



**RIAZISARA**

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هوالمق

# "ریاضی و آمار"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

## علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

۱- می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیش‌ترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



- (۱) ۳۶۴  
(۲) ۳۷۸  
(۳) ۳۹۲  
(۴) ۴۰۶

۲- حاصل جمع مساحت‌های مربعی به ضلع  $X$  و مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی که اندازه وتر آن  $X$  است برابر ۴۵ می‌باشد. مساحت دایره‌ای به شعاع  $X$ ، کدام است؟

- (۱)  $۱۶\pi$       (۲)  $۲۵\pi$       (۳)  $۳۶\pi$       (۴)  $۴۹\pi$

۳- سن پدری سه برابر سن فرزند بزرگتر و چهار برابر سن فرزند کوچکتر است. ۱۶ سال دیگر، سن فرزند بزرگتر، نصف سن پدر خواهد شد. مجموع سن پدر و دو فرزند کدام است؟

- (۱) ۶۸      (۲) ۷۲      (۳) ۷۶      (۴) ۸۰

۴- در اتاقی مستطیل شکل به مساحت ۲۴ متر مربع، فرش به مساحت ۱۵ متر مربع، چنان قرار گرفته است که فاصله هر طرف فرش تا دیوار برابر  $\frac{۰}{۵}$  متر است. محیط فرش، چند متر است؟

- (۱) ۱۵      (۲) ۱۶      (۳) ۱۸      (۴) ۲۰

۵- علی در یک بازی، عددی را در ذهن خود در نظر گرفت. دوستان او برای حدس این عدد از او راهنمایی خواستند. علی گفت پنج برابر این عدد به علاوه یک، برابر سه برابر همان عدد منهای پنج است. کدام یک از دوستان علی این عدد را درست تشخیص داده است؟

- (۱) جواد:  $\frac{۱}{۳}$       (۲) محمد:  $-\frac{۱}{۳}$       (۳) رضا: ۳      (۴) اکبر: -۳

۶- در یک کارگاه عمرانی، حقوق سرکارگر، ۲ برابر حقوق کارگر و  $\frac{۲}{۳}$  برابر حقوق مهندس است. در یک ساختمان ۳ مهندس، ۵ سرکارگر و ۲۹ کارگر برای مالک مشغول کار هستند. اگر مالک ساختمان ماهیانه ۴۸ میلیون تومان حقوق پرداخت نماید، حقوق یک کارگر ماهیانه چند میلیون تومان است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\frac{۱}{۴}$       (۴)  $\frac{۲}{۴}$

۷- مجموع سه عدد طبیعی متوالی برابر  $\frac{۴}{۳}$  مربع عدد کوچک‌تر است. مربع عدد متوسط کدام است؟

- (۱) ۹      (۲) ۱۶      (۳) ۲۵      (۴) ۳۶

۸- مورچه در هر دقیقه ۳۰ سانتی‌متر حرکت می‌کند. این مورچه از یکی از رأس‌های مربع شروع به حرکت می‌کند و بعد از ۱۵۰ ثانیه به وسط ضلع دوم می‌رسد. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۲۵۰۰      (۲) ۱۲۵۰      (۳) ۹۰۰      (۴) ۱۸۰۰

۹- در یک کارخانه، هزینه تولید  $X$  واحد کالا از رابطه  $C(x) = ۱۰۰ + ۲۰x - x^۲$  به دست می‌آید. اگر تابع درآمد

کارخانه به صورت  $R(x) = -۳x^۲ + ۴۴x + ۱۰۰۰$  باشد، ماکزیمم مقدار سود کارخانه، کدام است؟

