



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هو الحق

# "حسابان ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

## علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

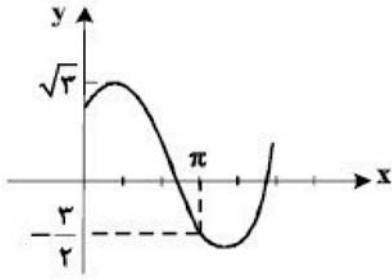
۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)



۱- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  است. b

کدام است؟

- (۲)  $\frac{3}{2}$   
(۴) ۲

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۳)  $\sqrt{3}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۲- نمودار تابع  $y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right|$  در فاصله  $[0, \pi]$ ، ۷ بار خط  $y = 1$  را قطع می‌کند. حداقل مقدار مثبت a

کدام است؟

- (۴) ۶/۵

- (۳) ۷

- (۲) ۵

- (۱) ۳/۵

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- نمودار تابع  $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$  در بازه  $[0, \pi]$ ، از چند قطعه تشکیل شده است؟

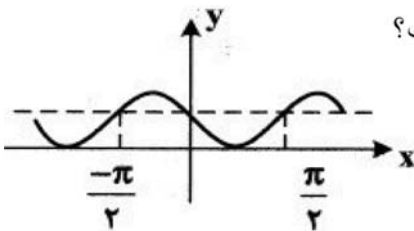
- (۴) ۴

- (۳) ۳

- (۲) ۲

- (۱) ۱

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin bx$  است. a + b کدام است؟

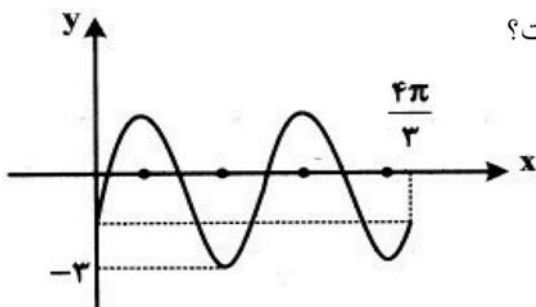
- (۱) -۱

- (۲) ۲

- (۳) ۳

- (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۵- شکل زیر نمودار تابع  $y = -1 + a \sin bx$  است. b + a کدام است؟

- (۱) ۳

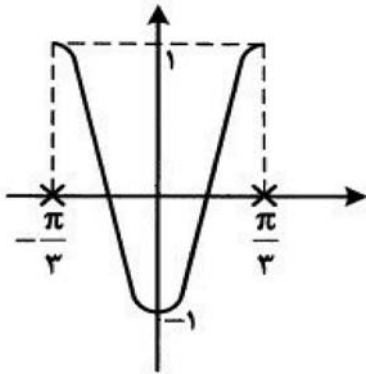
- (۲) ۴

- (۳) ۵

- (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a \sin(bx + c)$ ، به شکل زیر است.



حاصل  $abc$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3\pi}{2}$
- (۲)  $3\pi$
- (۳)  $-\frac{2\pi}{3}$
- (۴)  $2\pi$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

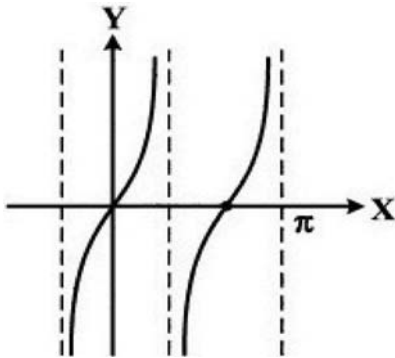
۷- دوره تناوب تابع  $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

(۴) صفر

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

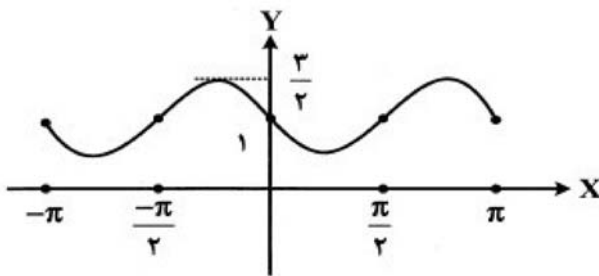
۸- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \tan bx$  است.  $b$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{3}{2}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

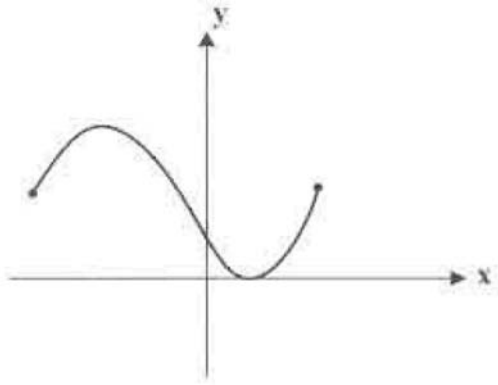
۹- شکل مقابل نمودار تابع  $y = a \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + b$  است.  $a + b$  کدام است؟



- (۱) صفر
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸





۱۴- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  است؟

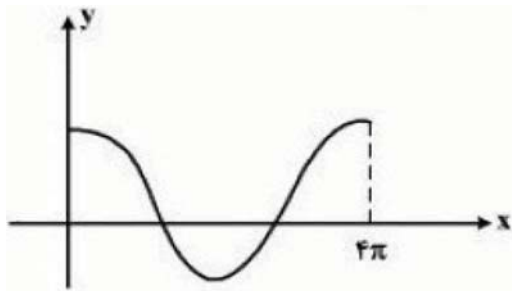
(۱)  $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۲)  $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳)  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴)  $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶



۱۵- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$  است.

مقدار تابع در نقطه‌ی  $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟

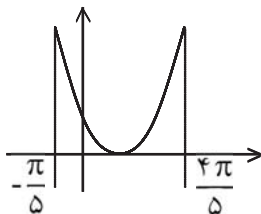
(۱)  $-\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) صفر

سراسری => ریاضی => ۹۶



۱۶- نمودار تابع  $y = |\operatorname{tg}(ax - b)|$  به صورت زیر است. حاصل  $|a - b|$  کدام است؟

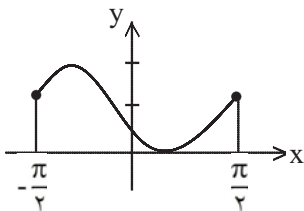
(۲)  $1 + \frac{3\pi}{5}$

(۱)  $1 - \frac{3\pi}{10}$

(۴)  $5 - \frac{3\pi}{10}$

(۳)  $3 + \frac{\pi}{5}$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۵



۱۷- شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع در یک دوره تناوب است؟

(۲)  $y = 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

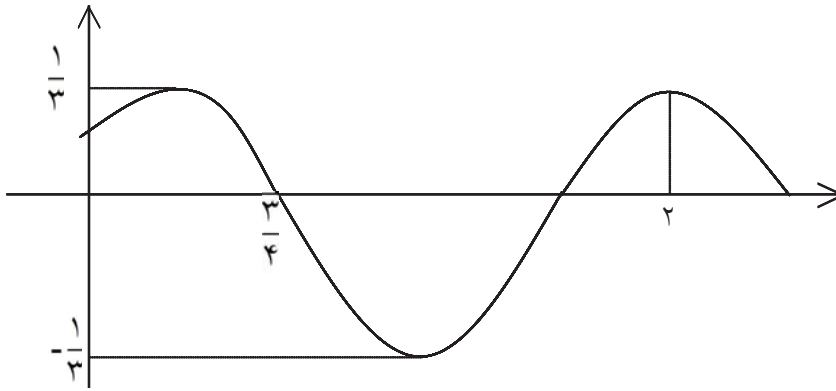
(۱)  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴)  $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳)  $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۸- نمودار زیر بخشی از منحنی تابع  $f(x) = a \cos b(x + c)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $abc$  کدام است؟



