RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۴۱- اگر a، b و c سه عدد صحیح باشند، به گونه‌ای که $a|b$ و $b|c$، آن‌گاه کدام‌یک از روابط زیر لزوماً برقرار نیست؟

۱) $a|b-c$

۲) $ab|c^۲$

۳) $ac|b^۲$

۴) $a^۲|bc$

۱۴۲- اگر a بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که در تقسیم بر ۳۷، خارج‌قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم، دو عدد متوالی باشند، آن‌گاه مجموع ارقام a کدام است؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۱۴۳- به ازای کدام مقادیر طبیعی n، عدد $۲+۵^{۳n+۱۲}\times۳^{۳n+۱۱}$ بر ۷ بخش‌پذیر است؟

۱) فقط اعداد فرد

۲) فقط اعداد زوج

۳) فقط اعداد مضرب ۳

۴) همهٔ اعداد طبیعی

۱۴۴- اگر عدد $\overline{۴۲a۵b}$ مضرب ۴۴ باشد، بزرگترین مقدار $a\times b$ کدام است؟

۱) ۱۲

۲) ۱۸

۳) ۳۶

۴) ۴۸

۱۴۵- به چند طریق می‌توان ۱۳۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی تبدیل کرد، به شرط آنکه از هر دو مدل اسکناس استفاده شده باشد؟

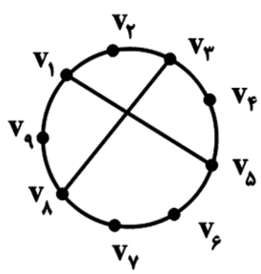
۱) ۱۱
۲) ۱۲
۳) ۱۳
۴) ۱۴

۱۴۶- در گراف ساده و ناهمبند G، $\Delta = ۸$ و $\delta = ۶$ است. حداقل مرتبهٔ این گراف کدام است؟

۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

ریاضیات گسسته ، گراف و مدل سازي -

۱۴۷- در گراف شکل مقابل دوری با کدام طول وجود ندارد؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۱۴۸- اگر به ازای هر دو رأس x و y از گراف G، $N_G[x] = N_G[y]$ و مجموع مرتبه و اندازهٔ گراف G، برابر ۲۱ باشد، آن‌گاه $\Delta(G)$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۱۴۹- حاصل‌ضرب درجات رئوس گراف G از مرتبهٔ ۶، برابر ۴۸۰ است. گراف $\overline{G}$ چند یال دارد؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۱۵۰- گراف ۲- منتظم G با مجموعهٔ رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$، چند زیرگراف ۱- منتظم دارد؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

حسابان ۲ ، تابع -

۱۰۱- چندجمله‌ای $p(x)=x^۲+kx-۳$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر است. مقدار k کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $-\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۰۲- نمودارهای دو تابع $f(x)=۳x-۳x^۲+x^۳$ و $f^{-۱}$، در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۰۸- نمودار تابع $f(x)=\frac{x^۲}{|x|}(x-۲)$، روی کدام مجموعه اکیداً نزولی است؟

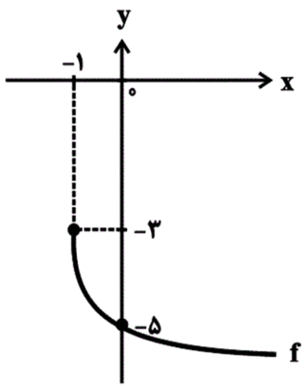
۱) $(-\infty,۰)$
۲) $(۰,۱)$
۳) $(-۱,۱)-\{۰\}$
۴) $(۰,+\infty)$

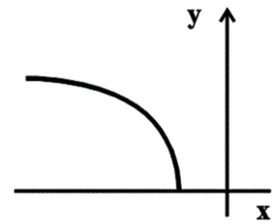
۱۰۶- کدام دو تبدیل متوالی، نمودار $y=x^۲+x$ را به نمودار $y=x^۲+۲x$ تبدیل می‌کند؟

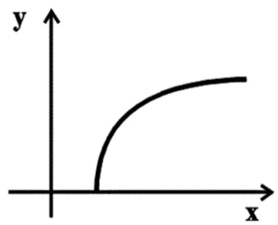
۱) $\frac{۱}{۲}$ واحد به چپ و $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین
۲) $\frac{۱}{۲}$ واحد به راست و $\frac{۳}{۴}$ واحد به بالا
۳) $\frac{۱}{۲}$ واحد به راست و $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین
۴) $\frac{۱}{۲}$ واحد به چپ و $\frac{۳}{۴}$ واحد به بالا

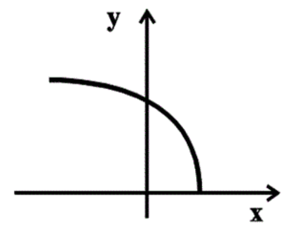
دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

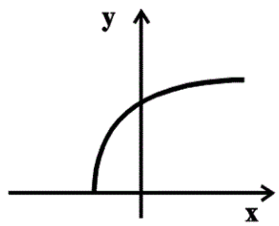
۱۱۲-نمودار تابع $f(x)=a\sqrt{x+b}+c$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=\sqrt{abx+c}$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۱۱۴- تابع $y=|x-a+1|$ روی بازهٔ $[-\frac{3}{4},1]$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) ۱

۱۱۹- اگر $f(x)=2x^3+ax^2-x-1$ و باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $(fof)(x)$ بر $x-1$ برابر ۲۱ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) −۱ ۳) ۲ ۴) صفر

۱۲۰- برد تابع $f(x)=\sqrt{\sin x}-\cos^2 x$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) صفر

حسابان ۲ ، مثلثات

۱۱۵- چند نقطه در بازهٔ $(-\frac{2}{3},-\frac{1}{7})$، عضو دامنهٔ تابع $f(x)=\tan\frac{\pi}{x}$ نیست؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۵

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۳- اگر $\cot(20^\circ + x) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ باشد، مقدار $\tan(40^\circ - x)$ کدام است؟

۱) $-\frac{3\sqrt{3}}{5}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ۳) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{7}$

۱۰۹- کدام گزینه، جوابی برای معادلهٔ $\tan(x+\frac{\pi}{4}) - \tan 2x = \tan 3x + \tan(x-\frac{3\pi}{4})$ است؟

۱) $\frac{5\pi}{6}$ ۲) $\frac{4\pi}{3}$ ۳) $\frac{3\pi}{5}$ ۴) $\frac{8\pi}{7}$

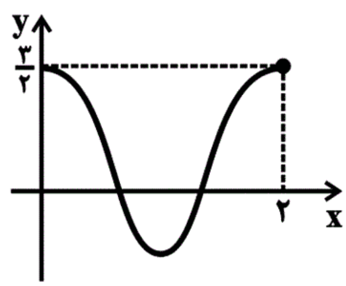
۱۱۰- جواب کلی معادلهٔ $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ ۲) $k\pi + \frac{3\pi}{8}$ ۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ ۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۱۰۳- کم‌ترین مقدار تابع $y = 3 - \sin(1 - \frac{2\pi x}{3})$ چند برابر مقدار دورهٔ تناوب آن است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۲

