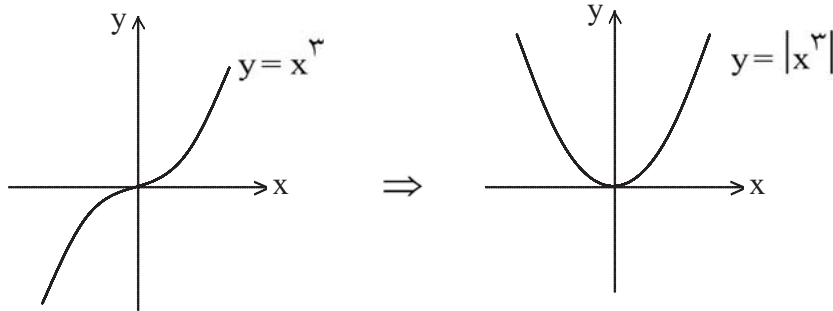
$$3x - 2y = 4 \Rightarrow 3x - 4 = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 2 \Rightarrow -2 = \text{عرض از مبدأ}$$

۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x(x) = x^2 & x \geq 0 \\ x(-x) = -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



۵۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

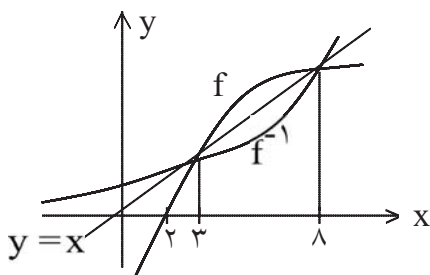
با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی $y = x - 7$ برای $x \geq 3$ صعودی است.

$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y + 7 = x \xrightarrow{y = x + 7}$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین $y \geq -4$ برای تابع معکوس محدوده‌ی دامنه می‌شود.

۶۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} x - f^{-1}(x) &\geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x) \\ &\xrightarrow{\text{اکیدا صعودی } f} f(x) \geq f(f^{-1}(x)) \\ &\Rightarrow f(x) \geq x \Rightarrow x \in [3, 8] \end{aligned}$$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته: برای محاسبه ضابطه تابع وارون $y = f(x)$ ، ابتدا x را بر حسب y به دست می آوریم، سپس x و y را جابه جا می کنیم.

ابتدا با استفاده از نکته بالا، ضابطه $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم:

بنابراین:

$$f(f^{-1}(4)) = f\left(\frac{5(4)+1}{2}\right) = f\left(\frac{21}{2}\right) = \frac{2\left(\frac{21}{2}\right)-1}{5} = 4$$

راه حل دوم:

نکته: $f(f^{-1}(x)) = x$ ، $f^{-1}(f(x)) = x$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$f(f^{-1}(4)) = 4$$

۶۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون f در معادله $y = f(x)$ ، مقدار x را بر حسب y به دست می آوریم، سپس x و y را جابه جا می کنیم.

ابتدا با استفاده از نکته بالا، ضابطه وارون تابع $y = 3x - a$ را به دست می آوریم:

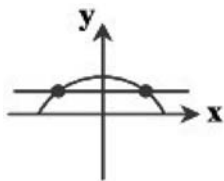
$$y = 3x - a \Rightarrow 3x = y + a \Rightarrow x = \frac{y + a}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + a}{3}$$

طبق فرض، ضابطه وارون تابع f به صورت $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{b}$ است. از مقایسه این دو عبارت نتیجه می گیریم:

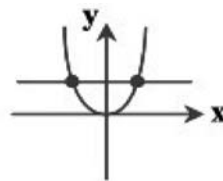
$$\frac{x + a}{3} = \frac{x - 1}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

۶۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تابع یک به یک، تابعی است که هر خط موازی محور X ها نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

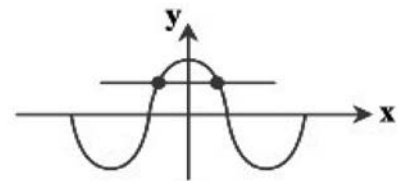
با توجه به نکته بالا و نمودارهای زیر، گزینه ۲ پاسخ است.



گزینه ۱



گزینه ۳



گزینه ۴

۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع باشند، طول نقاط تلاقی نمودارهای این دو تابع، جوابهای معادله $f(x) = g(x)$ است و برعکس.

نکته: اگر f تابعی یک‌به‌یک باشد، برای به‌دست آوردن نمودار تابع $f^{-1}(x)$ کافی است قرینه $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ به‌دست آوریم.

طبق فرض به‌ازای هر x داریم $f(x) < x$ ؛ یعنی نمودار تابع $f(x)$ همواره زیر خط $y = x$ قرار دارد، بنابراین نمودار $f^{-1}(x)$ همواره بالای خط $y = x$ واقع است، پس نمودار $f^{-1}(x)$ همواره بالای نمودار $f(x)$ قرار دارد و هیچ‌گاه با یکدیگر تقاطع ندارند.

محل برخورد تابع $y = f(x) - f^{-1}(x)$ با محور طول‌ها از حل معادله $f(x) - f^{-1}(x) = 0 \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$ به‌دست می‌آید. چون این دو نمودار با یکدیگر تقاطع ندارند، پس این معادله جواب ندارد.