$(a, b > 0)$

(۱)  $\frac{\pi}{3}$

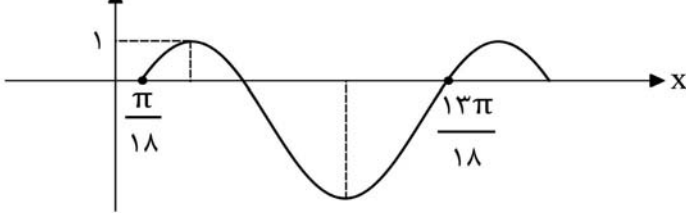
(۲)  $-\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{3\pi}{4}$

(۴)  $-\frac{2\pi}{3}$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۹- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$  است.  $a + b$  کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

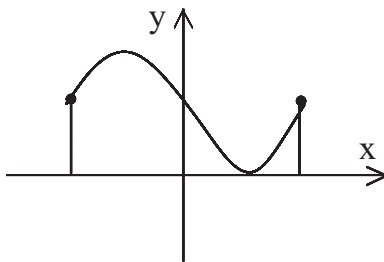
(۲) ۱

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

سراسری => ریاضی => ۹۵

۲۰- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازه  $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  است؟



(۱)  $y = 1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۲)  $y = 1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

(۳)  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

(۴)  $y = 1 - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۲۱- اگر دوره تناوب تابع برابر  $\frac{1}{2}$  باشد نمودار تابع در بازه  $[0, 1]$  چند نقطه بر روی محور  $x$ ها دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۲- دوره تناوب تابع  $f(x) = |\sin 2x|$ ، کدام است؟

(۴)  $\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۲)  $2\pi$

(۱)  $\pi$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۳- دوره‌ی تناوب اصلی تابع  $f(x) = \tan x - \cot x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$       (۲)  $\frac{\pi}{4}$       (۳)  $\pi$       (۴)  $2\pi$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۴- دوره‌ی تناوب اصلی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \operatorname{tg} 3x - \operatorname{Cotg} 3x$  کدام است؟

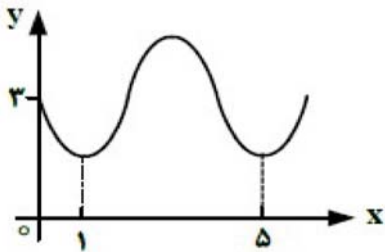
- (۱)  $\pi$       (۲)  $\frac{\pi}{2}$       (۳)  $\frac{\pi}{3}$       (۴)  $\frac{\pi}{6}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۲۵- دوره‌ی تناوب اصلی، تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \tan 3x - \cot 3x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$       (۲)  $\frac{\pi}{2}$       (۳)  $\frac{\pi}{3}$       (۴)  $\pi$

سراسری => ریاضی => ۸۸

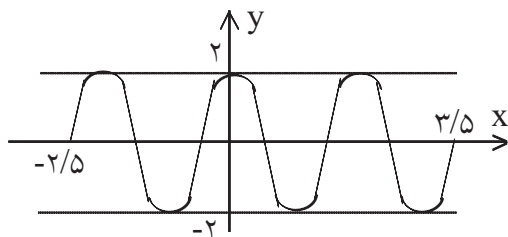


۲۶- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \operatorname{Sin}(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در

نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{2}{5}$   
(۳) ۳      (۴)  $\frac{3}{5}$

سراسری => تجربی => ۹۳ (سراسری - آزاد)



۲۷- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \operatorname{Sin} \pi \left( \frac{1}{2} + bx \right)$  است.

$a, b$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{2}{5}$   
(۳) ۳      (۴)  $\frac{3}{5}$

سراسری => ریاضی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۲۸- دوره تناوب تابع با ضابطه  $f(x) = (-1)^{[x]} (x - [x])$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۲۹- دوره تناوب تابع  $f(x) = \frac{3}{4}x - \left[ \frac{3}{4}x \right]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱



۳۰- اگر دوره تناوب اصلی تابع  $f(x) = ax - [4x]$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۱ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۱

۳۱- دوره تناوب اصلی تابع  $f(x) = (-1)^{\left[\frac{x}{\pi}\right]}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳)  $2\pi$  (۴)  $\pi$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۰

۳۲- در تابع  $y = 2 - \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$  نقطه‌ی  $A$  ماکزیمم و نقطه‌ی  $B$  مینیمم است. حداکثر شیب خط گذرنده از  $A$  و  $B$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\pi}$  (۲)  $\frac{2}{\pi}$  (۳)  $\frac{1}{2\pi}$  (۴)  $\frac{4}{\pi}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

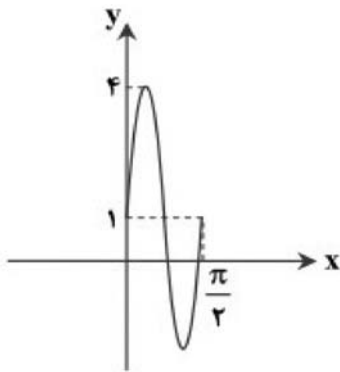
۳۳- اگر نمودار تابع  $y = 2 - a\sin(2x)$  فقط از نواحی سوم و چهارم عبور نکند، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $|a| \leq 2$  (۲)  $|a| \geq 2$  (۳)  $|a| \leq 4$  (۴)  $|a| \geq 4$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۴- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a\sin(bx) + c$  است. حاصل  $abc$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

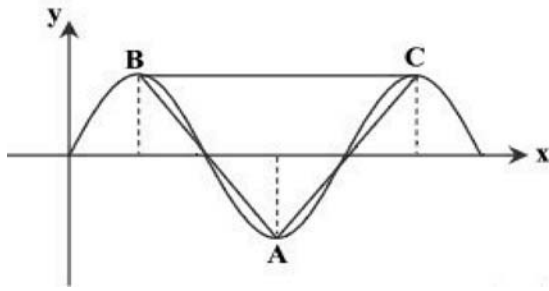


آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- خط  $y = 2$  نمودار  $y = \tan 2x$  را در بازه‌ی  $(0, a)$  در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{2}$  (۲)  $\frac{5\pi}{6}$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

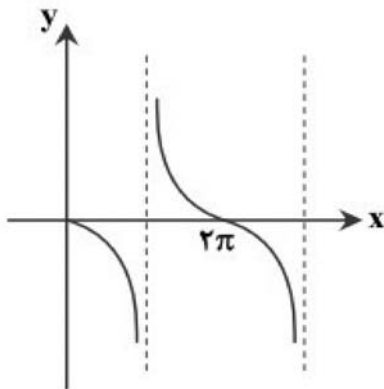


۳۶- قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin\left(\frac{a}{2}x\right)$  به صورت مقابل است.

مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱)  $\pi$
- (۲)  $2\pi$
- (۳)  $4\pi$
- (۴)  $8\pi$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۳۷- بخشی از نمودار تابع  $y = \tan(kx)$  به صورت مقابل است.

