

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۳، حد و پیوستگی

۱۲۱- تابع  $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x^2 - 4x + 4} & ; x > 2 \\ [x] - x & ; x \leq 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  پیوسته است. مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟ ( )

علامت جزء صحیح است.

- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $-\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $-\frac{1}{2}$

ریاضی ۳، تابع -

۱۰۱- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{9|x| + x^3}{|x|}}$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 3)$       (۲)  $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$   
(۳)  $[-3, +\infty)$       (۴)  $(-3, 0) \cup (0, +\infty)$

۱۰۲- نمودار تابع  $f(x) = x^3 + 3x(1-x)$  از کدام ناحیه (ها) نمی‌گذرد؟

- (۱) اول و سوم      (۲) دوم و چهارم      (۳) اول      (۴) چهارم

۱۰۳- اگر  $f(x) = \sqrt{x+4}$  و  $g(x) = x^2 + 4x$  مفروض باشند، مساحت سطح محدود به نمودار تابع  $y = (f \circ g)(x)$  و خط  $y = 2$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) ۸

۱۰۴- در بازه‌ای که تابع با ضابطه  $f(x) = |x+2| + |x-5|$  اکیداً صعودی است، نمودار آن با نمودار تابع  $g(x) = 6x^2 + 5x + 1$  چند نقطه تلاقی دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) فاقد نقطه مشترک هستند.

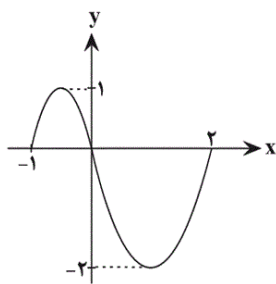
۱۰۵- هرگاه  $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$  و  $g(x) = \{(-1, 2), (5, 2), (1, 0), (3, 2)\}$  باشند، آن‌گاه  $f \circ g$  چگونه تابعی است؟

- (۱) صعودی اکید      (۲) نزولی اکید  
(۳) غیریکنوا      (۴) هم‌صعودی و هم‌نزولی

۱۰۶- اگر  $f(x) = 2x - [2x]$  و  $g(x) = [x]$  باشد، بُرد تابع  $g \circ f$  کدام است؟ ( ) علامت جزء صحیح است.

- (۱)  $\{-1\}$       (۲)  $\{0\}$       (۳)  $\{1\}$       (۴)  $\{0, 1\}$

۱۰۷- اگر نمودار تابع  $y = f(-x) + 1$  به شکل زیر باشد، دامنه تابع  $y = f(\frac{x}{4}) + f(x)$  کدام است؟



(۱)  $[-2, 1]$

(۲)  $[-4, 2]$

(۳)  $[-1, \frac{1}{4}]$

(۴)  $[-1, 2]$

۱۰۹- ضابطه وارون تابع  $y = -\sqrt{x+4} - 3$  در کدام گزینه آمده است؟

(۱)  $y = x^2 + 6x + 5, x \leq -3$

(۲)  $y = -x^2 + 6x + 5, x \leq -3$

(۳)  $y = x^2 + 6x + 5, x \geq -2$

(۴)  $y = -x^2 + 6x + 5, x \geq -2$

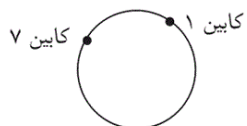
### ریاضی ۳، مثلثات

۱۱۷- جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos 2x = 1 - \sin 2x$  را بر روی دایره مثلثاتی به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. کدام شکل

هندسی درست می‌شود؟

(۱) ۶ضلعی (۲) مثلث قائم‌الزاویه (۳) مربع (۴) مستطیل

۱۱۱- چرخ و فلکی را با ۴۰ کابین در نظر بگیرید. اگر در شروع حرکت در جهت خلاف عقربه‌های ساعت،