۶۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد و داشته باشیم $f(a) = b$ ، آنگاه: $f^{-1}(b) = a$.
نکته: فرم کلی تابع خطی به‌صورت $y = ax + b$ است.

فرض کنیم ضابطه تابع به‌صورت $f(x) = ax + b$ باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{cases} f(2) = 4 \Rightarrow 2a + b = 4 \\ f^{-1}(-5) = -1 \Rightarrow f(-1) = -5 \Rightarrow -a + b = -5 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -2$$

بنابراین ضابطه این تابع خطی به‌صورت $f(x) = 3x - 2$ است. برای به‌دست آوردن مقدار خواسته‌شده ابتدا مقدار

$$f(4) = 3 \times 4 - 2 = 10 \Rightarrow f^{-1}(3 + f(4)) = f^{-1}(3 + 10) = f^{-1}(13)$$

را به‌دست می‌آوریم:

راه‌حل اول: اگر فرض کنیم $f^{-1}(13) = t$ ، می‌توان نتیجه گرفت $f(t) = 13$. بنابراین:

$$3t - 2 = 13 \Rightarrow 3t = 15 \Rightarrow t = 5$$

راه‌حل دوم:

نکته: برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند $f(x)$ ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان

x را برحسب y محاسبه می‌کنیم. سپس با تبدیل y به x ، ضابطه $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.
با استفاده از نکته، معکوس تابع خطی $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y = 3x - 2 \Rightarrow y + 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{y+2}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$f^{-1}(13) = \frac{13+2}{3} = 5$$

بنابراین:

۶۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: برای تابع وارون پذیر f داریم: $(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$
 نکته: دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) برابرند، اگر و تنها اگر: $a = c$, $b = d$

$$f = \{(2, a+1), (\sqrt{b}, 3)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(a+1, 2), (3, \sqrt{b})\}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$f^{-1} = \{(a-1, c+1), (d, b-2)\}$$

بنابراین:

واضح است که $a+1 \neq a-1$ پس:

$$\begin{cases} (a+1, 2) = (d, b-2) \\ (3, \sqrt{b}) = (a-1, c+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = b-2 \Rightarrow b = 4 \\ 3 = a-1 \Rightarrow a = 4 \\ a+1 = d \xrightarrow{a=4} d = 5 \\ \sqrt{b} = c+1 \xrightarrow{b=4} c = 1 \end{cases}$$

$$a + b + c + d = 4 + 4 + 1 + 5 = 14 \quad \text{بنابراین:}$$

۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر f تابعی وارون پذیر باشد، آنگاه:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: شیب خط گذرا از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر است با:

نکته: در تابع خطی $y = ax + b$ مقدار a را شیب خط می نامیم.

از شرطهای $f^{-1}(7) = 2$ و $f^{-1}(11) = 3$ ، نتیجه می شود که $f(2) = 7$ و $f(3) = 11$ ؛ یعنی تابع خطی f از روی

$$m = \frac{11 - 7}{3 - 2} = 4$$

نقطه $(2, 7)$ و $(3, 11)$ می گذرد، پس شیب آن برابر است با:

$$a + 5 = 4 \Rightarrow a = -1$$

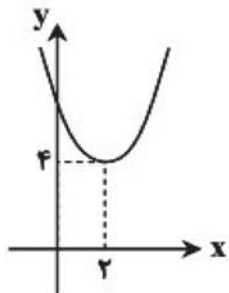
طبق فرض شیب این تابع خطی برابر $a + 5$ است، بنابراین:

۶۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تابع $f(x)$ یک به یک است، اگر هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

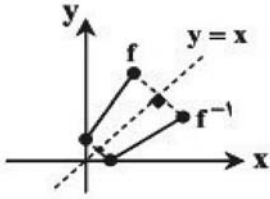
ابتدا می توان نوشت:

$$f(x) = (x-2)(x-4) + 2x = x^2 - 6x + 8 + 2x = x^2 - 4x + 8 = (x-2)^2 + 4$$

پس نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر می باشد که با توجه به گزینه ها، تنها در بازه $[-1, 2]$ یک به یک است.



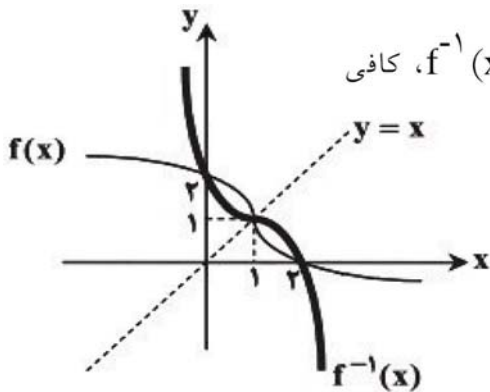
۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: نمودارهای $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (خط $y = x$) قرینه‌اند.



با استفاده از نکته بالا نمودار $f^{-1}(x)$ را رسم می‌کنیم.