مقدار k کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴)  $\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۸- در یک تابع مثلثاتی با دوره تناوب  $4\pi$ ، ماکزیمم برابر ۱ و مینیمم برابر -۷ است. ضابطه‌ی این تابع، کدام می‌تواند باشد؟

$$(۲) \quad y = -3 + 4 \cos \frac{1}{4}x$$

$$(۱) \quad y = -3 - 4 \sin 2x$$

$$(۴) \quad y = -4 - 3 \cos 2x$$

$$(۳) \quad y = -4 + 3 \sin \frac{1}{4}x$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۹- اگر  $T = 2$  دوره تناوب تابع  $f(x)$  باشد، دوره تناوب تابع  $y = 1 - 2f(3x)$  کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۲
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۰- تابع  $y = \tan(\pi x)$  در بازه‌ی  $(a, b)$  صعودی است، حداکثر  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۱- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۴)  $4\pi$  (۳)  $3\pi$  (۲)  $\frac{5\pi}{2}$  (۱)

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۴۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$ ، کدام است؟

(۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۹۶

۴۳- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ ، کدام است؟

(۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۱)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۹۵

۴۴- مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin^4 x = \sin^2 x - \cos^4 x$ ، در بازه  $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

(۴)  $\frac{11\pi}{3}$  (۳)  $\frac{5\pi}{2}$  (۲)  $\frac{9\pi}{4}$  (۱)  $\frac{7\pi}{4}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۵

۴۵- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ ، به کدام صورت است؟

(۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

سراسری <= تجربی <= ۹۴

۴۶- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی ، کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{5}(2k+1)\pi$  (۳)  $\frac{3k\pi}{5}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{5}$  (۱)  $\frac{k\pi}{5}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۴

۴۷- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin(\pi+x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 2\sin(\pi-x) + 1 = 0$ ، کدام است؟

(۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$  (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۱)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۹۰

۴۸- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2\cos^2 x$ ، کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} \quad (۱) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad (۴)$$

سراسری => ریاضی => ۹۳ (سراسری - آزاد)

۴۹- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$  ، به کدام صورت است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری => تجربی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۵۰- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$  ، به کدام صورت است؟

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (۱) \quad \frac{k\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری => تجربی => ۹۱

۵۱- جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$  ، کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۱) \quad 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴)$$

سراسری => تجربی => ۸۷

۵۲- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin\frac{5\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$  ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۱) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

سراسری => ریاضی => ۸۷

۵۳- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1 + \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$  ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۱) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۳) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۴)$$

سراسری => تجربی => ۸۵

۵۴- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\cos 2x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 0$  ، به کدام صورت است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۱) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

سراسری => تجربی => ۸۳

۵۵- جوابهای کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x = \sin x$  به صورت  $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$  بیان شده است. مجموعه مقادیر  $i$

کدام است؟

{7, 9} (۱)

{1, 3, 5} (۲)

{1, 4, 7} (۳)

{1, 5, 9} (۴)

سراسری <= ریاضی <= ۸۳

۵۶- یکی از جواب‌های معادله  $2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$  کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$  (۱)

$\frac{5\pi}{6}$  (۲)

$\frac{7\pi}{6}$  (۳)

$\frac{4\pi}{3}$  (۴)

سراسری <= تجربی <= ۸۰

۵۷- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$  کدام است؟

$2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۱)

$k\pi + \frac{5\pi}{6}$  (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۳)

$2k\pi + \frac{2\pi}{3}$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۸- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{2 \sin 2x \cos 2x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0$  کدام است؟

$\frac{2k\pi}{5}$  (۱)

$\frac{2k\pi}{7}$  (۲)

$\frac{k\pi}{7}$  (۳)

$\frac{k\pi}{5}$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۹- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 3 \cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$  به کدام صورت است؟

$2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$  (۱)

$2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۰- مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = \cos x + \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$3\pi$  (۱)

$4\pi$  (۲)

$5\pi$  (۳)

$6\pi$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۱- نقاط جواب معادله  $2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$  روی دایره مثلثاتی، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۲) مربع

(۳) مثلث متساوی‌الساقین

(۴) متوازی‌الاضلاع

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۲- مجموع جواب‌های معادله  $\tan \frac{x}{4} = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4) \qquad \frac{5\pi}{2} \quad (3) \qquad 2\pi \quad (2) \qquad \pi \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۳- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x - \sin x = 0$  کدام است؟

$$\frac{(2k\pi + 1)\pi}{6} \quad (4) \qquad \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \quad (3) \qquad \frac{(2k\pi + 1)\pi}{3} \quad (2) \qquad \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۴- جواب کلی معادله مثلثاتی  $(1 - \sqrt{2}) \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$  کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4) \qquad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3) \qquad k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (2) \qquad k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۵- جواب کلی معادله  $\tan 3x = \cot x$  کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (4) \qquad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (3) \qquad \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \quad (2) \qquad \frac{k\pi}{4} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۶- خط  $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع  $y = \sin^2 x$  را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (4) \qquad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (3) \qquad \frac{k\pi}{4} \quad (2) \qquad \frac{k\pi}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۷- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه‌ی معادله‌ی  $\sin 4x = \cos^4 x - \sin^4 x$  در بازه‌ی  $(0, \pi)$  کدام است؟

$$\frac{3\pi}{4} \quad (4) \qquad \frac{\pi}{4} \quad (3) \qquad \frac{2\pi}{3} \quad (2) \qquad \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۸- از به هم وصل کردن جواب‌های معادله‌ی  $\tan x \cdot \cot 5x = 1$  بر روی دایره‌ی مثلثاتی کدام چندضلعی به وجود می‌آید؟

$$(1) \text{ چهارضلعی} \qquad (2) \text{ پنج ضلعی} \qquad (3) \text{ شش ضلعی} \qquad (4) \text{ هشت ضلعی}$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶۹- یکی از جواب‌های معادله‌ی  $a \sin x + \sqrt{8} = 0$  برابر با  $\frac{5\pi}{4}$  است. اولین جواب معادله، که بزرگ‌تر از  $\frac{5\pi}{4}$  است، کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4) \qquad \frac{7\pi}{4} \quad (3) \qquad \frac{15\pi}{4} \quad (2) \qquad \frac{13\pi}{4} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۰- مجموع جوابهای معادله  $\cos x (2 \cos x + 1) = 1$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4) \qquad 3\pi \quad (3) \qquad \frac{5\pi}{2} \quad (2) \qquad 2\pi \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۱- مثلثی با مساحت ۶ مفروض است. اگر اندازهی دو ضلع آن برابر ۳ و ۸ باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیتها می توان ساخت؟

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۲- نمودار تابع  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1$  در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  در چند نقطه محور X ها را قطع می کند؟

$$5 \quad (4) \qquad 4 \quad (3) \qquad 3 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۳- از تساوی  $\sin(30^\circ + x) = \cos 2x$  کدام مقادیر، قسمتی از جواب X است؟

$$2k\pi + \frac{2\pi}{9} \quad (4) \qquad 2k\pi + \frac{\pi}{9} \quad (3) \qquad k\pi + \frac{2\pi}{9} \quad (2) \qquad k\pi + \frac{\pi}{9} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷۴- جواب کلی معادله  $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ، کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \quad (4) \qquad 2k\pi \pm \frac{\pi}{8} \quad (3) \qquad k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (2) \qquad k\pi \pm \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۵- جواب کلی معادله مثلثاتی  $\tan x (\cot x + \cos^2 x) = \frac{5}{4}$  ، کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6} \quad (4) \qquad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3) \qquad k\pi + \frac{\pi}{12} \quad (2) \qquad k\pi - \frac{\pi}{12} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۶- معادله  $\operatorname{tg} x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{Cotg} x = 0$  ، چند جواب در فاصله  $[-\pi, 0]$  دارد؟