۱۰۴- اگر نمودار تابع $y = a + \sin\pi(bx + \frac{1}{2})$ به‌صورت زیر باشد، بیشترین مقدار $a + b$ کدام است؟



۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۱۱۸- انتهای کمان جواب‌های معادلهٔ $\cos 2x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$ روی دایرهٔ مثلثاتی رئوس یک چندضلعی محدب هستند. این چندضلعی کدام است؟

۱) ذوزنقه ۲) ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین ۳) مثلث قائم‌الزاویه ۴) مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین

حسابان ۲ ، حدهاي نامتناهي - حد در بينهايت

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۵- اگر $\lim\limits_{x\to 3}(\frac{x-4}{2x^2+ax+b})=-\infty$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) -6 ۲) 6 ۳) -3 ۴) 3

۱۱۱- اگر $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{a(x-1)^3+6x(x^2+x)}{(2x-1)^2}=b$ باشد، مقدار b کدام است؟ $(b\in\mathbb{R})$

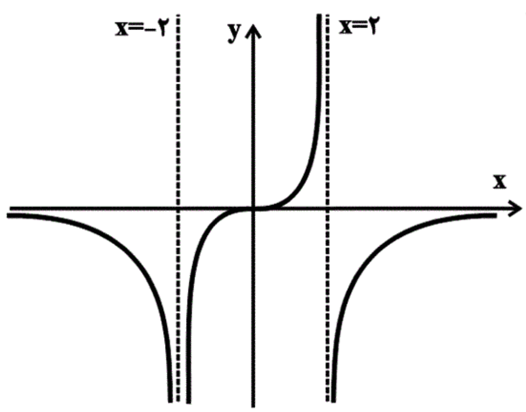
۱) -6 ۲) 6 ۳) -8 ۴) 8

۱۰۷- نمودار تابع $f(x)=\frac{ax^3+3x^2}{4x^3+1}$ مجانب افقی‌اش را در نقطه‌ای با طول ۱ قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

۱) $-\frac{4}{3}$ ۲) 9

۳) 12 ۴) -7

۱۱۶- نمودار تابع f به‌صورت مقابل است. حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{2x+1}{x+3})$ کدام است؟



۱) صفر

۲) $+\infty$

۳) $-\infty$

۴) -2

۱۱۷- خطوط مجانب نمودار تابع $f(x)=\frac{(2x+1)^2+(2x-3)^2}{2x^2+6x+k}$ در نقاط A و B متقاطع‌اند. اگر O مبدأ مختصات و مساحت مثلث OAB برابر $2\sqrt{15}$ واحد مربع باشد، مقدار k کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

هندسه ۳ ، آشنايي با مقاطع مخروطي -

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۶- خط d و نقطه P روی آن مفروض‌اند. مکان هندسی مجموعه نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله $\frac{۱}{۲}$ و از نقطهٔ P به فاصلهٔ ۱ باشد را A می‌نامیم. مساحت چند ضلعی‌ای که اعضای مجموعهٔ A، رئوس آن را تشکیل می‌دهند، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۲۷- اگر دایرهٔ $x^۲+y^۲-kx+۲y=۰$ در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع اول و سوم مماس باشد، شعاع دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) ۲
۴) $\sqrt{۵}$

۱۲۸- اگر دایره‌های $x^۲+y^۲-۴x=a$ و $(x+۱)^۲+y^۲=۹$ مماس داخل باشند، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

۱) ۴-
۲) ۴
۳) ۳۲
۴) ۳۲-

۱۲۹- اگر دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲=۱۲x$ و $x^۲+y^۲+۱۶y=۳۶$ در نقاط C و D متقاطع باشند، فاصلهٔ نقطهٔ $A(۱,-۱)$ از پاره‌خط CD یا امتداد آن کدام است؟

۱) ۳
۲) ۱
۳) ۴
۴) ۲

۱۳۰- معادلهٔ دایرهٔ مماس بر خطوط $y-۳=۰$ و $y+۱=۰$ که مرکز آن بر خط $y-x+۲=۰$ قرار دارد، کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲-۶x+۲y+۶=۰$
۲) $x^۲+y^۲-۶x-۲y+۶=۰$
۳) $x^۲+y^۲+۶x+۲y+۶=۰$
۴) $x^۲+y^۲+۶x-۲y+۶=۰$

هندسه ۳ ، ماتریس و کاربردها

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۱- اگر $A=\begin{bmatrix} b & b+۱ \\ ۲a & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -b & -۲ \\ ۴ & ۱ \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، کدام ماتریس اسکالر است؟

۱) $A^۳$ ۲) $A^۶$ ۳) $A^۹$ ۴) هیچ‌کدام

۱۲۲- اگر $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ماتریس $(A^{۱۲}\times B^{۱۰})^{-۱}$ کدام است؟

۱) I

۲) $\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$

۱۲۳- اگر $A=\begin{bmatrix} ۳|A| & ۲ \\ ۵ & |A| \end{bmatrix}$ باشد، کدام‌یک از ماتریس‌های زیر می‌تواند وارون ماتریس A باشد؟

۱) $\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -\frac{۵}{۲} & ۳ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ \frac{۵}{۲} & ۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ \frac{۵}{۲} & ۳ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -\frac{۵}{۲} & ۳ \end{bmatrix}$

۱۲۴- فرض کنید A ماتریسی ۳×۳ باشد. ماتریس B از ضرب هر درایهٔ ماتریس A در شمارهٔ سطر و ستونی که در آن قرار دارد به‌دست می‌آید. دترمینان ماتریس B چند برابر $|A|$ است؟

۱) $۳^۶$ ۲) $۳^۳$ ۳) $۶!$ ۴) $۳!\times۳!$

۱۲۵- اگر $A^۲=A+I$ و A ماتریسی ۲×۲ باشد، حاصل $|۲A-I|$ کدام است؟

۱) ±۳

۲) $\pm\sqrt{۳}$

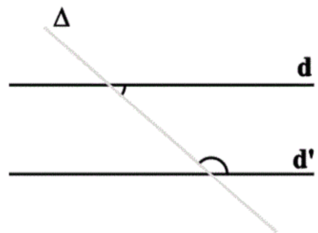
۳) ±۵

۴) $\pm\sqrt{۵}$

هندسه ۳ - آشنا ، آشنايي با مقاطع مخروطي

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۶- مطابق شکل زیر، دو خط ثابت d و d' موازی‌اند و خط متغیر Δ آنها را قطع می‌کند. مکان هندسی نقطهٔ برخورد نیمسازهای دو زاویهٔ مشخص شده در شکل زیر کدام است؟



۱) خطی عمود بر d و d'

۲) خطی موازی با d و d'

۳) دایره‌ای مماس بر d و d'