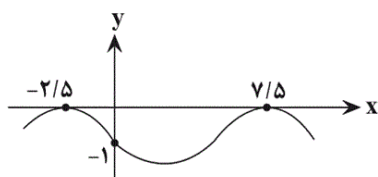
شما در کابین ۷ نشسته باشید، بعد از دوران  $\frac{23\pi}{4}$  رادیان، شما در موقعیت کدام کابین هستید؟

(۱) ۵ (۲) ۱۲ (۳) ۲ (۴) ۳۵

۱۱۲- تابع متناوب  $f(x)$  با دوره تناوب ۳ در بازه  $[1, 4]$  به صورت  $f(x) = x^2 + 1$  تعریف می‌شود. حاصل  $f(67/5)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{13}{4}$  (۲)  $\frac{29}{4}$  (۳)  $\frac{53}{4}$  (۴)  $\frac{11}{2}$

۱۱۳- نمودار زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a + \cos(\frac{1}{4} - bx)$  است. حاصل  $ab$  کدام است؟



(۱)  $-\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{15}$

(۴)  $-\frac{1}{15}$

۱۱۴- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع  $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{4})$  در آن یکنوا است، برابر کدام گزینه می‌باشد؟

(۱)  $\pi$  (۲)  $\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{2\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۱۱۹- مجموع جواب‌های معادله  $\sin \frac{\pi}{2} = \cos 3x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

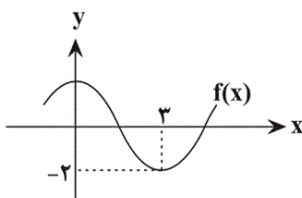
- (۱)  $2\pi$       (۲)  $4\pi$   
 (۳)  $\pi$       (۴)  $3\pi$

ریاضی ۳، حد بی نهایت و حد در بی نهایت -

۱۲۲- اگر باقی‌مانده تقسیم  $f(x) = x^2 + 4x + a$  بر  $x - 2$  برابر  $(-2)$  شود، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم  $f(x - 2)$  بر  $x + 2$  چه قدر می‌باشد؟

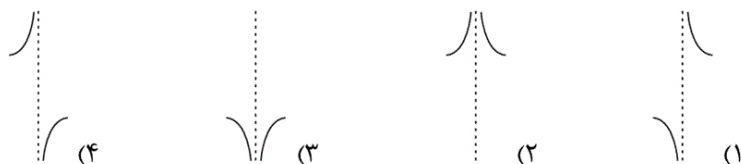
- (۱) ۱۴      (۲) -۱۴      (۳) ۶      (۴) -۶

۱۲۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x)$  می‌باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{f(x)+2}$  برابر است با:



- (۱)  $-\frac{2}{5}$   
 (۲)  $+\frac{2}{5}$   
 (۳)  $+\infty$   
 (۴)  $-\infty$

۱۲۴-  $f$  یک تابع پیوسته و اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد. نمودار تابع  $y = \frac{x-2}{f(x)}$  در مجاورت  $x = 0$  چگونه است؟



۱۲۵- هرگاه  $f(x) = \frac{2ax - \sqrt{4x^2 - 3x}}{|4x - 2|}$  داشته باشیم  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ ، آن‌گاه مقدار  $a$  برابر است با:

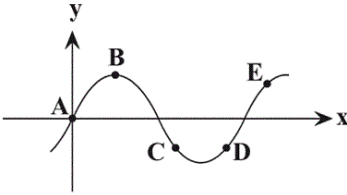
- (۱) ۶      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۳

۱۲۶- مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x - 4^{1-x}}{3^{-x} + 4^{x+1}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$       (۲)  $+\infty$       (۳)  $\frac{3}{16}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

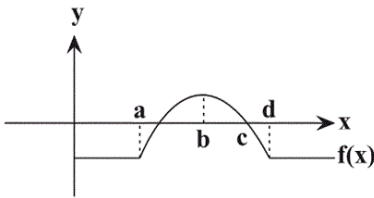
ریاضی ۳، مشتق -

۱۲۷- در نمودار تابع  $f$ ، به‌ازای کدام نقطه، رابطه  $\frac{f(x).f'(x)}{2f(x)} < 0$  برقرار است؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