- (۱) ۹۱۴      (۲) ۹۵۰      (۳) ۹۷۲      (۴) ۱۰۲۲

۱۰- در یک کارخانه تولید لباس کودک، اگر هزینه به ازای  $x$  تعداد لباس برابر  $7x^2 - x + 20$  و درآمد به ازای  $x$  تعداد لباس برابر  $8x^2 - 9x$  باشد، این کارگاه چه تعداد لباس باید تولید کند تا به نقطه سر به سر خود برسد؟  
 (۱) ۲۰ (۲) ۲ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۱- در حل معادله  $x^2 + 2x - 24 = 0$  به روش مربع کامل به عبارت  $(x + a)^2 = 25$  رسیده ایم. مقدار  $a$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۲- اگر  $x(2x - 3) = a$  دارای ریشه مضاعف باشد، مقدار  $a$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{9}{8}$  (۲)  $-\frac{9}{8}$  (۳)  $-\frac{8}{9}$  (۴)  $\frac{8}{9}$

۱۳- اگر معادله  $mx^2 + (2m - 1)x + m - 2 = 0$ ، ریشه مضاعف داشته باشد، آن ریشه کدام است؟  
 (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۴- اگر مربع کامل شده معادله  $ax^2 + 2x + c = 0$ ، برابر  $(x - 2)^2 = 3$  باشد، حاصل  $a + c$  کدام است؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۵- معادله درجه دومی که ریشه هایش  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$  و  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$  باشد، کدام است؟  
 (۱)  $x^2 + 5x + 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 6x + 3 = 0$  (۳)  $x^2 - 10x + 1 = 0$  (۴)  $x^2 - 10\sqrt{2}x + 1 = 0$

۱۶- مجذور مجموع دو عدد اول از ۱۰ برابر حاصل ضربشان ۲۱ کم تر است. عدد بزرگ تر کدام است؟  
 (۱) ۲۳ (۲) ۱۹ (۳) ۱۷ (۴) ۱۳

۱۷- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله  $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m = 0$ ، دو ریشه ی متمایز دارد؟  
 (۱)  $m > \frac{1}{8}$  (۲)  $m < -\frac{1}{8}$  (۳) هیچ مقدار  $m$  (۴) همه ی مقادیر  $m$

۱۸- بیشترین مساحت از بین مستطیل هایی که محیط آنها ۲۴ واحد است، کدام است؟  
 (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۷۲ (۴) ۱۴۴

۱۹- عبارت  $a - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 4x^2 - 4x$  به ازای چه مقدار از  $a$  به صورت مربع دو جمله ای می شود؟  
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۲۰- نقطه  $S(-1, 0)$ ، رأس سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + 1$  است. مقدار  $b$  کدام است؟  
 (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۱- برای یک واحد تولیدی، تابع هزینه به صورت  $C(x) = 360000 + 120x$  و تابع درآمد به صورت  $R(x) = 6000x - x^2$  تعریف شده است. مقدار سود این واحد تولیدی هنگامی که ۲۰۰۰ واحد کالا تولید شود، چند تومان است؟

- (۱) ۷,۰۴۰,۰۰۰ (۲) ۷,۴۰۰,۰۰۰ (۳) ۷,۶۰۰,۰۰۰ (۴) ۷,۷۶۰,۰۰۰

۲۲- معادله درجه دوم  $2ax^2 - (a+4)x + 2 = 0$  دارای ریشه مضاعف است. حاصل جمع ریشه مضاعف معادله با مقدار  $a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{9}{2}$  (۳)  $\frac{11}{4}$  (۴)  $\frac{11}{2}$

۲۳- مجموع ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $5x^2 - 8x - 1 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-1/6$  (۲)  $0/2$  (۳)  $1/6$  (۴)  $-0.2$

۲۴- علی تصمیم دارد برای دوستانش هدیه بخرد. اگر هدیه‌های او ۳۰۰ تومانی باشد، ۷۰۰ تومان کم می‌آورد و اگر هدیه ۲۰۰ تومانی بخرد، ۲۰۰ تومان زیاد می‌آورد، تعداد دوستان او چند نفرند؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۵- مجموع سه عدد فرد متوالی برابر ۱۲۹ است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۴۳ (۲) ۴۴ (۳) ۴۱ (۴) ۴۵