۷۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای تعیین ضابطه وارون تابع خطی $y = ax + b$ ، ابتدا مقدار x را برحسب y تعیین می‌کنیم، سپس x و y را جابه‌جا می‌کنیم. با استفاده از نکته بالا، داریم:

۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ ، طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ است.



نکته: اگر $f(x)$ تابعی یک‌به‌یک باشد، برای به‌دست آوردن نمودار تابع $f^{-1}(x)$ ، کافی است قرینه $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به‌دست بیاوریم.

با استفاده از نکته بالا، نمودار $f^{-1}(x)$ را رسم می‌کنیم:

با توجه به شکل، واضح است که توابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ هر دو از سه نقطه $(0, 2)$ ، $(2, 0)$ و $(1, 1)$ می‌گذرند.

بنابراین معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ دارای سه جواب است.

۷۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته ۱: رابطه f که به‌صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها داده شده است، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول برابر نباشد؛ به عبارت دیگر، مؤلفه اول دو زوج مرتب برابر بود، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها هم برابر باشد.

نکته ۲: تابع f که به‌صورت مجموعه‌ای از زوج‌ها داده شده است، در صورتی یک‌به‌یک است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه دوم برابر نباشد؛ به عبارت دیگر، اگر مؤلفه‌های دوم دو زوج مرتب برابر بود، باید مؤلفه‌های اول آن‌ها هم برابر باشد.

$$\begin{cases} (2, 3a) \in f \\ (2, a-4) \in f \end{cases} \xrightarrow[\text{نکته ۱}]{f \text{ تابع است.}} 3a = a - 4 \Rightarrow a = -2$$

$$f = \left\{ (2, -6), (-2, 2), \left(\frac{b}{3}, -6\right) \right\} \text{ پس:}$$

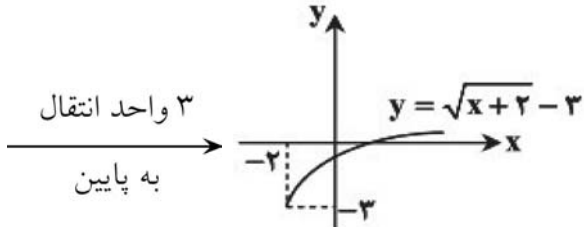
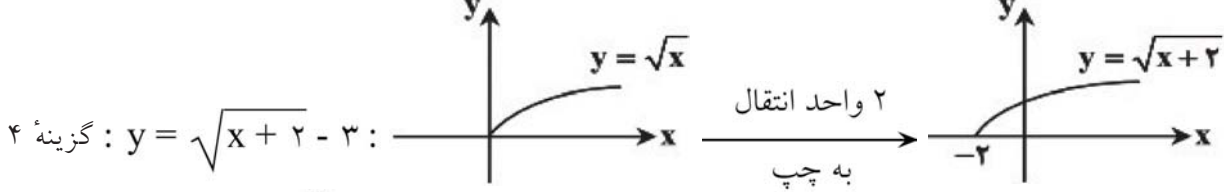
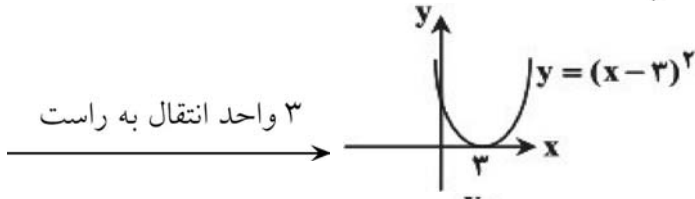
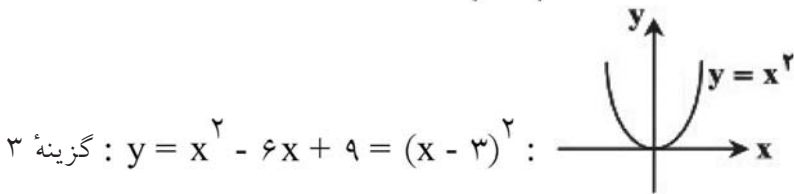
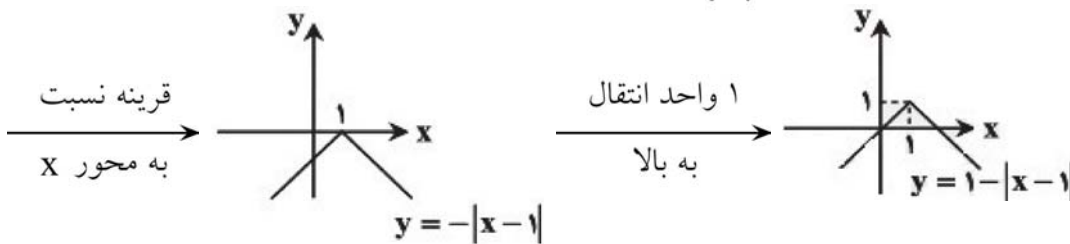
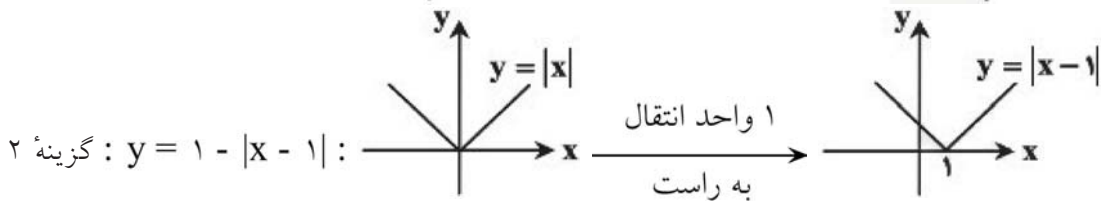
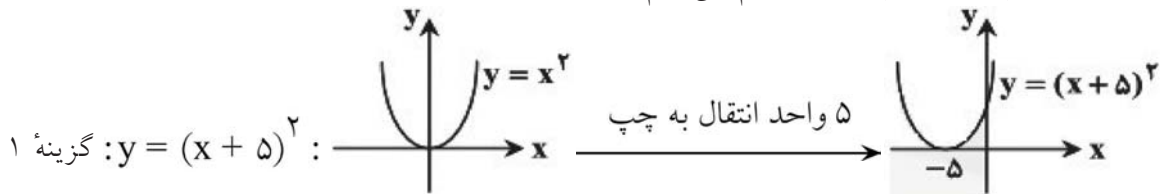
$$\begin{cases} (2, -6) \in f \\ \left(\frac{b}{3}, -6\right) \in f \end{cases} \xrightarrow[\text{نکته ۲}]{f \text{ یک به یک اظست.}} \frac{b}{3} = 2 \Rightarrow b = 6$$