۱۲۸- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، در کدام بازه زیر مقدار مشتق تابع در حال کاهش است؟



- (۰, b) (۱)
- (b, +∞) (۲)
- (a, d) (۳)
- (a, +∞) (۴)

۱۲۹- اگر  $f(x) = \sin x$  باشد، معادله  $f'(x) = f'(\frac{\pi}{2})$  در بازه  $(0, 3\pi)$  چند جواب دارد؟

- صفر (۱)
- یک (۲)
- دو (۳)
- سه (۴)

۱۳۰- در تابع خطی  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(f(1))}{x - 2}$  برابر ۱- است. عرض از مبدأ تابع  $f$  برابر کدام گزینه است؟

- ۳ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱ (۳)
- ۳ (۴)

### ریاضی ۳، ترکیبی

۱۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(|x| + 3)|x^2 - 2x - 3|}{x - 3}$  کدام است؟

- صفر (۱)
- ∞ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۰ (۴)

۱۱۵- هرگاه  $\tan(\frac{\pi}{2} + x) = \frac{2}{5}$  باشد، حاصل  $\sin 2x$  برابر است با:

- $-\frac{15}{17}$  (۱)
- $-\frac{19}{20}$  (۲)
- $-\frac{20}{29}$  (۳)
- $-\frac{21}{25}$  (۴)

۱۱۶- اگر تانژانت یک زاویه برابر قرینه کسینوس آن زاویه باشد، حاصل کسینوس دو برابر آن زاویه چه قدر است؟

- $-\sqrt{5} + 2$  (۱)
- $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$  (۲)
- $\sqrt{5} - 2$  (۳)
- $\frac{1 - \sqrt{5}}{4}$  (۴)

۱۱۸- جواب‌های کلی معادله  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\cos(\pi + x) = \sin^2\frac{5\pi}{6}$  کدام است؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۴)       $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)       $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)       $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۱)

۱۱۰- تابع  $f(x)$  کدام باشد تا  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x)$  باشد؟

$f(x) = 1 + \sqrt{1+x}$  (۲)       $f(x) = \sqrt{4-x^2}$  (۱)

$f(x) = x + \sqrt{x}$  (۴)       $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  (۳)

۱۰۸- اگر نمودار تابع  $y = \sqrt{x-1}$  را نسبت به خط  $y = x$  قرینه کرده، سپس ۳ واحد درجهت مثبت محور  $y$ ها انتقال دهیم و

با ضریب ۲ در راستای افقی انبساط دهیم، نمودار حاصل با کدام طول خط  $y = 8$  را قطع می‌کند؟

$-2$  (۴)       $4$  (۳)       $-4$  (۲)       $2$  (۱)

۱۲۱- گزینه «۴»

(موانبش نیکنام)

حد تابع با مقدار تابع در  $x=2$  برابر است. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{[x] - x} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a|x-2|}{2-x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a(x-2)}{2-x} = -a$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (a^2x - 5) = 2a^2 - 5 = f(2)$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 5 = -a \Rightarrow 2a^2 + a - 5 = 0$$

که با توجه به درجه دو بودن معادله، مجموع مقادیری که جای  $a$  می‌تواند

قرار بگیرد برابر است با  $-\frac{1}{2}$ .

(سر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱

۱۰۱- گزینه «۴»

(عزیزاله علی‌اصغری)

$$f(x) = \sqrt{\frac{9|x| + x^3}{|x|}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{9 + \frac{x^3}{|x|}} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} & x > 0 \\ \sqrt{9 - x^2} & x < 0 \end{cases}$$

حال دامنه تابع را می‌یابیم، برای  $x > 0$  که دامنه تمامی اعداد را شامل می‌شود.