۲۶- اگر ۱ و ۱- ریشه‌های معادله  $x^2 + (3+a)x + b - 2 = 0$  باشند،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۷- اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$  و تابع هزینه  $y = 16x + 55$  باشد، ماکسیم مقدار سود، کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۳ (۴) ۵۷

۲۸- برای یک کارگاه تولیدی، تابع درآمد به صورت  $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 40x$  و تابع هزینه به صورت  $C(x) = 24x + 30$  تعریف شده است. که در آن  $x$  تعداد واحد کالای تولید شده روزانه این کارگاه است. این کارگاه روزانه چند واحد کالا تولید کند تا سود کارگاه ماکزیمم شود؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۹۸ (۴) ۲۵۶

۲۹- دو کارگر یکی با تجربه دیگری کم تجربه، کاری را با هم شروع و در مدت ۴ روز به پایان می‌رسانند. اگر هر کدام به تنهایی همین کار را انجام می‌دادند، کارگر کم تجربه ۶ روز دیرتر کار را به پایان می‌رساند. در این صورت کارگر با تجربه به تنهایی کار را چند روزه تمام می‌کند؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۳۰- برای راه‌اندازی یک کارخانه تولید لوازم خانگی مبلغ ۸۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان هزینه شده است. اگر برای ساخت هر واحد کالا ۱,۲۰۰,۰۰۰ تومان هزینه شود، و ۵۰۰۰ واحد از این کالا به قیمت هر واحد ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان به فروش برسد. سود کارخانه چند تومان است؟

- (۱) ۱۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ (۲) ۷۰۰,۰۰۰,۰۰۰ (۳) ۵۰۰,۰۰۰,۰۰۰ (۴) ۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰

۳۱- ریشه‌های کدام معادله ۲- و ۳ می‌باشد؟

- (۱)  $x^2 + x - 6 = 0$  (۲)  $x^2 - x - 6 = 0$  (۳)  $x^2 + 5x - 6 = 0$  (۴)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

۳۲- اگر یکی از ریشه‌های معادله  $3x^2 + (a+1)x + 3a = 0$ ، برابر ۱- باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱- (۳) ۲- (۴) ۱

۳۳- به ازای کدام مقدار  $a$ ، معادله  $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ ، دارای جواب  $x = 1$  است؟

- (۱) ۲, ۴- (۲) ۲, ۴- (۳) ۲, ۴ (۴) ۲, ۳, ۴-

۳۴- اگر  $x = -\frac{1}{4}$ ، یک ریشه معادله  $\frac{x}{x-a} - \frac{x-a}{x+a} = \frac{-2}{4a^2-1} + 1$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۳۵- عبارت گویا  $\frac{x+2}{x^2-16}$  در کدام نقاط تعریف نشده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲- (۳) ۲, ۲- (۴) ۲, ۲-, ۴-

۳۶- عبارت گویا  $P(x) = \frac{2x+b}{x^2+2a}$  به ازای  $x = \sqrt{2}$  تعریف نشده است. اگر نمودار  $y = P(x)$  محور عرض‌ها را در

نقطه‌ای به عرض ۲- قطع کند،  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۷- به ازای چه مقدار از  $t$  جواب معادله  $\frac{t}{x-1} - \frac{tx-2}{2} = \frac{t-x}{1-t}$ ، برابر  $x = -1$  است؟

- (۱) ۱- (۲) صفر (۳) ۱ (۴) نشدنی

۳۸- مجموعه جواب‌های معادله  $\frac{x+3}{x+3} = 1$  کدام است؟

- (۱) همه اعداد حقیقی به جز صفر (۲) همه اعداد حقیقی به جز ۳- (۳) همه اعداد حقیقی (۴) مجموعه تهی