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۷۷- نمودار تابع  $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$  روی بازه  $[0, 2\pi]$  در چند نقطه محور  $x$ ها را قطع می کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۷۸- در بازه  $[-\pi, 0]$ ، معادله چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۷۹- مجموع جوابهای معادله  $\frac{\sqrt{3}}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 4$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $3\pi$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{8\pi}{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۸۰- جواب عمومی معادله مثلثاتی  $\operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8}$  (۳)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$  (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای  $x > 0$  پس  $b > 0$  بنابراین:

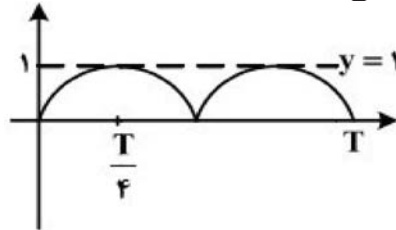
$$\max = a + b = \sqrt{3}$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \left| \cos\left(\frac{9\pi}{2} - ax\right) \right| = |\sin(ax)|$$



می‌بایست  $\pi$  به اندازه  $3T + \frac{T}{4}$  باشد، تا خط  $y = 1$  را در ۷ نقطه قطع کند چون  $T = \frac{2\pi}{a}$  ( $a > 0$ )، پس داریم:

$$\frac{6\pi}{a} + \frac{\pi}{2a} = \pi \Rightarrow \frac{13\pi}{2a} = \pi \Rightarrow a = \frac{13}{2} = 6/5$$

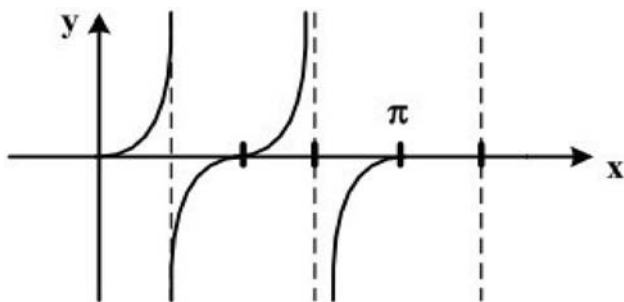
۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب  $\tan 2x$  برابر  $\frac{\pi}{2}$  است.

$$y = \tan 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x = \pm \infty$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

با توجه به شکل از سه قطعه تشکیل شده است.



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

کمترین مقدار  $y$  برابر صفر است در نتیجه  $a = 1$  دوره تناوب تابع می‌توان در بازه  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  باشد پس  $\frac{2\pi}{|b|} = \pi$

در نتیجه  $|b| = 2$  نمودار تابع در ناحیه اول مثلثاتی حالت نزولی دارد، پس  $b = -2$  یا  $b = -1$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بازه  $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$  دو برابر دوره تناوب پس  $T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$  در نتیجه  $b = 3$  و می‌نیمم تابع برابر ۳- است پس می‌نیمم  $a \sin bx$  برابر ۲- است در نتیجه  $a = 2$  پس  $a + b = 5$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دوره تناوب تابع  $T = \frac{2\pi}{3}$  پس  $b = 3$  است.

تابع در  $x = 0$  دارای مینیمم ۱- است، یعنی  $a = -1$  و  $c = \frac{\pi}{4}$ . چون می‌بایست به فرم کلی  $f(x) = -\cos 3x$  باشد، پس  $abc = -\frac{3\pi}{4}$  است.

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از آنجایی که  $\left|\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right| = |\cos x|$  و  $|\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)| = |\sin x|$  پس  $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = f(x)$  و کوچکترین مقدار  $T$  در  $f(x + T) = f(x)$  برابر  $\frac{\pi}{2}$  است.

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع در بازه دو برابر دوره تناوب آن رسم شد است اگر دوره تناوب  $T$  فرض شود

داریم  $T = \frac{\pi}{b}$  و  $T + T = \pi$  پس  $T = \frac{2\pi}{3}$  در نتیجه  $\frac{\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$  یا  $b = \frac{3}{2}$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در  $x = 0$  مقدار  $y = b = 1$  پس  $y = -a \sin 2x + 1$  بیشترین مقدار تابع  $\frac{3}{2}$  است.

$-a \sin 2x + 1 \leq \frac{3}{2}$  یا  $-a \sin 2x \leq \frac{1}{2}$  پس  $a = \frac{1}{2}$  در نتیجه  $a + b = \frac{3}{2}$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش  $a \sin bx + 1 \leq 3$  پس  $a = 2$  بازه تناوب به صورت

$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$  است در نتیجه  $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$  پس  $b = 3$  در نتیجه  $a + b = 5$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب  $\sin 2x$  برابر  $\frac{2\pi}{2} = \pi$  و دوره تناوب  $\cos \frac{x}{2}$  برابر  $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$  پس دوره

تناوب اصلی این تابع  $4\pi$  می باشد.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل در ۳ دوره تناوب رسم شده است پس  $T = \frac{3/5 - (-2/5)}{3} = 2$  از طرفی

$$ab = 2 \text{ پس } a = 2 \text{ داریم } x = 0 \text{ به ازای } b = 1 \text{ لذا } T = \frac{2\pi}{b\pi} = 2$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از مبدأ می گذرد بنابراین مختصات مبدأ  $O(0, 0)$  را درون تابع قرار می دهیم تا یک رابطه بر حسب  $a$  و  $b$  به دست آید.

$$(0, 0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = a\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع  $\pi$  است، پس ضریب  $x$  عدد ۲ می باشد. در نقطه ای از بازه  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  مقدار تابع صفر است. پس معادله آن به صورت  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  است.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right) \\ = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دوره تناوب تابع  $\frac{\pi}{|a|} = \pi$  است، بنابراین  $a = \pm 1$ . از طرفی طول نقطه برخورد نمودار با محور  $x$ ها میانگین  $-\frac{\pi}{5}$  و

$\frac{4\pi}{5}$  یعنی  $\frac{3\pi}{10}$  است، بنابراین نمودار  $y = |\operatorname{tg} x|$  به اندازه به طرف راست انتقال یافته، پس اگر  $a = 1$  باشد،

$$\frac{b}{a} = b = \frac{3\pi}{10} \text{ و اگر } a = -1 \text{ باشد، } b = -\frac{3\pi}{10} \text{ در هر صورت } |a - b| = 1 - \frac{3\pi}{10} \text{ است.}$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون دوره تناوب  $\pi$  است، ضریب  $x$  عدد ۲ می‌باشد. در یک نقطه از بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  مقدار  $y = 0$  است یعنی  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$  پس  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$  یا  $x = \frac{\pi}{6}$  پس تابع  $y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  تابع مورد قبول است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که برد تابع  $f$  به صورت  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$  است و  $a$  و  $b$  مثبت هستند. پس  $a = \frac{1}{3}$  فاصله  $x = \frac{3}{4}$  تا  $x = 2$  برابر  $\frac{5}{4}$  است که لذا:

$$\frac{3}{4}T = \frac{5}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{3}$$

از طرفی برای دوره تناوب  $T$  داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{6\pi}{5}$$

حال چون نمودار  $y = \frac{1}{3} \cos \frac{6\pi}{5}x$  به طرف راست محور  $x$  ها منتقل شده، طول  $c$  برابر است با

$$x + \frac{5}{3} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow c = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta abc = -\frac{2\pi}{3}$$

در نتیجه:

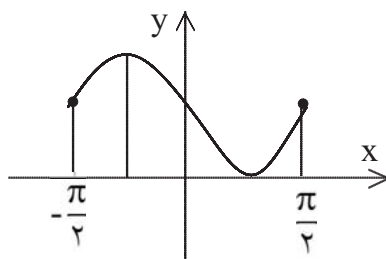
۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y = a + 2 \sin(bx)$$