برای  $x < 0$  داریم:

$$\sqrt{9 - x^2} \Rightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$\xrightarrow{x < 0} -3 \leq x < 0 \Rightarrow [-3, 0)$$

$$D_f : [-3, 0) \cup (0, +\infty)$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳

۲

۱

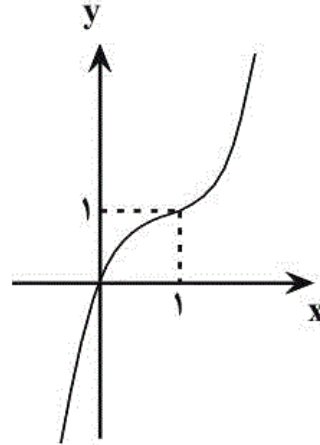
۱۰۲- گزینه «۲»

(سعید تن آرا)

شکل ساده شده ضابطه تابع به صورت  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  می باشد که با اضافه و کم کردن عدد ۱ به اتحاد مکعب دوجمله ای تبدیل می شود:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$

نمودار تابع  $y = x^3$  را یک واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می دهیم تا به نمودار تابع  $f(x)$  برسیم. (توجه داشته باشید که  $f(0) = 0$ ) مطابق شکل، نمودار تابع  $f$  از نواحی دوم و چهارم نمی گذرد.



(تابع) (ریاضی ۳، صفحه های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

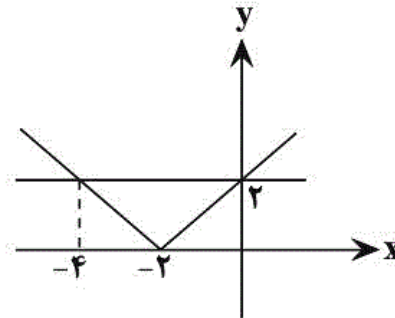
۱۰۳- گزینه «۱»

(علی اصغر شریفی)

$$y = (f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{(x+2)^2} = |x+2|$$

ارتفاع = ۲

قاعده = ۴



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

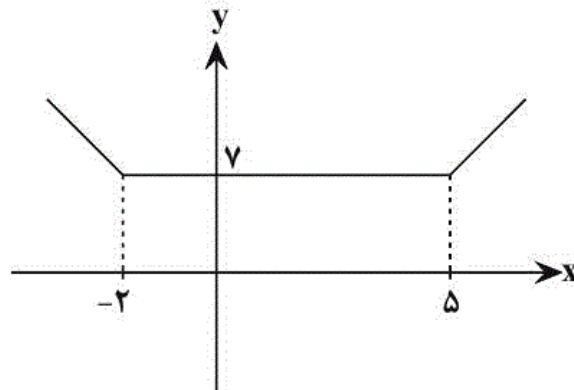
۱ ✓



ابتدا نمودار  $f(x)$  را رسم و بازه صعودی اکید را مشخص می‌کنیم:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$



$$x > 5: f(x) = (x + 2) + (x - 5) \Rightarrow f(x) = 2x - 3, x > 5$$

$$f(x) = g(x)$$

$$2x - 3 = 6x^2 + 5x + 1$$

$$6x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(6)(4)$$

$$\Delta = 9 - 96 = -87 < 0$$

فاقد نقطه مشترک هستند.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم که  $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$  بنابراین:

$$f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow 4 - x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \{-1, 1, 3, 5\} \mid g(x) \in [-2, 2]\}$$

داریم:

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{-1, 1, 3, 5\}$$

$$f \circ g = \{(-1, 2), (1, 2), (3, 2), (5, 2)\}$$

آن‌گاه:

$f \circ g$  یک تابع ثابت است و می‌دانیم که توابع ثابت هم صعودی و هم نزولی

می‌باشند.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۶- گزینه «۲»

(رسمان پورریم)

به طور کلی  $0 \leq u - [u] < 1$  (  $u$  عبارتی بر حسب  $x$  است )

$$(g \circ f)(x) = g(2x - [2x]) \xrightarrow{0 \leq 2x - [2x] < 1} \circ$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۷- گزینه «۱»

(نسترن صمدی)

$$D_y = [-1, 2] \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -x \leq 1$$