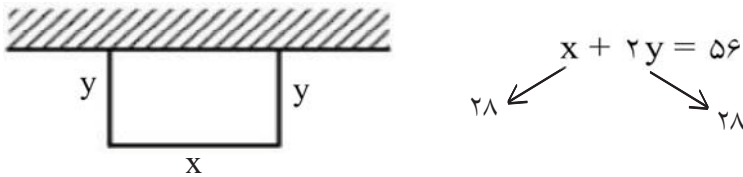
۳۹- به ازای چه مقدار از  $k$ ،  $\frac{2k-x}{x+k} - \frac{x}{x-k} = \frac{2}{x-1}$ ، دارای جواب  $x = 2$  است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۰- مخرج مشترک عبارت  $\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-2}$  کدام است؟

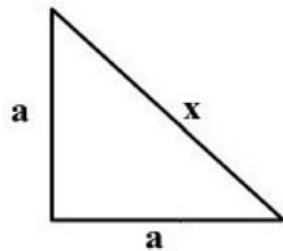
(۱)  $x^2 - 7x - 10$  (۲)  $x^2 - 7x + 10$  (۳)  $x^2 + 10$  (۴)

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} x = 28 \\ y = 14 \end{cases} \Rightarrow S = xy = 28 \times 14 = 392$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$x^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$x^2 = \text{مساحت مربع} = \frac{a^2}{2} = \frac{x^2}{4} = \text{مساحت مثلث}$$

در نتیجه:

$$x^2 + \frac{x^2}{4} = 45 \Rightarrow 5x^2 = 180 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$x = \text{شعاع دایره به مساحت} = \pi x^2 = 36\pi$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

فرض:  $z = \text{سن پدر}$ ,  $y = \text{سن فرزند بزرگتر}$  و  $x = \text{سن فرزند کوچکتر}$

$$z = 3y$$

$$z = 4x$$

$$z + 16 = 2(y + 16) \Rightarrow 3y + 16 = 2y + 32 \Rightarrow y = 16 \text{ سال}$$

$$z = 3 \times 16 = 48 \text{ سال}$$

سن پدر:  $x = \frac{48}{4} = 12 \text{ سال}$  و سن پدر:  $x = \frac{48}{4} = 12 \text{ سال}$

$$x + y + z = 12 + 16 + 48 = 76 \text{ سال}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

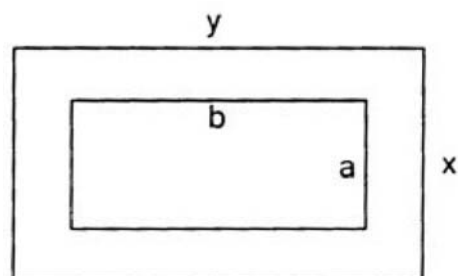
$$x \cdot y = 24$$

$$(a + 1)(b + 1) = 24 \Rightarrow ab + a + b + 1 = 24$$

$$a \cdot b = 15$$

$$15 + a + b + 1 = 24 \Rightarrow a + b = 8$$

$$\text{محیط فرش} = 2(a + b) = 2 \times 8 = 16$$





۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر عدد موردنظر را  $x$  درنظر بگیریم، پنج برابر این عدد به علاوه یک معادل  $5x + 1$  و سه برابر این عدد منهای پنج معادل  $3x - 5$  است که باید با یکدیگر برابر باشند؛ یعنی:

$$5x + 1 = 3x - 5 \Rightarrow 5x - 3x = -1 - 5 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{2} = -3$$

بنابراین اکبر درست تشخیص داده است.