$$ab = -8 \text{ بنابراین:}$$

۷۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

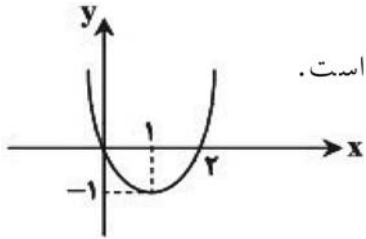
نکته: یک تابع در صورتی وارون پذیر است که یک به یک باشد.

نکته: یک تابع در صورتی یک به یک است که هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند. با توجه به نکات بالا، نمودار هر یک از گزینه‌ها را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودارها، واضح است که گزینه ۴ پاسخ است.

۷۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: یک تابع در صورتی یک‌به‌یک است که هر خط موازی محور X ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



با توجه به نمودار واضح است که تابع موردنظر در $(-\infty, 1)$ و $(1, +\infty)$ یک‌به‌یک است. (زیرا هر خط افقی نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.)

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 & \text{ق ق} \\ m = -4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$(f + g)(m) \xrightarrow{m=4} f(4) + g(4) = 7 + \left[\frac{4}{3}\right] = 7 + 1 = 8$$

۷۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\lambda, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, \lambda) \in f \Rightarrow 4 + \sqrt{a-7} = \lambda \Rightarrow \sqrt{a-7} = 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \\ a - 7 = 16 \Rightarrow a = 23$$

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شیب تابع f را حساب می‌کنیم.

$$A(3, 0) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{0 - 3} = -\frac{1}{3}$$

از آنجا که f و g عمود بر هم هستند بنابراین شیب g قرینه و معکوس شیب f است.

$$m' = 3, C(3, 2)$$

$$y - y_1 = m'(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = 3(x - 3) \Rightarrow y - 2 = 3x - 9 \Rightarrow y = 3x - 7$$

$$g(x) = 3x - 7$$

$$y = 3x - 7 \Rightarrow y + 7 = 3x \xrightarrow{\div 3} \frac{y+7}{3} = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{x+7}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+7}{3}$$

۷۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم قرینه‌ی (m, n) نسبت به خط $y = x$ ، نقطه‌ی (n, m) است، بنابراین:

$$A = (m, n) \xrightarrow[\text{خط } y = x]{\text{قرینه نسبت به}} A' = (n, m)$$

$$AA' \text{ طول} = \sqrt{(x_{A'} - x_A)^2 + (y_{A'} - y_A)^2} = \sqrt{(m - n)^2 + (n - m)^2}$$

$$= \sqrt{(m - n)^2 + (m - n)^2} = \sqrt{2(m - n)^2} = \sqrt{2}|m - n|$$

$$AA' \text{ طول} = 2 \Rightarrow \sqrt{2}|m - n| = 2 \Rightarrow |m - n| = \sqrt{2}$$

۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(2) = 4 \Rightarrow f(4) = 2 \Rightarrow 2 + 4a = 14 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{x \mid x^2 - 2x \geq 0\} = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty) \quad \text{و} \quad D_g = (-\infty, 2] \\ \text{اشتراک دو دامنه به صورت } (-\infty, 0] \text{ است.}$$

۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $f + g$ به صورت $\{1, 3, 4\}$ است.

$$(g + f)(1) = g(1) + f(1) = 7 + 2 = 9$$

پس برد آن $\{6, 9\}$ است.

۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 5 = 7 \quad \text{دامنه } f + g \text{ مجموعه } \{1, 3\} \text{ است} \\ (f + g)(3) = f(3) + g(3) = 1 + 2 = 3 \quad \text{پس برد آن } \{7, 3\}$$

۸۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ اشتراک دامنه‌ی f و g است. برد آن چنین است.

$$\frac{fg}{f}(2) = \frac{9}{5}, \quad \frac{fg}{f}(5) = \frac{4}{3} = \frac{5}{4}, \quad \frac{fg}{f}(6) = \frac{5}{2} = \frac{17}{10}$$

پس برد آن $\left\{\frac{9}{5}, \frac{5}{4}, \frac{17}{10}\right\}$ است.

۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x + 2 + 4\sqrt{x-2} = (2 + \sqrt{x-2})^2$$

$$x + 2 - 4\sqrt{x-2} = (2 - \sqrt{x-2})^2$$

$$f(x) + g(x) = \sqrt{(2 + \sqrt{x-2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{x-2})^2} = 2 + \sqrt{x-2} + 2 - \sqrt{x-2} = 4$$

$$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} 2 + \sqrt{x-2} > 0 \\ 2 - \sqrt{x-2} > 0 \end{cases} \quad \text{همواره برقرار است}$$

۸۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{1}\right), \left(2, \frac{3}{3}\right), \left(3, \frac{4}{2}\right) \right\}$$

$$\frac{fg}{f} = \left\{ \left(0, \frac{1}{1}\right), \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, 1\right) \right\}$$

$$\frac{f}{g} + \frac{fg}{f} = \left\{ \left(1, 2 + \frac{1}{2}\right), \left(2, 1 + 1\right) \right\} = \left\{ \left(1, \frac{5}{2}\right), \left(2, 2\right) \right\}$$

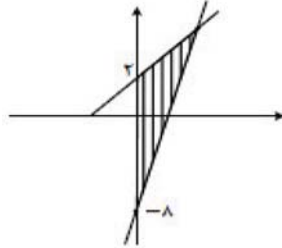
۸۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(4) \cdot g(4)}{f(4) + g(4)} = \frac{7(-2)}{7-2} = \frac{-14}{5} = -2\frac{4}{5}$$

۸۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $f + 2g$ اشتراک دامنه‌های f و g یعنی مجموعه $\{3, 1, 4\}$ پس برد آن از رابطه $-f(x) + 2g(x)$ حاصل می‌شود در نتیجه برد آن مجموعه $\{-2, -1, -8\}$ است.

۸۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $f(x) \leq 0$ باشد، تابع $f(x) + |f(x)| = 0$ و ثابت است پس $0 \leq 2x - 4$ در نتیجه $x \leq 2$ یا بازه $[-\infty, 2]$ است.

۹۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر دو تابع را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



۹۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است، پس حاصل ضرب دو تابع خطی از درجه دوم است و خطی نیست.

۹۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 2x^2 - x & 0 \leq x \leq 5 \\ 3x + 7 + 2x^2 - x & 5 < x \leq 10 \\ 3x + 7 - 2x + 4 & x > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + x & 0 \leq x \leq 5 \\ 2x^2 + 2x + 7 & 5 < x \leq 10 \\ x + 11 & x > 10 \end{cases}$$

۹۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $f + g$ برابر اشتراک دامنه‌های دو تابع f و g است.

$$f(2) + g(2) = 5 + 7 = 12$$

$$f(1) + g(1) = 6 + 3 = 9, \quad f(3) + g(3) = 4 + 2 = 6$$

پس برد تابع مطلوب $\{12, 6, 9\}$ است.

۹۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $f(x) + g(x)$ برابر اشتراک دامنه‌ی دو تابع f و g است.

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 12 - 3x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 4 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x < 4$$

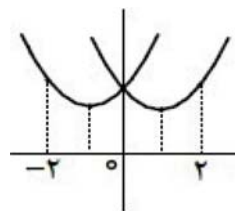
به صورت بازه $[2, 4)$ است.

۹۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x + 1)^2 + 1$$

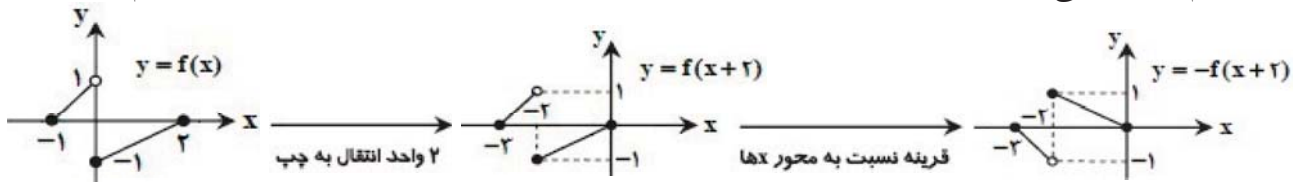
$$f(x - 2) = (x - 2 + 1)^2 + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

$$-2 \leq x - 2 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$



۹۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(x + a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد در راستای محور x ها انتقال دهیم. اگر $a > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر $a < 0$ ، انتقال در جهت مثبت است.
 نکته: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.



بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۹۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا توابع داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \\ x & x \geq 2 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 4x & x < 1 \\ 4x & 1 \leq x < 2 \\ 3x & x \geq 2 \end{cases}$$

اکنون داریم:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} 2x - 4x & x < 1 \\ x - 4x & 1 \leq x < 2 \\ x - 3x & x \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} -2x & x < 1 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \\ -2x & x \geq 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} -2x & x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

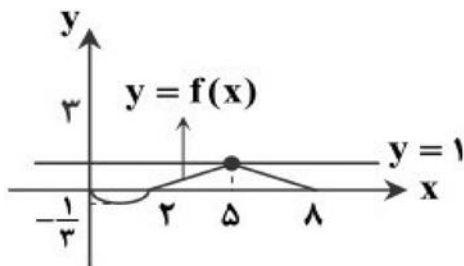
۹۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $k > 0$ ، برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

نکته: با فرض $a > 0$ ، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم، ضابطه تابع به صورت $y = f(x - a)$ ($y = f(x + a)$) درمی آید.

ابتدا با استفاده از نکات بالا، نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می کنیم:



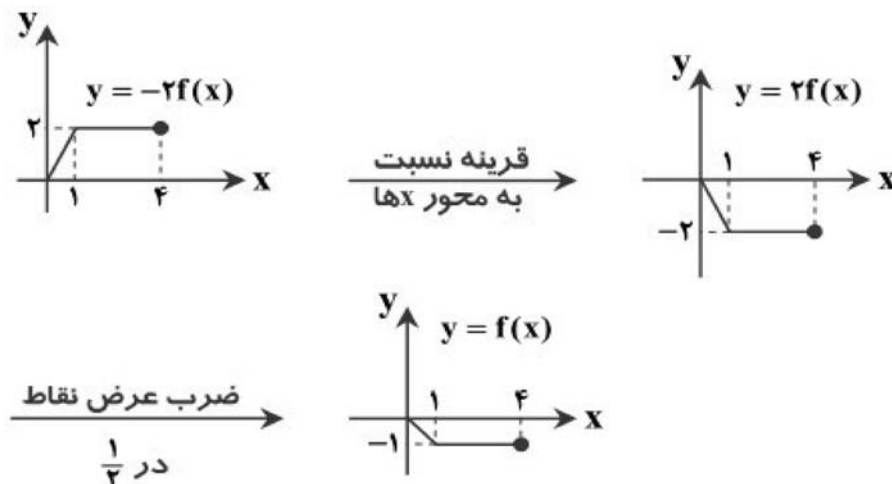
بنابراین نمودار تابع $f(x)$ ، نمودار $y = 1$ را در یک نقطه قطع می کند.



۹۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $k > 0$ ، برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

نکته: برای رسم نمودار $y = -f(x)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. با استفاده از نکات بالا، داریم:



۱۰۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنه D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل تقسیم $g(x)$ بر $f(x)$ که با نماد $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

نمایش داده می‌شود، تابعی با دامنه $D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$ و ضابطه $\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ است.

$f = \{(2,3), (4,5), (3,10)\} \Rightarrow D_f = \{2,4,3\}$ طبق فرض داریم:

$g = \{(3,4), (-2,1), (4,2), (5,3)\} \Rightarrow D_g = \{3,-2,4,5\}$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

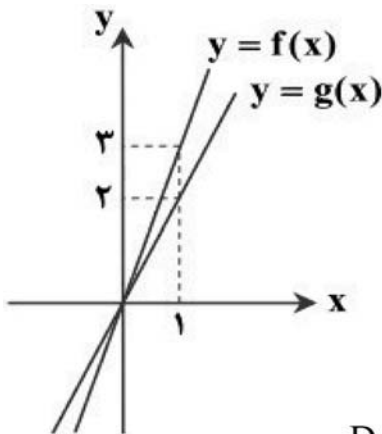
$$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = \{3,-2,4,5\} \cap \{2,4,3\} - \{\} = \{3,4\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(3, \frac{g(3)}{f(3)}\right), \left(4, \frac{g(4)}{f(4)}\right) \right\} = \left\{ \left(3, \frac{4}{10}\right), \left(4, \frac{2}{5}\right) \right\}$$

بنابراین برد این تابع عبارت است از: $R_{\frac{g}{f}} = \left\{ \frac{2}{5} \right\}$

۱۰۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنه D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل جمع آن‌ها که با نماد $(f+g)(x)$ نمایش داده می‌شود، تابعی با دامنه $D_{f+g} = D_f \cap D_g$ و ضابطه $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ است.



نکته: نمودار تابع خطی در حالت کلی به صورت $y = ax + b$ است. در صورتی

که نمودار تابع از مبدأ مختصات بگذرد، ضابطه آن به صورت $y = ax$ درمی‌آید.

نمودار $f(x)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس ضابطه‌اش به صورت

$f(x) = ax$ است. با توجه به نمودار، نقطه $(1, 3)$ روی این تابع قرار دارد،

$$f(1) = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3x$$

پس:

نمودار $g(x)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس ضابطه‌اش به صورت

$$g(x) = a'x$$

است. با توجه به نمودار، نقطه $(1, 2)$ روی این تابع قرار دارد،

$$g(1) = 2 \Rightarrow a' = 2 \Rightarrow g(x) = 2x$$

پس:

$$y = (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 3x + 2x = 5x$$

بنابراین:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

دقت کنید که دامنه این تابع برابر است با:

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $a > 0$ ، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم، ضابطه تابع به صورت

$$y = f(x-a) \quad y = f(x+a)$$

درمی‌آید.