۴) دو خط عمود بر هم

۱۳۷- شعاع دایرهٔ گذرا بر سه نقطهٔ $(۰,۰)$، $(۲,۱)$ و $(۲-,۱)$، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۵}$

۴) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۳}$

۱۳۸- دایره‌ای از دو نقطهٔ $(۰,۲)$ و $(۴,۰)$ گذشته و بر محور xها مماس است. عرض نقطهٔ تلاقی دیگر این دایره با محور yها کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۳۹- دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲-۲x-۸y+۸=۰$ و $x^۲+y^۲-۲x+۴y+۴=۰$، چند مماس مشترک دارند؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۴۰- معادلهٔ دایره‌ای که بر دو دایرهٔ $x^۲+y^۲=۲x$ و $x^۲+y^۲-۸x+۱۵=۰$ مماس خارج و مرکزش روی محور xهاست، کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲+۵x+۶=۰$

۲) $x^۲+y^۲-۳x+۱=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۳x=۱$

۴) $x^۲+y^۲-۵x+۶=۰$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- اگر $A=\begin{bmatrix} ۱ & x \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix} ۱ & y \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ و $(A+B)^۲=A^۲+۲AB+B^۲$ باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟ $(y\neq ۰)$

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۲

۱۳۲- اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۴ \end{bmatrix}$، I ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی باشند به طوری که $\alpha A+\beta I=A^{-۱}$، آنگاه مقدار β کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۵}$

۲) $-\frac{۱}{۵}$

۳) $\frac{۲}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

۱۳۳- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax-۳y=۱ \\ ۲۰x+by=۵ \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات، جواب منحصربه‌فرد دارد؟

۱) $\begin{cases} ۱۵x-۴y=۱ \\ bx+ay=۳ \end{cases}$

۲) $\begin{cases} ax-۱۵y=۱ \\ ۴x+by=۵ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} ax+۱۵y=۵ \\ bx+ay=۳ \end{cases}$

۴) $\begin{cases} ax+by=۲ \\ ۳ax+۳by=۵ \end{cases}$

۱۳۴- اگر $|A|=۴$ و A یک ماتریس ۲×۲ باشد، آنگاه $\left|\frac{|A|}{۲}A\right|+\left|\frac{۲}{|A|}A\right|$ کدام است؟

۱) ۱۸

۲) ۱۶

۳) ۱۷

۴) ۱۵

۱۳۵- اگر دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix} -۱ & m & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ با دترمینان وارونش برابر باشد، m کدام مقادیر را می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱و-۱

۲) ۰و۲

۳) ۰و-۲

۴) ۲و-۲

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

اگر $a\,|\,b$ و $b\,|\,c$، آن‌گاه طبق خاصیت تعدی $a\,|\,c$ و در نتیجه داریم:

گزینهٔ «۱»: $\left.\begin{matrix} a\,|\,b \\ a\,|\,c \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a\,|\,b-c$

گزینهٔ «۲»: $\left.\begin{matrix} a\,|\,c \\ b\,|\,c \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} ab\,|\,c^{۲}$

گزینهٔ «۴»: $\left.\begin{matrix} a\,|\,b \\ a\,|\,c \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} a^{۲}\,|\,bc$

به‌عنوان مثال نقض برای گزینهٔ «۳»، می‌توانیم $a=۱$، $b=۲$ و $c=۸$ را در نظر بگیریم.

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۲- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

اگر $q>r$ باشد، داریم:

$$a=۳۷(r+۱)+r=۳۸r+۳۷ \xrightarrow{\max(r)=۳۶} a=۱۴۰۵$$

اگر $q<r$ باشد، داریم:

$$a=۳۷(r-۱)+r=۳۸r-۳۷ \xrightarrow{\max(r)=۳۶} a=۱۳۳۱$$

بنابراین بیشترین مقدار a برابر ۱۴۰۵ و مجموع ارقام آن برابر ۱۰ است.

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

$$۳^۳ = ۲۷ \overset{۷}{\equiv} -۱$$

$$۵^۳ = ۱۲۵ \overset{۷}{\equiv} -۱$$

$$۳^{۳n+۱۱} \times ۵^{۳n+۱۲} + ۲ \overset{۷}{\equiv} ۳^{۳n} \times ۳^{۱۱} \times ۵^{۳n} \times ۵^{۱۲} + ۲$$

$$\overset{۷}{\equiv} ۱۵^{۳n} \times (۳^۳)^۳ \times ۳^۲ \times (۵^۳)^۴ + ۲ \overset{۷}{\equiv} ۱^{۳n} \times (-۱)^۳ \times ۲ \times (-۱)^۴ + ۲$$

$$\overset{۷}{\equiv} -۲ + ۲ \overset{۷}{\equiv} ۰$$

یعنی این عدد به ازای همهٔ مقادیر طبیعی n، بر ۷ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۴- گزینهٔ «۴» (افشین خاصه‌خان)

عددی مضرب ۴۴ است، که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\overline{42a5b} \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow \overline{5b} \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\overline{42a5b} \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow b - 5 + a - 2 + 4 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow a + b \overset{11}{\equiv} 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = 14 \end{cases}$$

$$b = 2 \xrightarrow{a+b=3} a = 1 \Rightarrow a \times b = 2$$

$$b = 6 \xrightarrow{a+b=14} a = 8 \Rightarrow a \times b = 48$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار $a \times b$، برابر ۴۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۵- **گزینهٔ «۲»** (علی ایمانی)

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به‌ترتیب برابر x و y باشد. در این‌صورت داریم:

$$۲۰۰x + ۵۰۰y = ۱۳۰۰۰ \Rightarrow ۲x + ۵y = ۱۳۰$$

$$\Rightarrow ۵y \overset{۲}{\equiv} ۱۳۰ \Rightarrow y \overset{۲}{\equiv} ۰ \Rightarrow y = ۲k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۲x + ۵(۲k) = ۱۳۰ \Rightarrow ۲x = -۱۰k + ۱۳۰ \Rightarrow x = -۵k + ۶۵$$

$$\left.\begin{array}{l} x > ۰ \Rightarrow -۵k + ۶۵ > ۰ \Rightarrow k < ۱۳ \\ y > ۰ \Rightarrow ۲k > ۰ \Rightarrow k > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱ \le k \le ۱۲$$

بنابراین درصورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به ۱۲ طریق می‌توان این‌کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۴۶- **گزینهٔ «۴»** (مهری نیک‌زاد)

گراف G ناهمبند است، پس حداقل از دو بخش تشکیل شده است. چون $\delta = ۶$ است، پس یکی از دو بخش حداقل ۷ رأس دارد و چون $\Delta = ۸$ است، بخش دیگر حداقل دارای ۹ رأس است. بنابراین حداقل مرتبهٔ گراف، برابر $p = ۹ + ۷ = ۱۶$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۷- **گزینهٔ «۴»** (علی ایمانی)

این گراف شامل دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است، ولی دوری به طول ۸ ندارد. به‌عنوان مثال داریم:

دور به طول ۵ : $v_1v_2v_3v_4v_5v_1$

دور به طول ۶ : $v_1v_5v_6v_7v_8v_9v_1$

دور به طول ۷ : $v_1v_2v_3v_8v_7v_6v_5v_1$

دور به طول ۹ : $v_1v_2v_3v_4v_5v_6v_7v_8v_9v_1$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی: مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۸- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

اگر a یکی از رئوس گراف G باشد، آن‌گاه $N_G[a]$ مجموعهٔ همسایگی بستهٔ رأس a و شامل رأس a و تمام رأس‌های مجاور با a در گراف G است. اگر $N_G[x] = N_G[y]$ باشد، آن‌گاه حتماً یال xy در گراف G وجود دارد و چون این فرض برای هر دو رأس دلخواه از گراف G برقرار است، پس گراف G، یک گراف کامل است. در این گراف داریم:

$$p + q = ۲۱ \Rightarrow p + \frac{p(p-۱)}{۲} = ۲۱ \Rightarrow \frac{p^۲ + p}{۲} = ۲۱$$

$$\Rightarrow p(p+۱) = ۴۲ \xrightarrow{p>۰} p = ۶$$

در گراف $K_۶$، درجه همهٔ رأس‌ها برابر ۵ است، پس $\Delta(G) = ۵$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- **گزینهٔ «۱»** (نیلوفر مهدوی)

با توجه به اینکه $۴۸۰ = ۲^۵ \times ۳ \times ۵$ است، پس تنها حالت ممکن برای درجات رئوس گراف G به‌صورت ۲، ۲، ۲، ۳، ۴ و ۵ است (گرافی با درجات رئوس ۱، ۲، ۳، ۴، ۴ و ۵ وجود ندارد چون تعداد رئوس فرد گراف همواره عددی زوج است). بنابراین داریم:

$$۲q = ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۸ \Rightarrow q = ۹$$

$$q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۹ + q(\overline{G}) = \frac{۶ \times ۵}{۲}$$

$$\Rightarrow q(\overline{G}) = ۶$$

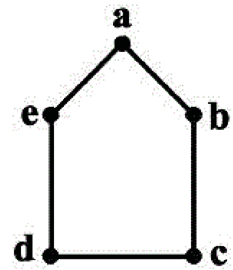
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

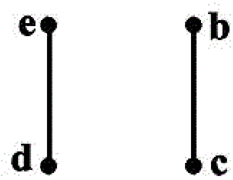
۱۵۰- گزینهٔ «۲» (امیر وفائی)

گراف G را مطابق شکل در نظر بگیرید.



با توجه به اینکه گراف فرد ـ منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس زیرگراف ۱- منتظم فقط می‌تواند از مرتبه‌های ۲ و ۴ باشد. هر یال گراف G، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ است، پس ۵ زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ وجود دارد. از طرفی با حذف هر رأس گراف و یال مقابل به آن، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۴ حاصل می‌شود.

به عنوان مثال با حذف رأس a و یال cd داریم:



بنابراین ۵ زیرگراف ۱- منتظم نیز از مرتبهٔ ۴ در گراف G موجود است و در مجموع این گراف دارای ۱۰ زیرگراف ۱- منتظم است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

اگر چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد، باید داشته باشیم:

$$p(۲)=۰$$

$$\Rightarrow p(۲)=۴+۲k-۳=۲k+۱=۰\Rightarrow k=-\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

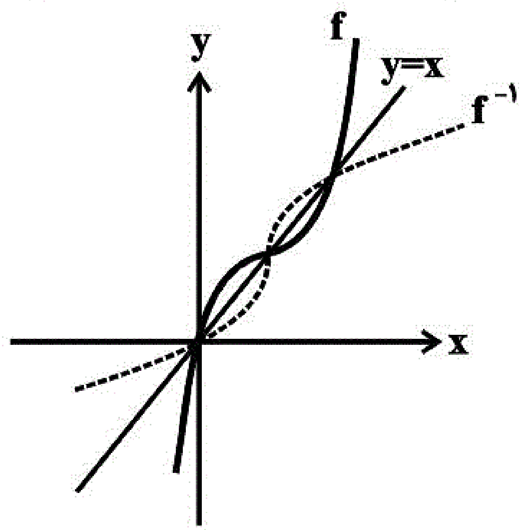
۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصّه‌خان)

ضابطهٔ f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=۳x-۳x^۲+x^۳=(x-۱)^۳+۱$$

مطابق شکل نمودار تابع f و وارون آن در سه نقطه متقاطع هستند.



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

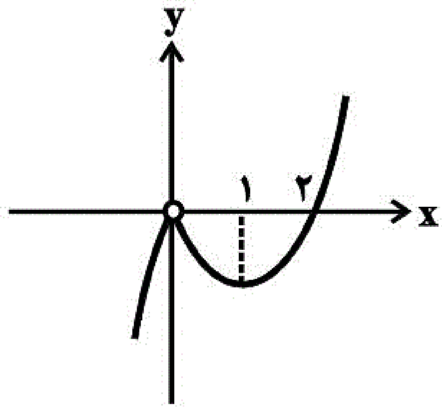
۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riaziara.ir

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** (عرفان صادقی)

$$f(x)=\begin{cases}-x(x-۲) & ; \quad x<۰\\ x(x-۲) & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$$

نمودار تابع f مطابق شکل روبه‌رو است. می‌بینیم که تابع روی بازهٔ $[۰,۱)$ اکیداً نزولی است.



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱   ۲✓   ۳   ۴

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** (سعید علم‌پور)

ضابطهٔ تابع اول $y=x^۲+x=(x+\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴}$ و ضابطهٔ تابع دوم $y=x^۲+۲x=(x+۱)^۲-۱$ است. بنابراین برای تبدیل نمودار اولی به دومی، نیاز است که نمودار اولی را $\frac{۱}{۲}$ واحد به چپ و $\frac{۳}{۴}$ واحد به پایین منتقل کنیم.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱✓   ۲   ۳   ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیر وفائی)*

دامنهٔ تابع f به‌صورت $[-b,+\infty)$ می‌باشد که با توجه به نمودار، دامنهٔ آن $[-1,+\infty)$ است. پس: $-b=-1 \Rightarrow b=1$

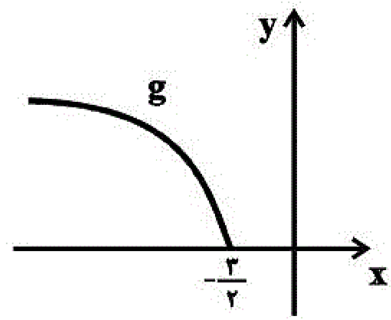
مقدار تابع در $x=-1$ برابر -3 است، داریم:

$$f(-1)=c=-3 \Rightarrow f(x)=a\sqrt{x+1}-3$$

عرض از مبدأ نیز برابر -5 است.

$$\Rightarrow f(0)=a-3=-5 \Rightarrow a=-2$$

حال نمودار تابع $g(x)=\sqrt{abx+c}=\sqrt{-2x-3}$ به‌صورت زیر خواهدبود. دقت کنید که دامنهٔ آن $[-\infty,-\frac{3}{2}]$ است.