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = 3$$

با توجه به ضریب ۲،  $\sin$  باید بین ۲ و -۲ باشد و چون نمودار دارای ماکزیمم یک است بنابراین نمودار یک واحد پایین آمده است در نتیجه  $a = -1$  است.

$$a + b = -1 + 3 = 2$$



۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع در بازه  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  کاملاً رسم شده

است. پس دوره تناوب آن  $\pi$  است. الزاماً ضریب  $x$  عدد ۲ می‌باشد. تابع در ربع اول کمترین مقدار را داشته است. پس الزاماً معادله آن به صورت

$$y = 1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ است.}$$

۲۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع  $a \sin b\pi x$  بنا بر فرض  $\frac{1}{4}$  است. پس  $\frac{2\pi}{b\pi} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = 4$

$$\sin 4\pi x = 0 \Rightarrow 4\pi x = k\pi \Rightarrow x = \frac{1}{4}k \Rightarrow x = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$$

پس ۵ نقطه تلاقی در بازه  $[0, 1]$  دارد.

۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بنابر تعریف دوره تناوب  $T$  داریم  $f(x+T) = f(x)$  که  $T$  کوچک‌ترین عدد مثبت است.

پس دوره تناوب آن  $\frac{\pi}{4}$  است.

۲۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\cot x = \frac{1}{\tan x}$  پس داریم:

$$f(x) = \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - 1}{\tan x}$$

$$f(x) = -2 \left( \frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} \right) = -\frac{1}{2} \cot 2x$$

دوره تناوب تابع حاصل  $\frac{\pi}{4}$  است.

۲۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} - \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{\sin^2 3x - \cos^2 3x}{\sin 3x \cos 3x} = -\frac{\cos 6x}{\sin 6x} = -\cot 6x \Rightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

$$f(x) = \tan 3x - \cot 3x = -2 \cot 6x \Rightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

۲۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 5 - 1 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \quad (\text{چون تابع در ابتدا نزولی است})$$

$$f(x) = 3 - \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = 3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون برد تابع  $[-2, 2]$  است و برد تابع سینوس  $[-1, 1]$  است پس  $a = 2$  است.

$$y = \sin \pi \left( \frac{1}{2} + bx \right) \Rightarrow y = 2 \cos(b\pi x)$$

$$\begin{cases} x = -2/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{-5\pi}{2} b = 0 \\ x = 3/5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{2} b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1 \text{ یا } T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم دوره تناوب کوچکترین عدد مثبت  $T$  است به طوری که  $f(x+T) = f(x)$  باشد تابع  $[x] - x$  متناوب با دوره تناوب ۱ می‌باشد. ولی  $[x] - (-1)$  متناوب با دوره تناوب ۲ می‌باشد. لذا دوره تناوب اصلی تابع مفروض ۲ می‌باشد.

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا بر تعریف دوره تناوب  $T$  کوچکترین عدد مثبت به طوری که  $f(x+T) = f(x)$  باشد  $f(x+T) = \frac{3}{4}(x+T) - \left[ \frac{3}{4}(x+T) \right]$  جزء صحیح وقتی ساده می‌شود که  $T = \frac{4}{3}$  یا  $T = 1$  باشد.

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که تابع  $f(x) = ax - [ax]$  متناوب بوده، دوره تناوب اصلی آن  $\frac{1}{a}$  است پس  $a = 4$

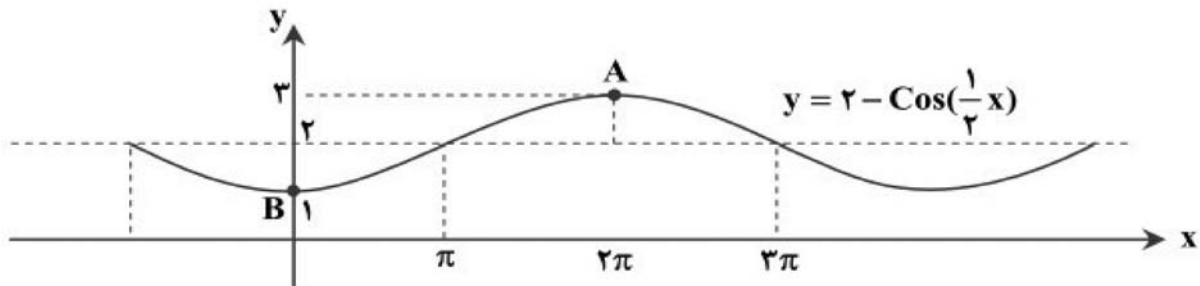
$$f(x+T) = f(x) \Rightarrow (-1)^{\left[ \frac{x+T}{\pi} \right]} = (-1)^{\left[ \frac{x}{\pi} \right]} \Rightarrow (-1)^{\left[ \frac{x}{\pi} + \frac{T}{\pi} \right]} = (-1)^{\left[ \frac{x}{\pi} \right]} \quad -31$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره‌ی تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  هستند.

برای رسم تابع، نمودار  $\cos x$  را در راستای افقی با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم و سپس نمودار آن را نسبت به محور  $x$  قرینه کرده و ۲ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم.



اگر نقاط  $A$  و  $B$  به صورت بالا انتخاب شوند، حداکثر شیب به دست می‌آید. دقت کنید که اگر نقطه‌ی  $A$  قبل از نقطه‌ی  $B$  در نظر گرفته شود، شیب خط منفی و اگر هر نقطه‌ی دیگر بعد از  $2\pi$  در نظر گرفته شود، شیب خط از این مقدار کمتر خواهد شد، بنابراین:

$$\begin{cases} A (2\pi, 3) \\ B (0, 1) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{3 - 1}{2\pi - 0} = \frac{1}{\pi}$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره‌ی تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  هستند.

برای آن که نمودار از نواحی سوم و چهارم عبور نکند باید مینیمم تابع نامنفی باشد. با توجه به نکته، ماکزیمم این تابع  $|a| + 2$  و مینیمم آن  $-|a| + 2$  است، پس داریم:

$$-|a| + 2 \geq 0 \Rightarrow |a| \leq 2$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در توابع  $y = a \sin(bx) + c$  و  $y = a \cos(bx) + c$ ، دوره تناوب برابر  $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکزیمم برابر

$|a| + c$  و مینیمم برابر  $-|a| + c$  است.