نکته: با فرض $a > 0$ ، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت بالا (پایین) انتقال دهیم، ضابطه تابع به صورت

$$y = f(x) + a \quad y = f(x) - a$$

درمی‌آید.

نکته: اگر نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم، ضابطه تابع به صورت $y = -f(x)$ در می‌آید.

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$y = |x| \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{دو واحد}} y = |x-2| \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{یک واحد}} y = |x-2| - 1 \xrightarrow[\text{محور طول ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y$$

$$= -(|x-2| - 1) = 1 - |x-2|$$

۱۰۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنه D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل ضرب آنها که با نماد $(f \times g)(x)$ نمایش داده می‌شود تابعی با دامنه $D_{f \times g} = D_f \cap D_g$ و ضابطه $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ است.

طبق فرض داریم: $f = \{(2, 4), (4, 6), (5, 0)\} \Rightarrow D_f = \{2, 4, 5\}$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{2, 4, 5\} \cap \{5, 7, 6, 2\} = \{2, 5\}$$

$$f \times g = \{(2, f(2) \times g(2)), (5, f(5) \times g(5))\} = \{(2, 0), (5, 0)\}$$

۱۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته ۱: اگر رابطه بین دو مجموعه به صورت زوج‌های مرتب داده شده باشد، رابطه‌ای را که

از جابه‌جایی دو مؤلفه هر زوج مرتب رابطه به دست می‌آید، وارون آن رابطه می‌نامیم: $f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$

نکته ۲: اگر f و g دو تابع باشند، تابع $f + g$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

برای به دست آوردن $f + g^{-1}$ ابتدا مطابق نکته ۱ تابع g^{-1} را به دست می‌آوریم.

$$g = \left\{ \left(1, \frac{2}{3} \right), (4, -1), (5, 1), (6, 4) \right\} \Rightarrow g^{-1} = \left\{ \left(\frac{2}{3}, 1 \right), (-1, 4), (1, 5), (4, 6) \right\}$$

با توجه به اینکه $D_f = N$ و $D_{g^{-1}} = \left\{ \frac{2}{3}, -1, 1, 4 \right\}$ مطابق نکته ۲ داریم:

$$D_f \cap D_{g^{-1}} = N \cap \left\{ \frac{2}{3}, -1, 1, 4 \right\} = \{1, 4\}$$

مقدار تابع را به ازای نقاط دامنه به دست آمده می‌نویسیم:

$$\begin{cases} (f + g^{-1})(1) = f(1) + g^{-1}(1) = 2 + 5 = 7 \\ (f + g^{-1})(4) = f(4) + g^{-1}(4) = 8 + 6 = 14 \end{cases} \Rightarrow f + g^{-1} = \{(1, 7), (4, 14)\}$$

۱۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$, $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$f(x) = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow D_g = [0, +\infty)$$

$$f(x) \cdot g(x) = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = x - 1 \quad \text{بنابراین } D_{f \cdot g} = [0, +\infty) \text{ و داریم:}$$

پس نمودار تابع $y = x - 1$ با شرط $x \geq 0$ مورد نظر است، بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۰۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $D_{f+g} = D_f \cap D_g$, $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\} \Rightarrow D_f = \{2, 3, 0\}$$

$$g = \{(-1, 1), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\} \Rightarrow D_g = \{-1, 0, 2, 3\} \Rightarrow D_{f+g} = \{2, 3, 0\}$$

بنابراین:

$$f + g = \{(2, f(2) + g(2)), (3, f(3) + g(3)), (0, f(0) + g(0))\} = \{(2, 9), (3, 4), (0, 1)\}$$

۱۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$ نکته

$f(x)$ و $g(x)$ هر دو چند جمله‌ای هستند، پس $D_f = D_g = \mathbb{R}$. اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{x | x - 2 = 0\} = \mathbb{R} - \{x | x = 2\} = \mathbb{R} - \{2\}$$

۱۰۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته ۱: $D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x | f(x) = 0\}$

نکته ۲: دامنه توابع گویا که صورت و مخرج آن چند جمله‌ای باشد به صورت $\mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$ است.

نکته ۳: در توابع رادیکالی، عبارت زیر رادیکال باید همواره نامنفی باشد.

مطابق نکته ۱، برای به دست آوردن $D_{\frac{g}{f}}$ باید دامنه تابع g و دامنه تابع f و نقاطی را که به ازای آن‌ها $f(x) = 0$ به دست

آوریم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$6 - 2x \geq 0 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_g = (-\infty, 3]$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-2} = 0 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = (\mathbb{R} - \{2\}) \cap (-\infty, 3] - \left\{-\frac{1}{2}\right\} = (-\infty, 3] - \left\{2, -\frac{1}{2}\right\}$$

بنابراین:

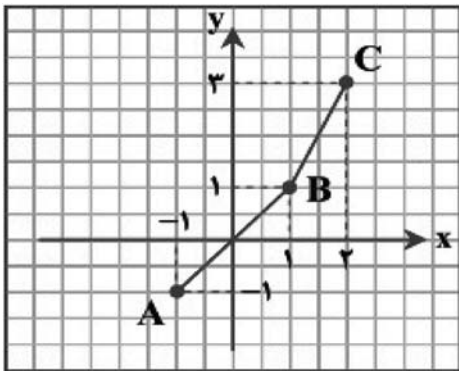
۱۰۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر f و g دو تابع باشند، دامنه تابع $f+g$ به صورت $D_{f+g} = D_f \cap D_g$ و

ضابطه آن به صورت $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ است.

$$D_{f+g} = (-\infty, 2] \cap [-1, +\infty) = [-1, 2]$$

ابتدا با توجه به نکته، دامنه تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

در این دامنه با توجه به خطی بودن هر دو تابع، جمع آن‌ها نیز یک تابع خطی است، پس کافی است نقاطی از تابع را مشخص کنیم و آن‌ها را به هم وصل کنیم.



$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow (f+g)(-1) = -1 \Rightarrow A(-1, -1)$$

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ g(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow (f+g)(1) = 1 \Rightarrow B(1, 1)$$

$$\begin{cases} f(2) = 1 \\ g(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow (f+g)(2) = 3 \Rightarrow C(2, 3)$$

۱۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(2) = k \Rightarrow f(k) = 2 \Rightarrow k = 1$$

$$(g + f^{-1})(2) = g(2) + f^{-1}(2) = 7 \Rightarrow 4 + b + 1 = 7 \Rightarrow b = 2$$

۱۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(f+g)(5) = 10 + 7 \Rightarrow f(5) + g(5) = 17$$

$$(2f-g)(5) = 20 + 2 \Rightarrow 2f(5) - g(5) = 22 \Rightarrow 3f(5) = 39 \Rightarrow f(5) = 13 \Rightarrow g(5) = 4$$

$$(3f-g)(5) = 3f(5) - g(5) = 39 - 4 = 35$$

۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}(f+g)(x) &= f(x) + g(x) = 3x + 9 \\(f-g)(x) &= f(x) - g(x) = 5x - 1 \Rightarrow 2f(x) = 8x + 8 \Rightarrow f(x) = 4x + 4 \\ \Rightarrow f(x) &= 4x + 4 \Rightarrow 4x + 4 + g(x) = 3x + 9 \Rightarrow g(x) = -x + 5 \\ \left(\frac{f}{g}\right)(3) &= \frac{f(3)}{g(3)} = \frac{16}{2} = 8\end{aligned}$$

۱۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}D_{f+g} &= D_f \cap D_g = \{1, 4\} \\ \Rightarrow (f+g)(1) &= f(1) + g(1) = 2 + 4 = 6 \\ \Rightarrow (f+g)(4) &= f(4) + g(4) = 3 + 0 = 3\end{aligned} \Rightarrow f+g = \{(1, 6), (4, 3)\}$$

۱۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}(f+g)(2) &= f(2) + g(2) = 11 \Rightarrow 2f(2) = 22 \Rightarrow f(2) = 11 \Rightarrow g(2) = -1 \\(f-g)(2) &= f(2) - g(2) = 13 \\(f \times g)(2) &= f(2) \times g(2) = 11 \times -1 = -11\end{aligned}$$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}x_0 &= f(3) = 1 - 9 = -8 \\(g-3f)(-8) &= g(-8) - 3f(-8) = -31 - 3(-11) = -31 + 33 = 2\end{aligned}$$

۱۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(-1, \frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{3}{5}\right) \right\}$$

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}(f-3g)(2) &= f(2) - 3g(2) = (4+2-1) - 3(2m+4) = 11 \Rightarrow 5 - 6m - 12 = 11 \\ \Rightarrow -7 - 6m &= 11 \Rightarrow -6m = 18 \Rightarrow m = -3\end{aligned}$$

۱۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}f(7) &= 6 \times 7 + 1 = 43 \\ f^{-1}(7) &= a \Rightarrow 6a + 1 = 7 \Rightarrow 6a = 6 \Rightarrow a = 1 \\ (f+f^{-1})(7) &= f(7) + f^{-1}(7) = 43 + 1 = 44\end{aligned}$$

۱۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}(f+g)(x) &= f(x) + g(x) = 2x - 7 \Rightarrow 2f(x) = 6x - 8 \Rightarrow f(x) = 3x - 4 \\(f-g)(x) &= f(x) - g(x) = 4x - 1 \\ f(x) &= 3x - 4 \\ \longrightarrow 3x - 4 + g(x) &= 2x - 1 \Rightarrow g(x) = -x - 3\end{aligned}$$

$(f \times g)(x)$ بالای محور x ها باشد باید بزرگتر از صفر قرار دهیم.

$$(f \times g)(x) = (3x - 4)(-x - 3) > 0 \Rightarrow -3 < x < \frac{4}{3}$$

گزینه‌ای درست است که زیرمجموعه $\left(-3, \frac{4}{3}\right)$ باشد بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۱۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f: x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq a$$

$$D_g: 10 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 10 \Rightarrow D_{f+g} = [a, 10] \Rightarrow a = 1$$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۲۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