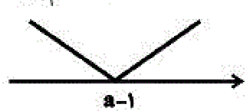
هم‌چنین می‌توان گفت نمودار g از انتقال ۳ واحد نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ به سمت راست و سپس $-\frac{1}{2}$ برابر کردن طول نقاط آن به‌دست می‌آید.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(سعید علم‌پور)*

تابع $y=|x-a+1|=|x-(a-1)|$ نموداری به فرم



دارد.

و برای آنکه در بازهٔ $[-\frac{3}{4},1]$ اکیداً صعودی باشد، باید $a-1\le -\frac{3}{4}$ باشد.

پس داریم: $a-1\le -\frac{3}{4} \Rightarrow a\le \frac{1}{4}$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

فرض کنید $p(x)=(fof)(x)$ باشد. چون باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ برابر ۲۱ است، $p(1)=21$ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}(fof)(1)=21 \Rightarrow f(f(1))=21\\ f(1)=2+a-1-1=a\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(a)=2a^3+a^3-a-1=21$$

$$\Rightarrow 3a^3-a-22=3a^3-24-a+2$$

$$=3(a^3-8)-(a-2)=3(a-2)(a^2+2a+4)-(a-2)$$

$$=(a-2)(3a^2+6a+12-1)=(a-2)(3a^2+6a+11)=0$$

در معادلهٔ $3a^2+6a+11=0$ مقدار Δ منفی است و این معادله جواب ندارد، در نتیجه $a-2=0$ و در نتیجه $a=2$ است.

توجه کنید که لازم نیست معادلهٔ $3a^3-a-22=0$ را حل کنید، بلکه کافی است مقادیر a را از گزینه‌ها در معادله قرار دهید و ببینید کدام‌یک در معادله صدق می‌کند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- گزینهٔ «۲» (عادل حسینی)

از تغییر متغیر $t=\sqrt{\sin x}$ استفاده می‌کنیم:

$$t=\sqrt{\sin x}\Rightarrow t^۲=\sin x\Rightarrow t^۴=\sin^۲ x$$

$$\Rightarrow ۱-t^۴=۱-\sin^۲ x=\cos^۲ x$$

پس ضابطهٔ f برحسب t به‌صورت زیر است:

$$y=t-(۱-t^۴)=t^۴+t-۱$$

برد تابع بالا با دامنهٔ $[۰,۱]$ همان برد f است؛ زیرا $۰\le\sqrt{\sin x}\le ۱$ است.

از طرفی این تابع روی بازهٔ $[۰,۱]$ اکیداً صعودی است؛ زیرا $y_۱=t^۴$ و $y_۲=t$ هر دو روی بازهٔ $[۰,۱]$ اکیداً صعودی هستند، بنابراین تابع $y=t^۴+t-۱$ نیز روی این بازه اکیداً صعودی است. در نتیجه مقادیر تابع در ابتدا و انتهای بازه، برد تابع را مشخص می‌کنند:

$$y=t^۴+t-۱\Rightarrow\begin{cases}t=۰:y=-۱\\ t=۱:y=۱\end{cases}\Rightarrow R_f=[-۱,۱]$$

این بازه شامل ۳ عدد صحیح است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$✓ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** (سعید علم‌پور)

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{x} \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}\}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x} \neq k + \frac{۱}{۲} \Rightarrow x \neq \frac{۱}{k + \frac{۱}{۲}}$$

حال با فرض اینکه مقادیر x در بازهٔ $(-\frac{۲}{۳}, -\frac{۱}{۷})$ باشند، داریم:

$$-\frac{۲}{۳} < \frac{۱}{k + \frac{۱}{۲}} < -\frac{۱}{۷} \Rightarrow -۷ < k + \frac{۱}{۲} < -\frac{۳}{۲} \Rightarrow -\frac{۱۵}{۲} < k < -۲$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} -۷ \leq k \leq -۳$$

بنابراین ۵ نقطه از نقاط بازهٔ $(-\frac{۲}{۳}, -\frac{۱}{۷})$ عضو دامنهٔ f نیستند.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

$$\cot(۲۰^\circ + x) = \frac{\sqrt{۳}}{۶} \Rightarrow \tan(۲۰^\circ + x) = \frac{۶}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \tan(۴۰^\circ - x) = \tan(۶۰^\circ - ۲۰^\circ - x) = \tan(۶۰^\circ - (۲۰^\circ + x))$$

$$= \frac{\tan ۶۰^\circ - \tan(۲۰^\circ + x)}{۱ + \tan ۶۰^\circ \tan(۲۰^\circ + x)} = \frac{\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۳}}{۱ + (\sqrt{۳})(۲\sqrt{۳})} = -\frac{\sqrt{۳}}{۷}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحهٔ ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- گزینهٔ «۳» (مهدی ملارمضانی)

دورهٔ تناوب تابع تانژانت برابر π است، پس داریم:

$$\tan(x-\frac{3\pi}{4})=\tan(x-\frac{3\pi}{4}+\pi)=\tan(x+\frac{\pi}{4})$$

پس معادله به‌صورت زیر است:

$$\tan 3x=-\tan 2x=\tan(-2x)\Rightarrow 3x=k\pi-2x\Rightarrow x=\frac{k\pi}{5}$$

به ازای $k=3$ جواب $x=\frac{3\pi}{5}$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۰- گزینهٔ «۴» (حمیدرضا نوش‌کاران)

$$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow \sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin(2x+\frac{\pi}{4})=1\Rightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{8}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۳- گزینهٔ «۳» (سعید علم‌پور)

در توابع $y=a\sin bx+c$، کم‌ترین مقدار تابع برابر $c-|a|$ و دورهٔ تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} y_{min}=3-|-1|=2 \\ T=\dfrac{2\pi}{|-\frac{2\pi}{3}|}=\dfrac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}=3\Rightarrow \dfrac{y_{min}}{T}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** (میلاد سجادی لاریجانی)

ابتدا ضابطهٔ تابع را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y = a + \sin(b\pi x + \frac{\pi}{2}) = a + \cos b\pi x$$

عرض از مبدأ تابع برابر $\frac{3}{2}$ است، داریم:

$$x = 0 \Rightarrow a + \cos 0 = a + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

از طرفی دورهٔ تناوب نمودار تابع برابر ۲ است.