ابتدا توجه کنید که  $f(0) = 1$ ، پس می‌توان نوشت:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

اکنون توجه کنید که دوره تناوب تابع برابر  $\frac{\pi}{4}$  است. بنابراین با توجه به نکته داریم:

$$T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است، پس با توجه به نکته داریم:

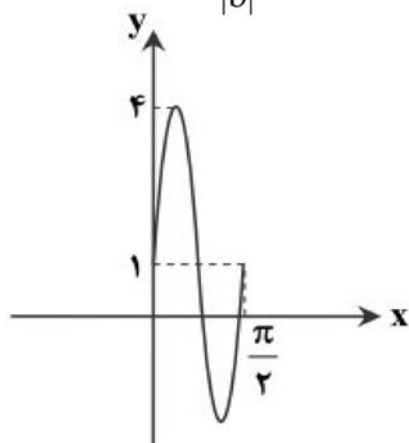
$$|a| + c = 4 \xrightarrow{c=1} |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

چون تابع  $f(x)$  در بازه  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  صعودی است، پس  $a$  و  $b$  یا هر دو مثبت‌اند و یا هر دو منفی، بنابراین دو حالت

امکان‌پذیر است:

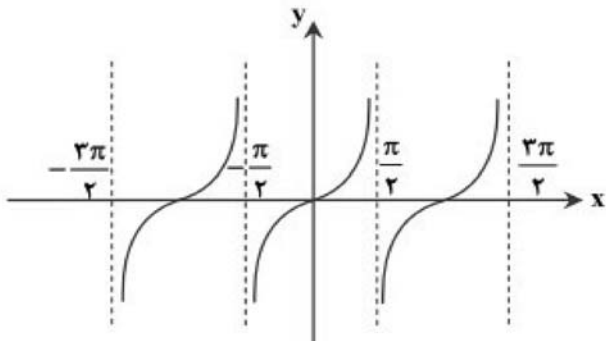
$$\begin{cases} a = 3 \text{ و } b = 4 \text{ و } c = 1 \\ a = -3 \text{ و } b = -4 \text{ و } c = 1 \end{cases}$$

در هر دو حالت داریم:  $abc = 12$



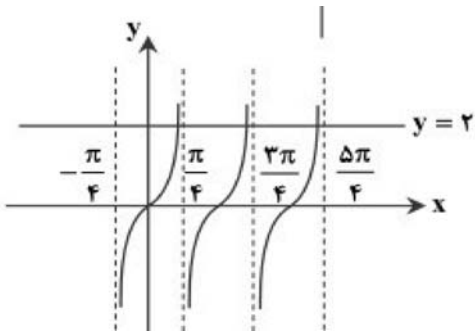


۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
 نکته: نمودار  $y = \tan x$  شکل زیر است.



نمودار  $y = \tan 2x$  را با یک انقباض افقی نمودار  $y = \tan x$  رسم می‌کنیم.

برای آنکه خط  $y = 2$  به‌ازای  $x > 0$  در ۲ نقطه نمودار را قطع کند، حداقل  $a$  باید تقریباً از  $\frac{3\pi}{4}$  بیشتر باشد و تقریباً از  $\pi$  کمتر باشد. پس  $a$  می‌تواند هر عددی در این محدوده باشد که با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است. دقت کنید که سایر گزینه‌ها در این حدود نیستند و تعداد نقاط تقاطع برابر ۲ نیست.



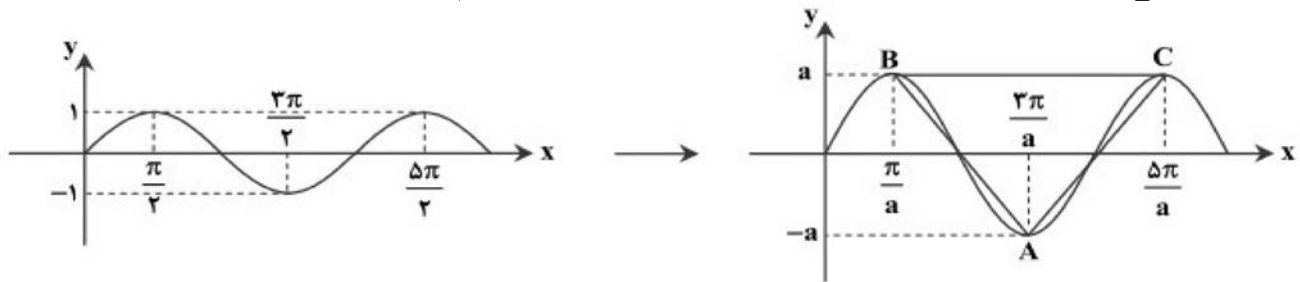
۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته ۱:  $\sin(-x) = -\sin x$

نکته ۲: توابع  $y = a\sin bx + c$  و  $y = a\cos bx + c$  دارای مقادیر ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره‌ی تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  است.

با توجه به ضابطه‌ی داده‌شده اگر  $a$  را عددی منفی در نظر بگیریم، مطابق نکته ۱، عبارت با حالتی که  $a$  مثبت باشد، برابر می‌شود. پس با فرض  $a > 0$ ، بیشترین مقدار این تابع  $a$  و کمترین مقدار آن  $-a$  است. از طرفی طبق ضابطه‌ی تابع، تمام طول نقاط دامنه‌ی تابع  $y = \sin x$  در  $\frac{1}{a} = \frac{2}{a}$  ضرب شده است.

پس نمودار این تابع را می‌توان به صورت زیر از روی نمودار  $y = \sin x$  رسم کرد:



بنابراین مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با:

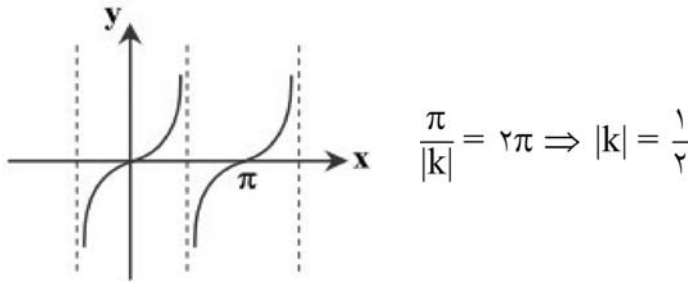
$$\begin{cases} BC = \frac{2\pi}{a} \\ \text{ارتفاع} = 2a \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{a} \times 2a = 2\pi$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع  $f$  را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند  $T$  موجود باشد، به طوری که برای هر  $x \in D_f$  داشته باشیم  $f(x \pm T) = f(x)$  و  $x \pm T \in D_f$ . کوچک‌ترین عدد مثبت  $T$  با این خاصیت را دوره‌ی تناوب  $f$  می‌نامیم.

نکته: نمودار تابع  $y = \tan x$  به صورت روبه‌رو است:

نکته: دوره‌ی تناوب تابع  $y = \tan(ax)$  برابر  $\frac{\pi}{|a|}$  است.



در شکل سؤال دوره‌ی تناوب  $2\pi$  است، پس:

تابع تانژانت در بازه‌هایی که تعریف شده است، صعودی است در حالی که نمودار شکل داده‌شده نزولی است، پس  $k$  مقداری منفی  $k = -\frac{1}{2}$  قابل قبول است.

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: توابع  $y = a \sin(bx) + c$  و  $y = a \cos(bx) + c$  دارای مقادیر ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره‌ی تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  است.

با توجه به صورت سؤال و نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -7 \\ \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \end{cases}$$

از جمع دو رابطه‌ی اول  $c = -3$ ، از تفاضل آن‌ها  $|a| = 4$  و از رابطه‌ی سوم،  $|b| = \frac{1}{2}$  است.

پس  $y = 4 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$  یکی از جواب‌های مسئله است و گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع  $f$  را متناوب می‌نامیم هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند  $T$  موجود باشد، به طوری که برای هر  $x \in D_f$  داشته باشیم  $f(x \pm T) = f(x)$  و  $x \pm T \in D_f$ . کوچک‌ترین عدد مثبت  $T$  با این خاصیت را دوره‌ی تناوب  $f$  می‌نامیم.

نکته: اگر دوره تناوب تابع  $f(x)$  برابر  $T$  باشد، دوره تناوب  $f(ax)$  برابر  $\frac{T}{|a|}$  است.

مطابق نکته، اگر دوره تناوب تابعی  $T$  باشد، در اثر انتقال افقی و عمودی و همچنین انبساط یا انقباض عمودی، دوره تناوب تغییر نمی‌کند.