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر حقوق کارگر، سرکارگر و مهندس را به ترتیب  $x$ ،  $y$  و  $z$  درنظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{2}{3}z \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}z = 2x \Rightarrow z = 3x$$

بنابراین حقوق مهندس، ۳ برابر کارگر است. اکنون حقوق ماهانه را بر اساس حقوق کارگر ( $x$ ) برای کارگاه محاسبه

$$5 \times (2x) + 3 \times (3x) + 29 \times (x) = 48 \Rightarrow 48x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{48} = 1$$
 می‌کنیم:

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x + x + 1 + x + 2 = \frac{4}{3}x^2$$

$$3x + 3 = \frac{4}{3}x^2$$

$$\frac{4}{3}x^2 - 3x - 3 = 0 \quad \Delta = 9 - 4\left(\frac{4}{3}\right)(-3) = 25$$

$$x = \frac{+3 \pm \sqrt{25}}{\frac{4}{3}} \begin{cases} x = 3 \text{ (ق ق)} \\ x = -\frac{3}{4} \text{ (غ ق ق)} \end{cases} \Rightarrow 4^2 = 16 = \text{مربع عدد وسط}$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$150 \div 60 = 2/5 \text{ دقیقه}$$

$$\text{سانتی متر } 75 = 2/5 \times 30 = \text{مقدار جابه‌جایی مورچه}$$

$$1/5x = 75 \Rightarrow x = 50$$

$$50 \times 50 = 2500 = \text{مساحت مربع}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = R(x) - c(x) = -3x^2 + 44x + 1000 - (-x^2 + 20x + 100)$$

$$p(x) = -2x^2 + 24x + 900 \quad (a = -2 < 0 \Rightarrow \text{ماکزیمم دارد})$$

$$\text{طول نقطه رأس سهمی (طول ماکزیمم)} = x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-24}{-4} = 6$$

$$p(6) = -2(6^2 - 12(6) - 450) = -2(36 - 72 - 450) = -2(-486) = 972$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در هر مسئله اقتصادی اگر  $x$  مقدار یا تعداد محصول باشد، سه تابع مهم زیر تعریف می‌شود:  
 تابع هزینه که با  $C(x)$  نشان می‌دهند، هزینه تولید  $x$  واحد کالا است.  
 تابع سود که با  $P(x)$  نشان می‌دهند، سود حاصل از فروش  $x$  واحد کالا است.  
 تابع درآمد که با  $P(x)$  نشان می‌دهند، درآمد حاصل از فروش  $x$  واحد کالا است.  
 رابطه بین این سه تابع به صورت  $P(x) = R(x) - C(x)$  است.

$$C(x) = 7x^2 - x + 20$$

با توجه به نکته داریم:

مطابق فرض می‌خواهیم این کارخانه نه سود کند نه ضرر. پس باید سود آن صفر باشد. بنابراین:

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow 0 = 8x^2 - 9x - (7x^2 - x + 20) \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 10)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ یا } x = -2$$

چون تولید کالا نمی‌تواند منفی باشد، پس این کارگاه اگر بخواهد نه سود کند نه ضرر، باید ۱۰ عدد لباس تولید کند.

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \text{ نکته: (اتحاد مربع دو جمله ای)}$$

ابتدا قرینه عدد ثابت معادله را به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم، چون ضریب  $x^2$  برابر ۱ است، مربع نصف ضریب  $x$

را که برابر  $1 = \left(-\frac{2}{2}\right)^2$  است، به طرفین اضافه می‌کنیم، داریم:

$$x^2 + 2x = 24 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 24 + 1 \Rightarrow (x + 1)^2 = 25$$

بنابراین مقدار  $a$  برابر ۱ است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  عبارت  $b^2 - 4ac$  را می‌بین معادله می‌نامیم و با نماد  $\Delta$  نشان

می‌دهیم. اگر  $\Delta = 0$  معادله دارای ریشه مضاعف  $x = -\frac{b}{2a}$  می‌باشد.