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

نمودار تابع کسینوس نسبت به محور y ها متقارن است، بنابراین هر دو مقدار b قابل قبول است. بیشترین مقدار $a+b$ به ازای $b=1$ به‌دست خواهد آمد.

$$(a+b)_{max} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

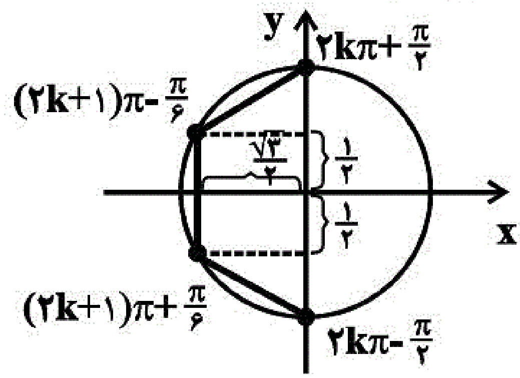
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

$$\cos 2x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 2\cos^2 x - 1 + \sqrt{3}\cos x + 1$$
$$= 2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = \cos x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ \cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos(\pi \pm \dfrac{\pi}{6}) \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$$

حال روی دایرهٔ مثلثاتی داریم:



چندضلعی موردنظر، یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱   ۲✓   ۳   ۴

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (میلاد موسوی چاشمی)

از آنجایی که $\lim\limits_{x\to 3}(x-4) = -1$ است و حدود چپ و راست هر دو برابر $-\infty$ شده است، باید مخرج دارای ریشه مضاعف $x = 3$ باشد، درنتیجه داریم:

$$2x^2 + ax + b = 2(x-3)^2 \Rightarrow a = -12\ ,\ b = 18 \Rightarrow a + b = 6$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی ـ حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱   ۲✓   ۳   ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** (علی شهرابی)

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{a(x-۱)^{۳}+۶x(x^{۲}+x)}{(۲x-۱)^{۲}}$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^{۳}-۳ax^{۲}+۳ax-a+۶x^{۳}+۶x^{۲}}{۴x^{۲}-۴x+۱}$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(a+۶)x^{۳}+(-۳a+۶)x^{۲}+۳ax-a}{۴x^{۲}-۴x+۱}=b$$

برای اینکه حاصل حد مقدار حقیقی b باشد، لازم است عبارت‌های صورت و مخرج هم درجه باشند، پس باید ضریب $x^{۳}$، صفر باشد:

$$a+۶=۰\Rightarrow a=-۶$$

با جای‌گذاری $a=-۶$، داریم:

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۲۴x^{۲}-۱۸x+۶}{۴x^{۲}-۴x+۱}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۲۴x^{۲}}{۴x^{۲}}=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** (حمیدرضا نوش‌کاران)

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{ax^{۳}+۳x^{۲}}{۴x^{۳}+۱}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{ax^{۳}}{۴x^{۳}}=\dfrac{a}{۴}\Rightarrow y=\dfrac{a}{۴}:\text{مجانب افقی}\\ f(۱)=\dfrac{a+۳}{۵}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع مورد نظر}}\frac{a}{۴}=\frac{a+۳}{۵}\Rightarrow a=۱۲$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۹)

۱ | ۲ | ۳ ✓ | ۴

۱۱۶- **گزینهٔ «۲»** (علی سلامت)

وقتی $x \to +\infty$، حد تابع $g(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ برابر ۲ است.

$$g(x) = \frac{2(x+3)-5}{x+3} = 2 - \frac{5}{x+3}$$

وقتی $x \to +\infty$، تابع $y = \frac{5}{x+3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند، بنابراین تابع با مقادیر کم‌تر از ۲، به ۲ نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x \to +\infty} f\left(\frac{2x+1}{x+3}\right) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی ـ حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** (علی شهرابی)

ضابطهٔ f را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{4x^2+4x+1+4x^2-12x+9}{2x^2+6x+k} = \frac{8x^2-8x+10}{2x^2+6x+k}$$

معادلهٔ مجانب افقی این تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{8x^2}{2x^2} = 4 \Rightarrow \text{مجانب افقی}: y = 4$$

فرض کنید مجانب‌های قائم f، $x = a$ و $x = b$ باشند. مختصات نقاط A و B به‌صورت $A(a,4)$ و $B(b,4)$ در می‌آید.

مساحت مثلث OAB برابر است با $\frac{|a-b| \times 4}{2}$ که باید با عدد $2\sqrt{15}$ برابر باشد:

$$2|a-b| = 2\sqrt{15} \Rightarrow |a-b| = \sqrt{15}$$

در عبارت درجه دوم Ax^2+Bx+C ، قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها، از رابطه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|A|}$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \sqrt{15} \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{15} \Rightarrow \Delta = 36 - 8k = 60 \Rightarrow k = -3$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی ـ حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷ و ۶۷ و ۶۸)

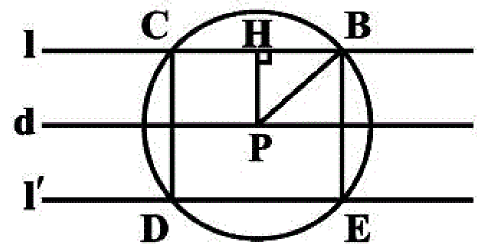
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۶- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

مجموعه نقاطی که از نقطهٔ P به فاصلهٔ ۱ باشند، یک دایره به مرکز P و شعاع ۱ و نقاطی که از خط d به فاصلهٔ $\frac{۱}{۲}$ باشند، دو خط موازی l و l′ به فاصلهٔ $\frac{۱}{۲}$ از آن می‌باشند. نقاط برخورد دو خط و دایره جواب مسئله است.

این نقاط یک مستطیل تشکیل می‌دهند و داریم:



$$\overset{\Delta}{PHB}: BH^{۲} = PB^{۲} - PH^{۲} = ۱^{۲} - (\frac{۱}{۲})^{۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{۳}$$

$$CD = ۲PH = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱$$

$$S_{BCDE} = BC \times CD = \sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۷- **گزینهٔ «۱»** (جواد حاتمی)

می‌دانیم شعاع دایره در نقطهٔ تماس بر خط مماس بر دایره عمود است. بنابراین مرکز دایره روی خطی که در مبدأ مختصات بر خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) عمود می‌شود، قرار دارد. از طرفی نیمساز ربع دوم و چهارم (خط $y = -x$) در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع اول و سوم عمود است، بنابراین مرکز دایره روی خط $y = -x$ قرار دارد. داریم:

$$x^۲ + y^۲ - kx + ۲y = ۰ \Rightarrow \text{مرکز}: O(\frac{k}{۲}, -۱)$$

$$y = -x \Rightarrow -۱ = -\frac{k}{۲} \Rightarrow k = ۲$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲ + ۲^۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

✓۱ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** (علی ایمانی)

$$C_1 : x^2 + y^2 - 4x - a = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} : O_1(2,0) \\ \text{شعاع} : R_1 = \sqrt{4+a} \end{cases}$$

$$C_2 : (x+1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} : O_2(-1,0) \\ \text{شعاع} : R_2 = 3 \end{cases}$$

$$d = O_1O_2 = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-0)^2} = 3$$

شرط مماس داخل بودن دو دایره : $d = |R_1 - R_2| \Rightarrow |\sqrt{4+a} - 3| = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{4+a} - 3 = 3 \Rightarrow \sqrt{4+a} = 6 \Rightarrow 4 + a = 36 \Rightarrow a = 32 \\ \sqrt{4+a} - 3 = -3 \Rightarrow \sqrt{4+a} = 0 \Rightarrow R_1 = 0 \text{ غ‌ق} \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحهٔ ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