پس دامنه تابع  $f(x)$  به صورت  $[-2, 1]$  است و دامنه تابع  $f(\frac{x}{y})$  به صورت

$[-4, 2]$  است. بنابراین دامنه تابع  $y = f(\frac{x}{y}) + f(x)$  به صورت زیر محاسبه

$$D: [-2, 1] \cap [-4, 2] = [-2, 1]$$

می‌گردد:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۱»

(علی رستمی مهر)

ابتدا برد تابع را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x+4} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{x+4} \leq 0 \Rightarrow -\sqrt{x+4} - 3 \leq -3 \Rightarrow y \leq -3$$

بنابراین دامنه وارون تابع برابر  $x \leq -3$  است.

حال ضابطه وارون را به دست می‌آوریم:

$$y = -\sqrt{x+4} - 3 \Rightarrow y + 3 = -\sqrt{x+4}$$

$$\xrightarrow{\text{دوطرف به توان ۲}} (y+3)^2 = x+4$$

$$x = y^2 + 6y + 5 \xrightarrow{\substack{x \rightarrow y \\ y \rightarrow x}} y = x^2 + 6x + 5$$

وارون تابع:  $y = x^2 + 6x + 5; x \leq -3$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

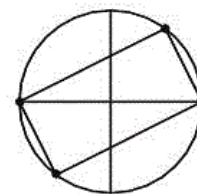
۲

۱

$$1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \sin x \cos x \Rightarrow 2 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (\sin x - \cos x) = 0 \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = \cos x \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{4} & k \in \mathbb{Z} \\ 0 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ غ ق ق } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



پس جواب‌های معادله مثلثاتی به صورت  $x = k\pi$  و  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$  بوده و بر

روی دایره مثلثاتی یک مستطیل تشکیل می‌دهد.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20} = \text{فاصله زاویه‌ای دو کابین متوالی}$$

$$\frac{23\pi}{4} = \frac{24\pi - \pi}{4} = 6\pi - \frac{\pi}{4} \equiv -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{-\pi}{4}$$

$$\frac{4}{\pi} = -5 \Rightarrow \text{کابین دوم} \rightarrow \text{پس باید ۵ کابین به عقب برگردیم.}$$

$$\frac{4}{20}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

### ۱۱۲- گزینه «۱»

(سعیل مسن فان پور)

با توجه به متناوب بودن تابع  $f(x)$  و دوره تناوب ۳ برای محاسبه  $f(۶۷/۵)$ ، هر ضربی از عدد ۳ را می‌توانیم از  $۶۷/۵$  کم کنیم تا به عددی در بازه  $[۱, ۴)$  برسیم. پس ۲۲ تا ۳ از این عدد کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} f(۶۷/۵) &= f(۶۷/۵ - ۲۲ \times ۳) \\ &= f(۶۷/۵ - ۶۶) = f(۱/۵) \\ f(x) &= x^2 + 1 \quad x \in [۱, ۴) \end{aligned} \right\} f(۱/۵) = (۱/۵)^2 + 1 = \left(\frac{۳}{۲}\right)^2 + 1$$

$$= \frac{۹}{۴} + 1 = \frac{۱۳}{۴}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

### ۱۱۳- گزینه «۲»

(رضا توکلی)

$$y = a + \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\pi x\right) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow a = -1$$

در عبور از  $x=0$  تابع نزولی است، پس  $b < 0$  است:

$$T = 7/5 - (-2/5) = 10 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{5} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{5}$$

$$ab = \frac{1}{5}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

### ۱۱۴- گزینه «۱»

(مهمربواز مفسنی)

$T = \pi$  تابع تنازانت در دوره تناوب خود اکیداً صعودی است.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷ و ۳۷ تا ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

۱۱۹- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

$$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 3x \Rightarrow \cos 3x = 1$$
 معادله را به شکل زیر حل می‌کنیم:

می‌دانیم جواب معادله  $\cos x = 1$  به صورت  $x = 2k\pi$  می‌باشد. پس:

$$3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$$

که جواب‌ها در بازه  $[0, 2\pi]$  عبارتند از:  $x = 0$  و  $x = \frac{2\pi}{3}$  و  $x = \frac{4\pi}{3}$  و  $x = 2\pi$  که مجموع آن‌ها  $4\pi$  می‌شود.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱

۱۲۲- گزینه «۲»

(وهاب نادری)

برای یافتن باقی‌مانده باید ریشهٔ مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = -2$$

$$\Rightarrow (2)^2 + 4(2) + a = -2 \Rightarrow 4 + 8 + a = -2 \Rightarrow a = -14$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f(-2 - 2) = f(-4) = (-4)^2 + 4(-4) - 14 = 16 - 16 - 14 = -14$$

(مدر بی‌نهایت و مدر در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳

۲

۱

۱۲۳- گزینه «۴»

(رضا سیدنیقی)

با دقت در نمودار تابع درمی‌یابیم که:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{f(x)+2} = \frac{1-3}{(-2)^+ + 2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

(مدر بی‌نهایت و مدر در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

۱۲۴- گزینه «۱»

(سپار داوطلب)

در نقطه  $x=0$ ، حد تابع  $f(x)$  برابر صفر است و چون تابع اکیداً نزولی است، در سمت راست صفر، صفر منفی و در سمت چپ آن صفر مثبت خواهد بود. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{f(x)} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{f(x)} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

توجه: با توجه به اطلاعات صورت سؤال می‌توان به جای  $f(x)$  تابعی با این

خصوصیات قرار داد مانند  $(-x^3)$

(مر بی نهایت و مر در بی نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۵۳ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

۱۲۵- گزینه «۳»

(رضا سیدنیفی)

قدرمطلق را با تعیین علامت حذف می‌کنیم:

$$4x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
	-	+

$$x \rightarrow -\infty : -(4x-2) = -4x+2$$

آن‌گاه:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax - \sqrt{4x^2 - 3x}}{-4x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax - |2x|}{-4x}$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax+2x}{-4x} = -3 \Rightarrow \frac{2(a+1)x}{-4x} = -3 \Rightarrow a+1=6 \Rightarrow a=5$$

(مر بی نهایت و مر در بی نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

۱۲۶- گزینه «۴»

(سپار داوطلب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x - 4^{1-x}}{3^{-x} + 4^{x+1}} \simeq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x}{4^{x+1}} = \frac{4^x}{4 \times 4^x} = \frac{1}{4}$$

(مر بی نهایت و مر در بی نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴

۳

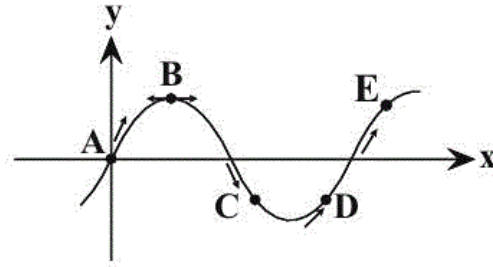
۲

۱

۱۲۷- گزینه «۳»

(فهیمة ولی زاده)

باتوجه به شکل و جدول زیر داریم:



نقطه C، نقطه مورد نظر است.

نقطه	A	B	C	D	E
$f(x)$	•	+	-	-	+
$f'(x)$	+	•	-	+	+
$\frac{f(x).f'(x)}{2f(x)}$	تعریف نشده	•	-	+	+

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

۱۲۸- گزینه «۳»

(عزیزاله علی اصغری)

شیب خط مماس بر منحنی تابع از نقطه a تا d در حال کاهش است.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

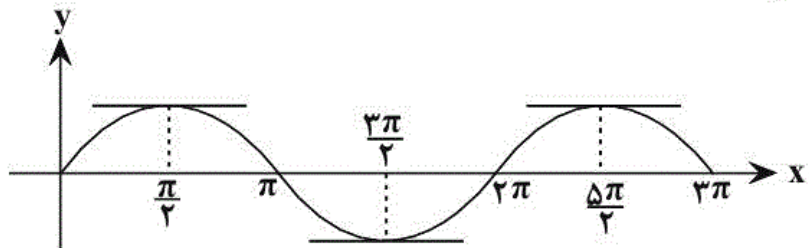
۱

۱۲۹- گزینه «۴»