پس در تابع  $y$  انتقال عمودی و انبساط عمودی تاثیری روی دوره‌ی تناوب ندارد. ولی در این تابع چون انقباض افقی با ضریب ۳ داریم (طول نقاط دامنه در  $\frac{1}{3}$  ضرب می‌شوند) پس دوره‌ی تناوب هم  $\frac{1}{3}$  برابر می‌شود، یعنی:

$$T_2 = \frac{T_1}{|3|} = \frac{\pi}{3}$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

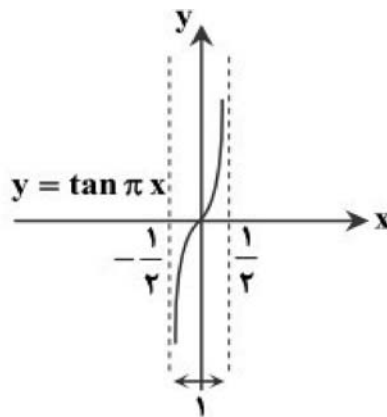
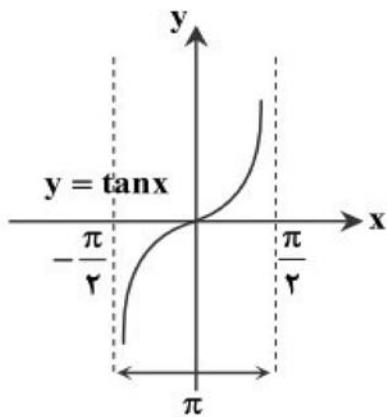
نکته: تابع  $y = \tan x$  در بازه‌هایی به فرم  $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$  صعودی است. ( $k \in Z$ )

دامنه‌ی تابع  $y = \tan \pi x$  از انقباض دامنه‌ی  $\tan x$  به اندازه‌ی  $\pi$  به دست می‌آید (تمامی نقاط دامنه در  $\frac{1}{\pi}$  ضرب

می‌شوند). در واقع تابع  $y = \tan \pi x$  در بازه‌هایی به فرم  $(k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})$  که  $k \in Z$  صعودی است که

حداکثر طول این بازه‌ها برابر یک واحد است.

به نمودارهای روبه‌رو دقت کنید:



۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow 4 \sin x (-\cos x) = 1 \Rightarrow -2(2 \sin x \cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

k	۰	۱	۲
$x_1$	$\times$	$\pi - \frac{\pi}{12}$	$2\pi - \frac{\pi}{12}$
$x_2$	$\frac{7\pi}{12}$	$\pi + \frac{7\pi}{12}$	$\times$

$$\text{مجموع} = \pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \pi + \frac{7\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos^2 x = 0 \Rightarrow 4 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

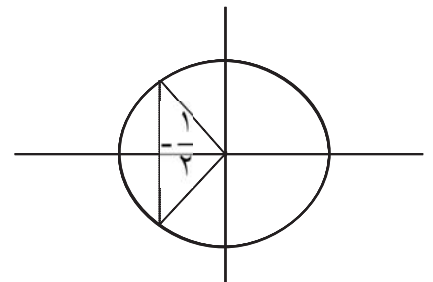
۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 2 - 2 \cos^2 x + 3 \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \quad \cos x = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, \quad \left(\frac{-1}{2}\right)$$

ق ق
↓
غ ق ق



$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x \Rightarrow \sin^4 x = \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 \underbrace{(\sin^2 x - \cos^2 x)}_{-\cos 2x}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x \cos x = -\cos 2x \Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\text{مجموع جواب ها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{30\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x = 1$$

$$\begin{cases} 1 : \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \\ 2 : \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \end{cases}$$

نکته: دو فرمول روبه‌رو را یادآوری می‌کنیم:

داریم که:

$$2 \sin x \cdot \cos x = 1 - 2 \cos^2 x$$

با توجه به نکته

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } \cos 2x} \sin 2x = -\cos 2x \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } \cos 2x} \tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot c \Rightarrow \frac{\cancel{\sin \frac{3x}{2}} \cos \frac{x}{2}}{\cancel{\cos \frac{3x}{2}} \cos \frac{x}{2}} = \cot x \Rightarrow \tan \frac{3x}{2} = \tan \left( \frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} - x = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{5}(2k+1)\pi$$

تذکره: این سؤال غلط است زیرا به‌ازای بعضی از مقادیر در گزینه‌ی صحیح، معادله تعریف نشده است. مثلاً:

$$k = 2 \Rightarrow (2(2) + 1) \frac{\pi}{5} = \pi \Rightarrow \cot \pi = \text{تعریف نشده}$$

حل بالا مطابق با روش موردنظر طراح سؤال است.

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\Rightarrow 3 - 4 \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) = 2 \left( \frac{1 + \cos 2x}{2} \right) \rightarrow 3 - 2 + 2 \cos 2x = 1 + \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم:

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2 \cos^2 x \xrightarrow{\sin x \neq 0} \sin 3x = 2 \sin x \cos x \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow \sin(2x + x) = \sin 2x \cdot \cos x \Rightarrow \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = \sin 2x \cos x$$

$$\Rightarrow \cos 2x \cdot \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin x = 0 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۴۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \left( \frac{5\pi}{4} \right) \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 = \left( \frac{-\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۵۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin \left( \frac{3\pi}{2} + x \right)$$

$$-\cos 2x = -\cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

$$2 \sin x \cos x + 3 \cot x (-\sin x) = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$-2 \cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۵۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۵۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} + \cos x (-\sin x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۵۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos x - \sin x = 1 + \cos x \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6} \Rightarrow \cos\left(2k\pi + \frac{i\pi}{3}\right) = \sin\left(2k\pi + \frac{i\pi}{6}\right) \Rightarrow \cos\frac{i\pi}{3} = \sin\frac{i\pi}{6}$$

با بررسی کردن اعداد  $\{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$  مشخص می شود که  $\{1, 5, 9\}$  جواب است.

$$\left. \begin{aligned} 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \\ \sin x = t \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(-2)}}{4} \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \quad -56$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3-5}{4} \Rightarrow t = \frac{-1}{2} \\ t = \frac{3+5}{4} \Rightarrow t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1}{2} \\ \sin x = 2 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow x = \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2 \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$



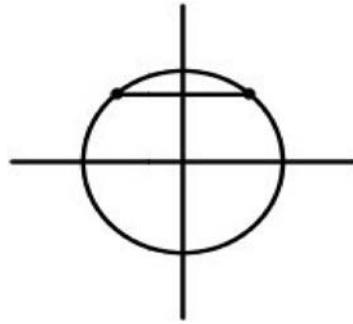
۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 4x + \sin 3x}{1 + \cos x} = 0 \Rightarrow \sin 4x = \sin(-3x), \cos x \neq -1$$

$$4x = 2k\pi + (-3x) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$



با توجه به دایره مثلثاتی  $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3}$

۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x + \sin x \Rightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

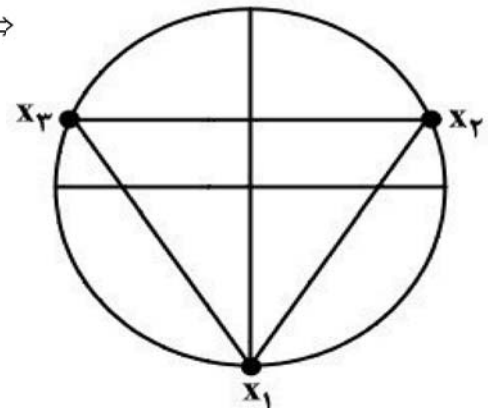
$$\cos x - \sin x = 1 \Rightarrow x = 0, 2\pi, \frac{3\pi}{2}$$

مجموع تمام جوابها برابر  $6\pi$  می باشد.