با توجه به نکته: باید ببین این معادله صفر باشد، پس:

$$x(2x - 3) = a \Rightarrow 2x^2 - 3x = a \Rightarrow 2x^2 - 3x - a = 0 : \Delta = 0 \Rightarrow (-3)^2 - 4 \times (2) \times (-a) = 0$$

$$\Rightarrow 9 + 8a = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{8}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m)(m - 2) = \cancel{4m^2} - 4m + 1 - \cancel{4m^2} + 8m = 4m + 1 = 0$$

$$m = -\frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2\left(-\frac{1}{4}\right) - 1}{-\frac{1}{2}} = -3$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 = \frac{-c}{a} + \frac{1}{a^2}$$

$$a + c = -1$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left[x - (\sqrt{3} + \sqrt{2})\right]^2 \left[x - (\sqrt{3} - \sqrt{2})\right]^2 = 0$$

$$\left[x - (3 + 2 + 2\sqrt{6})\right] \left[x - (3 + 2 - 2\sqrt{6})\right] = 0 \Rightarrow [(x - 5) - 2\sqrt{6}] [(x - 5) + 2\sqrt{6}] = 0$$

$$(x - 5)^2 - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 1 = 0$$

در نتیجه:

$$(x + y)^2 = 10xy + 21$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
سمت راست معادله بالا عددی فرد است در نتیجه سمت چپ نیز باید فرد باشد در نتیجه  $x + y = 2k + 1$  و چون مجموع دو فرد باشد باید یکی از آنها زوج باشد و تنها عدد زوج اول ۲ است پس  $y = 2$  می‌باشد.

$$(x + 2)^2 = 20x + 21$$

$$x^2 + 4x + 4 = 20x + 21$$

$$x^2 - 16x - 17 = 0$$

$$(x - 17)(x + 1) = 0$$

$$x = 17$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta > 0$$

$$4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m = 1 > 0$$

چون رابطه بالا به ازای همه‌ی مقادیر  $m$  برقرار است پس برای همه مقادیر  $m$  معادله مذکور ۲ ریشه متمایز دارد.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$$

$$\text{مساحت} = x(12 - x) = 12x - x^2$$

$$x = -\frac{12}{-2} = 6 \text{ ماکزیمم}$$

$$\text{بیشترین مساحت} = 72 - 36 = 36$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$9x^2 - 4x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}a = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$9x^2 - 4x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}a = 9x^2 - 4x + \frac{4}{9}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ (-1, 0) : y = ax^2 + bx + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ a - b = -1 \\ -a = -1 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(x) = R(x) - C(x) = 6000x - x^2 - (360000 + 120x)$$

$$= 6000x - x^2 - 360000 - 120x = -x^2 + 5880x - 360000$$

$$P(2000) = -4,000,000 + 11,760,000 - 360,000 = 7,400,000$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta = [-(a+4)]^2 - 4(2a)(2) = 0 \Rightarrow a^2 + 8a + 16 - 16a = 0$$

$$a^2 - 8a + 16 = 0 \Rightarrow (a-4)^2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$8x^2 - 8x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: نکته: مجموع ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $\Delta > 0$ ) برابر  $-\frac{b}{a}$  است.

با توجه به نکته‌ی بالا، چون در این معادله  $\Delta = 84 > 0$ ، پس مجموعه ریشه‌ها برابر با  $\frac{1}{6}$ ،  $-\frac{b}{a} = -\frac{-8}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{1}{5}$

راه حل دوم: معادله را از روش کلی حل می‌کنیم:

$$\Delta = 84 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{84}}{10}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{8 + \sqrt{84}}{10} + \frac{8 - \sqrt{84}}{10} = \frac{8 + \sqrt{84} + 8 - \sqrt{84}}{10} = \frac{16}{10} = \frac{1}{6}$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$300x - 700 = 200x + 200$$

$$100x = 900 \Rightarrow x = 9$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x - 2, x, x + 2$$

$$3x = 129 \Rightarrow x = \frac{129}{3} = 43$$

در نتیجه عدد بزرگتر برابر ۴۵ می‌باشد.