(مهمربوار مصنی)

همان‌طور که می‌بینید در سه نقطه مقدار مشتق تابع  $f(x)$  برابر

$$f'(\frac{\pi}{2}) = 0 \text{ است.}$$



(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱



۱۳۰- گزینه «۱»

(مهمربوار مسمی)

تابع  $f$  خطی است، پس در همه نقاط مشتق پذیر و پیوسته بوده و مقدار مشتق آن در تمام نقاط، مقداری ثابت و برابر شیب خط است.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{می دانیم:}$$

از مقایسه این رابطه با صورت سؤال متوجه می شویم که:  $f'(1) = 2$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = -1(x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 2 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 3$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

۱۲۰- گزینه «۳»

(وهاب نادری)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(|x| + 2)|x^2 - 2x - 3|}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(|3^-| + 2)|x - 3||x + 1|}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2 + 2)(-(x - 3)(x + 1))}{x - 3} = -20$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۶) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

۱۱۵- گزینه «۳»

(رضا سیدنیفی)

می دانیم که  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$  بنابراین:

$$-\cot x = \frac{2}{5} \Rightarrow \cot x = -\frac{2}{5}$$

از طرفی  $\tan x = \frac{1}{\cot x}$  و  $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$  پس:

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{20}{29}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۸، ۸۳ و ۸۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳

۲

۱



اگر زاویه را  $\alpha$  فرض کنیم داریم:  $\tan \alpha = -\cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\cos \alpha$

$$\Rightarrow -\cos^2 \alpha = \sin \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha - 1 = \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta \text{ روش}} \sin \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{-1 \leq \sin \alpha \leq 1} \sin \alpha = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

باید  $\cos 2\alpha$  را حساب کنیم.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^2 = 1 - 2 \left( \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} \right)$$

$$= 1 - 4 \left( \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \right) = \sqrt{5} - 2$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

$$\sin^2 \frac{5\pi}{6} = \sin^2 \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (-\cos x)(-\cos x) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

باید دامنه‌های دو تابع  $f^{-1} \circ f$  و  $f \circ f^{-1}$  برابر باشد چون ضابطه‌ها که همان  $X$  می‌شود:

$$D_f = D_{f^{-1}} \text{ یا } D_f = R_f$$

پس دامنه و برد هر تابع را باید پیدا کنیم:

$$\text{گزینه «۱»} \Rightarrow D_f : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$R_f : 4 - x^2 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{4 - x^2} \leq 2$$

$$\text{گزینه «۲»} \Rightarrow D_f : 1 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$R_f : \sqrt{1 + x} \geq 0 \Rightarrow 1 + \sqrt{1 + x} \geq 1$$

$$\text{گزینه «۳»} \Rightarrow D_f : x > 0 \quad R_f : \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2$$

$$\text{گزینه «۴»} \Rightarrow D_f : x \geq 0 \quad R_f : f(x) = x + \sqrt{x}$$

با توجه به این که  $f$  جمع دو تابع  $x$  و  $\sqrt{x}$  که هر کدام صعودی اکید هستند می‌باشد پس حداقل تابع در ابتدای دامنه اتفاق می‌افتد:

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow R_f : x + \sqrt{x} \geq 0$$

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

قرینه نسبت به  $y = x$  یعنی همان وارون کردن:

$$y = \sqrt{x-1}; y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow y^2 + 1 = x$$

جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم:

$$\Rightarrow y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{۳ واحد به بالا}} y = x^2 + 4; x \geq 0$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط افقی}} y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4$$

$$y = 8 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + 4 = 8 \Rightarrow x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x = \pm 4 \xrightarrow{x \geq 0} x = 4$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