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2(1 - \sin^2 x) - \sin x - 1 = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x - \sin x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = -1 \Rightarrow x_1 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x_3 = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{array} \right.$$



پس مثلث  $x_1 x_2 x_3$  متساوی الاضلاع است.

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از آنجایی که  $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$  و  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$  پس  $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$  داریم:

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \sin x \Rightarrow 1 - \cos x = \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow$$

$$\cos^2 x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \end{cases}$$

که در بازه  $[0, 2\pi]$  دارای جواب‌های  $0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  است.

$$0 + \frac{\pi}{2} + \pi + \frac{3\pi}{2} + 2\pi = 4\pi$$

۶۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos 2x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

در نتیجه  $3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$  و  $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$  جواب کلی  $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در معادله درجه دوم مجموع ضرایب صفر است پس  $\sin x = 1$  با توجه به دوره تناوب

جواب کلی  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$  است و جواب دیگر  $\sin x = \frac{-1}{1 - \sqrt{2}}$  مورد قبول نیست.

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div 2} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

پس  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله  $\sin x = \sin \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi + \alpha$  و  $x = (2k + 1)\pi - \alpha$  است که  $k \in \mathbb{Z}$ .

نکته: جواب‌های کلی معادله  $\cos x = \cos \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi \pm \alpha$  است که  $k \in \mathbb{Z}$ .

نکته:  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

نکته:  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

سمت راست تساوی را به کمک اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم، داریم:

$$\sin 2x = \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x}$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

بنابراین اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه برابر است با:

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3}$$

۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله  $\tan x = \tan \alpha$  به صورت  $x = k\pi + \alpha$  است که  $k$  عددی صحیح است.

نکته:  $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

به جای  $\cot \Delta x$  عبارت  $\frac{1}{\tan \Delta x}$  را جایگزین می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم:

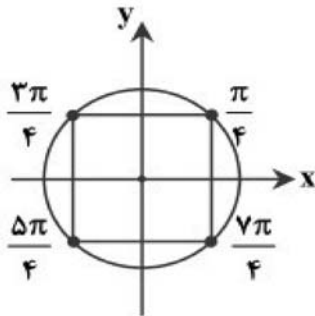
$$\tan x \cdot \frac{1}{\tan \Delta x} = 1 \Rightarrow \tan \Delta x = \tan x \Rightarrow \Delta x = k\pi + x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

حال جواب‌هایی از این معادله را که یک دور دایره  $(0 \leq x \leq 2\pi)$  هستند به دست می‌آوریم:

k	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
x	۰	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$2\pi$

دقت کنید که جواب‌های  $x = 0, \frac{\pi}{4}, \pi, \frac{3\pi}{4}, 2\pi$  قابل قبول نیستند، چون  $\tan x$  یا  $\cot \Delta x$  تعریف نشده‌اند.

پس فقط چهار جواب  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  قابل قبول‌اند که تشکیل یک چهارضلعی می‌دهند.



۶۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب کلی معادله  $\sin x = \sin \alpha$  برابر با  $x = 2k\pi + \alpha$  و  $x = (2k+1)\pi - \alpha$  است که  $k \in Z$  چون  $\frac{5\pi}{4}$  جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند. بنابراین:

$$4 \sin x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{-2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in Z)$$

حال با جای گذاری مقادیر مختلف  $k$ ، جواب‌های مختلف معادله را به دست می‌آوریم:

k	-1	0	1	2
$2k\pi - \frac{\pi}{4}$	$-\frac{9\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{4}$
$2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{4}$	$\frac{21\pi}{4}$

مطابق جدول بالا، اولین جواب معادله که بزرگ‌تر از  $\frac{5\pi}{4}$  باشد،  $\frac{7\pi}{4}$  است.

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله  $\cos x = \cos \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi \pm \alpha$  هستند که  $k \in Z$ . ابتدا معادله را ساده می‌کنیم، سپس با در نظر گرفتن تغییر متغیر  $\cos x = t$  معادله را حل می‌کنیم:

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow (2t - 1)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \pi \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \pi \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌های این معادله در بازه‌ی مورد نظر برابر با  $\pi + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = 3\pi$  است.

۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب‌های کلی معادله‌ی  $\sin x = \sin \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi + \alpha$  و  $x = (2k + 1)\pi - \alpha$  است  $(k \in \mathbb{Z})$ .

نکته: مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با:  $S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$

زاویه‌ی بین دو ضلع با طول‌های ۳ و ۸ را  $\alpha$  در نظر می‌گیریم. طبق فرض مساحت مثلث برابر ۶ است، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

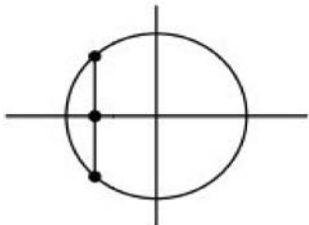
$\alpha$  زاویه‌ای از مثلث است، پس  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ، بنابراین فقط جواب‌های  $\frac{\pi}{6}$  و  $\frac{5\pi}{6}$  یعنی  $30^\circ$  و  $150^\circ$  از این معادله قابل قبول هستند، یعنی دو مثلث با شرایط مورد نظر وجود دارد.



۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 \Rightarrow y = 2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

با توجه به دایره مثلثاتی در بازه  $[0, 2\pi]$  در دو نقطه قطع می‌کند با در نظر گرفتن دوره تناوب در بازه  $[-2\pi, 0]$  در دو نقطه دیگر در نتیجه در ۴ نقطه قطع می‌کند.



۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا کوچکترین زاویه  $x$  را تعیین می‌کنیم ممکن است دو کمان متمم باشند.

$$(x + 30^\circ) + (2x) = 90^\circ \Rightarrow x = 20^\circ = \frac{\pi}{9}$$

مضارب زوج  $\pi$  را می‌توان اضافه کرد  $2k\pi + \frac{\pi}{9}$

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$  پس داریم:

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4}$$

۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 + \tan x \cos^2 x = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6}$$

۷۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{Cotg} 2x$$

$$-2 \operatorname{Cotg} 2x = -2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2x = \operatorname{Cotg} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right)$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{5}$$

$$\xrightarrow{-\pi \leq x \leq 0} x = -\pi, \frac{-3\pi}{5}, \frac{-\pi}{5}$$

و  $x = -\pi$  در دامنه تابع نیست.

۷۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در جایی محور  $x$ ها را قطع می‌کند که  $f(x) = 0$  باشد:

$$\sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow k = 1, 2, 3, \dots, 8$$

پس دارای ۸ جواب است.

۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x = -2 \operatorname{Cotg} 2x$  در نتیجه:

$$-2 \operatorname{Cotg} 2x - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \operatorname{Cotg} 2x = \operatorname{Cotg} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{5}$$

در بازه  $[-\pi, 0]$  داریم:  $x = -\pi, -\frac{3\pi}{5}, \frac{-\pi}{5}$  اما  $x = -\pi$  در دامنه نیست پس قابل قبول نمی‌باشد.

۷۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \sin x \cos x \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$$

پس خواهیم داشت:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9}$$

در نتیجه:

در بازه  $[0, 2\pi]$  خواهیم داشت:  $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}$  که مجموع آنها  $3\pi = \frac{27\pi}{9}$  می‌شود.

۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 3x \sin x}{\cos 3x \cos x} = 1 \Rightarrow \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = 0$$

$$\cos(3x + x) = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$



۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۰
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۲