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 1 = x^2 + (3 + a)x + b - 2$$

$$3 + a = 0 \quad a = -3$$

$$b - 2 = -1 \quad b = 1 \Rightarrow a + b = -2$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 \Rightarrow x \text{ راس} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2\left(-\frac{1}{3}\right)}$$

جایگذاری در تابع سود

$$x = 18 \xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع سود}} -\frac{1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = 53$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 40x - 24x - 30$$

تابع درجه دوم است. چون  $a < 0$ ، بنابراین ماکزیمم دارد

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2\left(-\frac{1}{4}\right)} = 16$$

(طول ماکزیمم)

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x+6+x}{x(x+6)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4(2x+6) = x^2 + 6x$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 & \text{قابل قبول} \\ x = -4 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$C(x) = 800,000,000 + 5,000 \times 1,200,000 = 800,000,000 + 6,000,000,000$$

$$C(x) = 6,800,000,000$$

$$R(x) = 5000 \times 1,500,000 = 7,500,000,000$$

(سود)

تومان

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = -1 \Rightarrow 3(-1)^2 + (a + 1)(-1) + 3a = 0$$

$$2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -1 ; \quad 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا در معادله به جای X عدد ۱ را قرار می دهیم.

$$\frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} = a$$

با امتحان کردن گزینه‌ها می بینیم که گزینه ی ۲ صحیح است. یعنی ۴ و ۲- صدق می کنند.

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - a}{-\frac{1}{2} - a - \frac{1}{2} + a} = \frac{-2}{4a^2 - 1} + 1$$

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}a - \left(\frac{1}{4} + a^2 + a\right)}{\frac{1}{4} - a^2} = \frac{-2}{-4\left(\frac{1}{4} - a^2\right)} + 1 = \frac{1}{2\left(\frac{1}{4} - a^2\right)} + 1$$

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4} - a^2 - a}{\frac{1}{4} - a^2} = \frac{1 + 2\left(\frac{1}{4} - a^2\right)}{2\left(\frac{1}{4} - a^2\right)} = \frac{1 + \frac{1}{2} - 2a^2}{2\left(\frac{1}{4} - a^2\right)} = \frac{\frac{3}{2} - 2a^2}{2\left(\frac{1}{4} - a^2\right)} = \frac{3}{4} - a^2$$

$$\Rightarrow \cancel{a} - \frac{3}{2}a = \frac{3}{4} - \cancel{a} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

پس در نقاط ۲ و ۲- تعریف نشده است.

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow 2 + 2a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$x = 0 \Rightarrow P(0) = \frac{b}{-2} = -2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b + a = 3$$

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{t}{-2} + \frac{t+2}{2} = \frac{t-1}{1-t} \Rightarrow \frac{t-t-2}{2} = 1 \text{ جواب ندارد}$$

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: برای حل معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، ابتدا با توجه به خاصیت‌های معادله و مخرج مشترک‌گیری، معادله‌ای مانند  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$  به دست می‌آید. به شرط اینکه  $Q(x) \neq 0$ ، معادله در صورتی دارای جواب است که  $P(x) = 0$ .

از بین ریشه‌های به دست آمده، آن‌هایی قابل قبول‌اند که مخرج کسر  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  را صفر نکنند.

ابتدا دو طرف را با (-۱) جمع می‌کنیم، سپس با مخرج مشترک‌گیری، داریم:

$$\frac{x+3}{x+3} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x+3-x-3}{x+3} = 0$$

یعنی همه اعداد حقیقی جواب معادله است.  $\Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

اما با توجه به اینکه جواب‌های معادله نباید مخرج را صفر کنند، همه اعداد حقیقی به جز -۳ جواب‌های معادله می‌باشند.

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = 2 \rightarrow \frac{2k-2}{2+k} = 2 + \frac{2}{2-k} \Rightarrow 12 - 4k + 4 = 0 \Rightarrow k = 4$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $(x-5)$  و  $(x-2)$  هیچ‌کدام تجزیه نمی‌شوند، پس مخرج مشترک عبارت داده شده برابر حاصل ضرب این دو عبارت در یکدیگر می‌باشد، بنابراین داریم:

$$(x-5)(x-2) = x^2 - 7x + 10$$

۴	۳	۲	۱	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