چون دو دایره در نقاط C و D یکدیگر را قطع می‌کنند، پس پاره‌خط CD

وتر مشترک دو دایره است. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x^{۲}+y^{۲}-۱۲x=۰ \\ x^{۲}+y^{۲}+۱۶y-۳۶=۰ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} -۱۲x-۱۶y+۳۶=۰$$

بنابراین معادلهٔ وتر مشترک دو دایره را می‌توان به‌صورت $۳x+۴y-۹=۰$

نوشت. حال کافی است فاصلهٔ نقطهٔ A را از این خط به‌دست آوریم. اگر این

فاصله را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d=\frac{|۳(۱)+۴(-۱)-۹|}{\sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}}}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

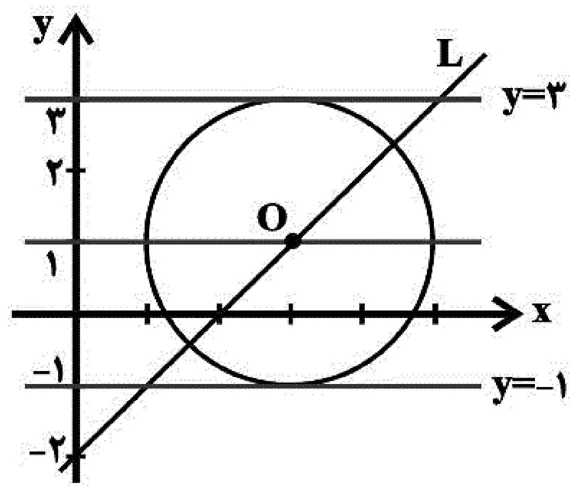
$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۰- گزینهٔ «۲» (سرژ یقیازاریان‌تبریزی)

در شکل دو خط $y=۳$ و $y=-۱$ بر دایره مماس هستند، پس مرکز دایره روی خط $y=\frac{۳+(-۱)}{۲}=۱$ قرار دارد. فرض کنید مرکز دایره $O(\alpha,۱)$ است، مرکز O روی خط $y=x-۲$ قرار دارد. داریم:

$$L: y=x-۲ \xrightarrow{O(\alpha,۱)\in L} \alpha-۲=۱ \Rightarrow \alpha=۳ \Rightarrow O(۳,۱)$$



فاصلهٔ دو خط موازی $y+۱=۰$ و $y-۳=۰$ برابر قطر دایره است. فاصلهٔ این دو خط موازی برابر ۴ می‌باشد، پس $۲R=۴$، در نتیجه $R=۲$ است.

معادلهٔ دایره : $(x-۳)^۲+(y-۱)^۲=۴$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۶x-۲y+۶=۰$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

ابتدا ماتریس A را به‌دست می‌آوریم و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$A=\begin{bmatrix} b & b+1 \\ 2a & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -b & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -b^2+4b+4 & -b+1 \\ -2ab+4b & -4a+b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -2ab+4b=0 \end{cases} \Rightarrow -2a+4=0 \Rightarrow a=2$$

پس ماتریس A به صورت $A=\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$A^n=\begin{bmatrix} 7^n & 0 \\ 0 & (-7)^n \end{bmatrix}$$

بنابراین توان‌های زوج در ماتریس A اسکالر هستند.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا فلاح)

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3=A^2\times A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}=-I$$

$$\Rightarrow A^{12}=(A^3)^4=(-I)^4=I$$

$$B^2=B\times B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=I$$

$$\Rightarrow B^{10}=(B^2)^5=I^5=I$$

$$(A^{12}\times B^{10})^{-1}=(I\times I)^{-1}=(I^2)^{-1}=I^{-1}=I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** (امیر وفائی)

$$A=\begin{bmatrix} ۳|A| & ۲ \\ ۵ & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A|=۳|A|^{۲}-۱۰$$

$$\Rightarrow ۳|A|^{۲}-|A|-۱۰=۰ \Rightarrow (۳|A|+۵)(|A|-۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A|=-\frac{۵}{۳} \\ |A|=۲ \end{cases}$$

$$|A|=-\frac{۵}{۳} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} -۵ & ۲ \\ ۵ & -\frac{۵}{۳} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱}=-\frac{۳}{۵}\begin{bmatrix} -\frac{۵}{۳} & -۲ \\ -۵ & -۵ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} ۱ & \frac{۶}{۵} \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$|A|=۲ \Rightarrow A=\begin{bmatrix} ۶ & ۲ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ -۵ & ۶ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -\frac{۵}{۲} & ۳ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ ، ۲۳ و ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصّه‌خان)

درایه های سطر اول ماتریس در ۱، درایه‌های سطر دوم ماتریس در ۲ و درایه‌های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می‌شوند و به‌طور مشابه درایه‌های ستون‌های اول، دوم و وسوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می‌شوند، بنابراین داریم:

$$|B|=(۱\times ۲\times ۳)\times(۱\times ۲\times ۳)|A|=۳!\times ۳!|A|$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۳۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

ماتریس $۲A - I$ را به توان ۲ می‌رسانیم.

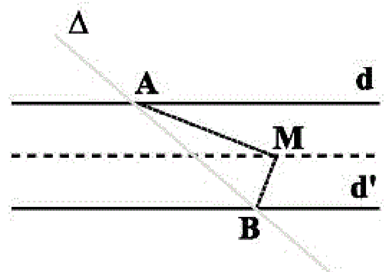
$$(۲A-I)^۲ = ۴A^۲ - ۴A + I = ۴(A^۲ - A) + I = ۴I + I = ۵I$$

$$\Rightarrow |۲A - I|^۲ = |۵I| \Rightarrow |۲A - I|^۲ = ۲۵ \Rightarrow |۲A - I| = \pm ۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۲۰۶)



نقطهٔ M محل برخورد نیمسازهای زاویه‌های A و B، از خطوط d و Δ و نیز از خطوط d' و Δ به یک فاصله است. در نتیجه نقطهٔ M از دو خط d و d' به یک فاصله است، پس روی خطی موازی با d و d' و به فاصلهٔ یکسان از آنها قرار دارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۲۴۳)

فرض کنیم معادلهٔ دایرهٔ به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ باشد،

با جای‌گذاری مختصات سه نقطهٔ داده شده در معادلهٔ دایره داریم:

$$(0,0) \Rightarrow 0 + 0 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\begin{aligned} (2,1) &\Rightarrow 4 + 1 + 2a + b + 0 = 0 \Rightarrow \\ (1,-2) &\Rightarrow 1 + 4 + a - 2b + 0 = 0 \Rightarrow \end{aligned} \begin{cases} 2a + b = -5 \\ a - 2b = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایره برابر است با:

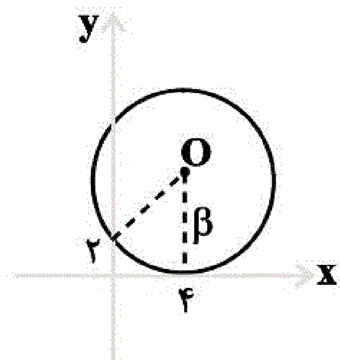
$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 1^2 - 4(0)} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مطابق شکل، دایره در نقطهٔ $(۴,۰)$ بر محور xها مماس است، بنابراین مختصات مرکز آن به صورت $O(۴,\beta)$ می‌باشد. فاصلهٔ مرکز دایره از دو نقطهٔ $(۴,۰)$ و $(۰,۲)$ برابر است. پس داریم:



$$\beta = \sqrt{(۰-۴)^۲ + (۲-\beta)^۲} \xrightarrow{\text{توان۲}} \beta^۲ = ۱۶ + ۴ - ۴\beta + \beta^۲$$
$$\Rightarrow ۴\beta = ۲۰ \Rightarrow \beta = ۵$$

بنابراین شعاع دایره نیز برابر ۵ است و معادلهٔ دایره به صورت زیر است:

$$(x-۴)^۲ + (y-۵)^۲ = ۲۵ \xrightarrow{x=۰} ۱۶ + (y-۵)^۲ = ۲۵$$
$$\Rightarrow (y-۵)^۲ = ۹$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-۵ = ۳ \Rightarrow y = ۸ \\ y-۵ = -۳ \Rightarrow y = ۲ \end{cases}$$

یعنی دایره، محور عرض‌ها را در نقاطی به عرض‌های ۲ و ۸ قطع می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۳۱۴)

$$C_1 : x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$$

$$O_1(1,4), R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-8)^2 - 4(8)} = 3$$

$$C_2 : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$$

$$O_2(1,-2), R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 4^2 - 4(4)} = 1$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-4)^2} = 6$$

با توجه به آن‌که $O_1O_2 > R_1 + R_2$، پس دو دایره متخارج‌اند و درنتیجه ۴ مماس مشترک (دو مماس مشترک داخلی و دو مماس مشترک خارجی) دارند.

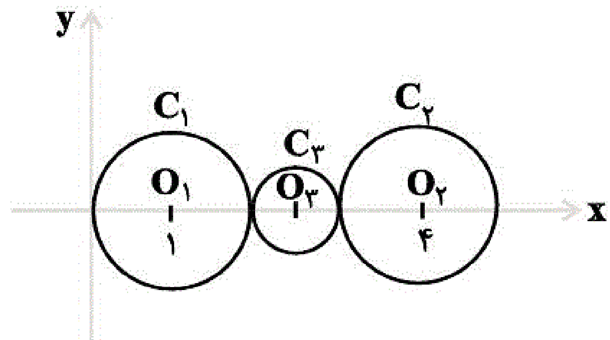
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۰- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۳۳۵)

$$C_1 : x^2 + y^2 - 2x = 0 \Rightarrow O_1(1,0), R_1 = 1$$

$$C_2 : x^2 + y^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow O_2(4,0), R_2 = 1$$



مطابق شکل مرکز دایرهٔ C_3 (دایره مماس خارج با دو دایرهٔ C_1 و C_2)، دقیقاً وسط نقاط O_1 و O_2 قرار دارد.

$$O_3 = \frac{O_1 + O_2}{2} = (\frac{5}{2}, 0)$$

همچنین مطابق شکل، شعاع دایرهٔ C_3، برابر $R_3 = \frac{1}{2}$ است. در نتیجه داریم:

$$C_3 \text{ : معادلهٔ دایرهٔ } (x - \frac{5}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} + y^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۴ ✓ ۳ ۲ ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۴۹)

اتحادهای جبری تنها زمانی برای دو ماتریس A و B برقرار هستند که ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر باشند. داریم:

$$A\times B=B\times A\Rightarrow\begin{bmatrix}۱ & x\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & y\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & y\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & x\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۱+۳x & y+x\\ ۵ & ۲y+۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱+۲y & x+y\\ ۵ & ۳x+۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳x=۲y\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۹۵)

$$A=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۴\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{۲(-۴)-(-۱)\times ۳}\begin{bmatrix}-۴ & ۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}=-\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}-۴ & ۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\alpha A+\beta I=A^{-۱}\Rightarrow\begin{bmatrix}۲\alpha & -\alpha\\ ۳\alpha & -۴\alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\beta & ۰\\ ۰ & \beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۴}{۵} & -\frac{۱}{۵}\\ \frac{۳}{۵} & -\frac{۲}{۵}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۲\alpha+\beta & -\alpha\\ ۳\alpha & -۴\alpha+\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۴}{۵} & -\frac{۱}{۵}\\ \frac{۳}{۵} & -\frac{۲}{۵}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-\alpha=-\frac{۱}{۵}\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۵}\\ ۲\alpha+\beta=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\frac{۲}{۵}+\beta=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\beta=\frac{۲}{۵}\end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۱۱۹)

برای آنکه دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط $ax-۳y=۱$ و $۲۰x+by=۵$ بر هم منطبق باشند:

$$\frac{a}{۲۰}=\frac{-۳}{b}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow\begin{cases}a=۴\\b=-۱۵\end{cases}$$

حال بین گزینه‌ها، دستگاه معادلاتی را انتخاب می‌کنیم که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد تا جواب منحصربه‌فرد داشته باشد.

$$۱)\ \begin{vmatrix}۱۵ & -۴\\ b & a\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۱۵ & -۴\\ -۱۵ & ۴\end{vmatrix}=۰$$

$$۲)\ \begin{vmatrix}a & -۱۵\\ ۴ & b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۴ & -۱۵\\ ۴ & -۱۵\end{vmatrix}=۰$$

$$۳)\ \begin{vmatrix}a & ۱۵\\ b & a\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۴ & ۱۵\\ -۱۵ & ۴\end{vmatrix}\neq۰$$

$$۴)\ \begin{vmatrix}a & b\\ ۳a & ۳b\end{vmatrix}=۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۱۴۲)

$$\left|\frac{|A|}{۲}A\right|+\left|\frac{۲}{|A|}A\right|=\frac{|A|^۲}{۴}|A|+\frac{۴}{|A|^۲}|A|$$

$$\frac{|A|^۳}{۴}+\frac{۴}{|A|}=\frac{۶۴}{۴}+\frac{۴}{۴}=۱۶+۱=۱۷$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۳۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۳۵- گزینهٔ «۲» (کتاب آبی هندسه ۳ - سوال ۱۵۰)

$$|A| = |A^{-1}| \Rightarrow |A| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow |A|^{2} = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1$$

دترمینان A را بر حسب سطر سوم می‌نویسیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & m & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} m & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -m - (1-2) = 1 - m$$

در نتیجه داریم: $1 - m = \pm 1 \Rightarrow m = 0$ یا $m = 2$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$✓ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir