



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۳، شمارش

۱۰۷- از بین اعداد مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$  چند زیرمجموعه چهار عضوی می‌توان انتخاب نمود، به طوری که یک عضو آن عددی زوج و سه عضو دیگر اعداد فرد باشند؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۲

۱۰۸- با ارقام ۹، ۸، ۷، ۶، ۴، ۲، چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت، به طوری که هر ۴ رقم زوج کنار هم نباشند؟

(۱) ۳۹۲ (۲) ۴۸۶ (۳) ۵۷۶ (۴) ۶۲۴

۱۰۱- بر روی دایره‌ای ۹ نقطه متمایز وجود دارد. چند چهارضلعی می‌توان ساخت که این نقاط رئوس آن‌ها باشند؟

(۱) ۱۲۶ (۲) ۸۴ (۳) ۳۶ (۴) ۹۴

۱۰۲- به چند طریق می‌توان از بین ۵ دانش‌آموز یازدهم و ۶ دانش‌آموز دوازدهم، ۵ نفر را برای مسابقه فوتسال انتخاب کرد، به طوری که کاپیتان تیم، فرد مشخصی از پایه دوازدهم و دروازه‌بان تیم، فرد مشخصی از پایه یازدهم باشد؟

(۱) ۸۴ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۳۹ (۴) ۱۶۵

۱۰۳- ارقام ۹، ۶، ۵، ۲، ۲، ۲ را روی ۶ کارت نوشته‌ایم. با کنار هم قرار دادن این کارت‌ها چند عدد ۶ رقمی می‌توان نوشت به طوری که رقم‌های ۲، یک در میان قرار گرفته باشند؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۰۴- به چند طریق می‌توان ۵ پرسش از ۱۰ پرسش آزمون را برای پاسخ دادن انتخاب کنیم، به طوری که حداکثر ۲ پرسش از ۴ پرسش اول انتخاب شود؟

(۱) ۱۱۸ (۲) ۱۴۲ (۳) ۱۶۸ (۴) ۱۸۶

ریاضی و آمار ۳، احتمال -

۱۰۵- از بین ۶ دانش‌آموز پایه دهم، ۷ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۸ دانش‌آموز پایه دوازدهم، می‌خواهیم ۳ نفر را به تصادف برای انجام یک کار فرهنگی انتخاب کنیم. پیشامد آن که سه نفر از سه پایه مختلف باشند، چند عضو دارد؟

(۱) ۲۲۴ (۲) ۳۳۶ (۳) ۵۷ (۴) ۱۹



۱۱۷- در یک نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی دسته اول ۶ برابر زاویه مرکزی دسته دوم است. اگر فراوانی مطلق دسته دوم ۲۴ باشد، فراوانی مطلق دسته اول کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۶۹ (۳)

۱۲۴ (۲)

۱۴۴ (۱)

### ریاضی و آمار ۳، مدل سازی و دنباله

۱۱۸- در کدام گزینه، دامنه تابع (مدل ریاضی) زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی است؟

- (۱) سرعت لحظه‌ای یک دونه در دو سرعت  
 (۲) مساحت مربعی به ضلع  $x$   
 (۳) میانگین دمای هوای تهران در هر روز از ماه مهر  
 (۴) محیط دایره‌ای به شعاع  $x$

۱۱۹- در الگوی مثلث خیام، اگر مجموع ارقام سطر  $n$  ام باشد، رابطه بازگشتی بین  $a_n$  و  $a_{n+1}$  به کدام صورت است؟

$$a_{n+1} = a_n^2 \quad (۲)$$

$$a_{n+1} = 2a_n \quad (۱)$$

$$a_{n+1} = a_n + 2n \quad (۴)$$

$$a_{n+1} = a_n + n \quad (۳)$$

۱۲۰- در الگوی مثلث خیام، اختلاف مجموع عددهای سطر پنجم و سطر چهارم کدام است؟

سطر اول:	۱			۵۶ (۱)
سطر دوم:	۱	۱		۲۴ (۲)
سطر سوم:	۱	۲	۱	۱۶ (۳)
				۸ (۴)

۱۰۷- گزینه «۲»

(همیدرضا سجوری)

در بین ارقام داده شده سه عدد زوج  $\{2, 4, 6\}$  و پنج عدد فرد  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  وجود دارد. پس برای انتخاب یک عضو زوج و سه عضو فرد داریم:

$$\text{تعداد کل انتخاب‌ها} = \binom{3}{1} \times \binom{5}{3} = 3 \times \frac{5!}{2! \times 3!} = 3 \times \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 3 \times 10 = 30$$

زوج                      فرد

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۱۰۸- گزینه «۳»

(همیدرضا سجوری)

برای به‌دست آوردن مطلوب سؤال، ابتدا حالتی را که تمام اعداد زوج کنار هم باشند، محاسبه کرده و سپس از کل حالت‌ها کم می‌کنیم:

$$\text{تعداد اعداد شش رقمی با ارقام داده شده} = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$\text{تعداد اعداد شش رقمی که ارقام زوج کنار هم باشند: } \boxed{2, 4, 6, 8}, 7, 9$$

۴!

$$\Rightarrow 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

$$\text{تعداد اعداد شش رقمی که تمام ارقام زوج کنار هم نباشند: } 720 - 144 = 576$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۸)

۴

۳

۲

۱

۱۰۱- گزینه «۱»

(نسترن صمدی)

با هر ۴ نقطه روی محیط یک دایره می‌توان یک چهار ضلعی رسم کرد، پس تعداد چهار ضلعی‌های حاصل برابر است با:

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{5! \times 4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۱۰۲- گزینه «۱»

(شمار نسبی)

چون کاپیتان فرد مشخصی از دوازدهم و دروازه‌بان فرد مشخصی از یازدهم است، آن‌ها را کنار می‌گذاریم و ۴ نفر یازدهم و ۵ نفر دوازدهم باقی می‌ماند. حال باید ۳ نفر باقی‌مانده تیم را انتخاب کنیم که از مجموع ۹ نفر باقی‌مانده

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3} = 84$$

انتخاب می‌شوند.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱ ✓       ۲       ۳       ۴

۱۰۳- گزینه «۳»

(گوشش داوری)

۲ حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: اولین رقم سمت چپ ۲ باشد و یکی در میان ۲ قرار گیرد.  
حالت دوم: اولین رقم سمت چپ ۲ نباشد. سپس ۲ قرار گیرد و یک در میان ۲ بیاید.

$$\boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6$$

۲                      ۲                      ۲

$$\boxed{3} \times \boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6$$

۲                      ۲                      ۲

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌ها} = 6 + 6 = 12$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱       ۲       ۳       ۴

۱۰۴- گزینه «۴»

(همپرفرا سه‌وری)

پاسخ به حداکثر ۲ پرسش از ۴ پرسش اول، یعنی ۲ یا ۱ یا صفر پاسخ به چهار پرسش اول، پس داریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد حالات ممکن} &= \binom{4}{2} \binom{6}{3} + \binom{4}{1} \binom{6}{4} + \binom{4}{0} \binom{6}{5} \\ &= \left( \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{6!}{3! \times 3!} \right) + \left( 4 \times \frac{6!}{2! \times 4!} \right) + \left( 1 \times \frac{6!}{1! \times 5!} \right) \\ &= \left( \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 3!} \right) + \left( 4 \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 1 \times 4!} \right) + \left( 1 \times \frac{6 \times 5!}{1 \times 5!} \right) \\ &= (6 \times 20) + (4 \times 15) + (1 \times 6) = 120 + 60 + 6 = 186 \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۱)

۴       ۳       ۲       ۱

۱۰۵- گزینه «۲»

(معمربهیرایی)

باید از هر پایه یک نفر انتخاب کنیم، بنابراین:

$$n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{7}{1} \times \binom{8}{1} = 6 \times 7 \times 8 = 336$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

۱۰۶- گزینه «۱»

(معمربهیرایی)

$$P(A') = 0/4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0/4 = 0/6$$

$$\xrightarrow{\text{B, A ناسازگارند}} P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\Rightarrow 0/75 = 0/6 + P(B) \Rightarrow P(B) = 0/15$$

$$\xrightarrow{\text{احتمال رخ ندادن B}} P(B') = 1 - 0/15 = 0/85$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۱»

(نسترن صمدی)

A: پیشامد این که تعداد لامپ‌های خراب بیشتر از لامپ‌های سالم باشد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{3} \binom{5}{1} + \binom{4}{4}}{\binom{9}{4}} = \frac{21}{126} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱



$$n(S) = \frac{3}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = 18$$

A: پیشامد زوج بودن عدد است:

$$\begin{cases} 3 \times 2 \times 1 = 6: \text{صفر در یکان باشد} \\ 2 \times 2 \times 1 = 4: \text{۲ در یکان باشد} \end{cases} \Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

### ۱۱۱- گزینه «۲»

(همیرضا سپهری)

تعداد فرزندان دختر کمتر از پسر، یعنی اینکه خانواده، یک دختر و دو پسر یا سه پسر داشته باشد:

$$A = \{(پ، پ، پ)، (د، پ، پ)، (پ، د، پ)، (د، د، پ)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

در پیشامد B که هیچ‌یک از دو فرزند اول پسر نباشد، یعنی دو فرزند اول دختر باشند:

$$B = \{(د، د، د)، (د، د، پ)\} \Rightarrow n(B) = 2$$

$$\text{نسبت خواسته شده: } \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{4}{2} = 2$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

### ۱۱۲- گزینه «۲»

(مهمربصرایی)

$$n(S) = 5!$$

تعداد کل حالات برابر است با:

دو میله با شماره‌های ۲ و ۴ باید در مکان‌های زوج ۲ و ۴ قرار گیرند، پس ۳ میله فرد نیز باید در ۳ مکان فرد قرار بگیرند. در نتیجه:

$$n(A) = 2! \times 3! \Rightarrow P(A) = \frac{2! \times 3!}{5!} = \frac{2! \times 3!}{5 \times 4 \times 3!} = \frac{1}{10}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



۱۱۳- گزینه «۲»

(مهمبر بصیرایی)

نفر اول می‌تواند در یکی از روزهای هفته به دنیا بیاید، اما نفرات بعدی در همان روزی که نفر اول به دنیا آمده، باید به دنیا آمده باشند:

$$n(A) = 7 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 7$$

$$n(S) = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$$

تعداد کل حالات:

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{7^5} = \frac{1}{7^4} = \left(\frac{1}{7}\right)^4$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

۱۱۴- گزینه «۴»

(مهمبر بصیرایی)

$$n(S) = 2^5 = 32$$

تعداد کل حالات:

پیشامد آن که حداقل دو فرزند خانواده دختر باشد، متمم آن است که هیچ یا یک فرزند خانواده دختر باشد، بنابراین:

$$n(A') = \binom{5}{0} + \binom{5}{1} = 1 + 5 = 6 \Rightarrow P(A') = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

یک دختر    هیچ دختر

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

(همیرضا سجودی)

$$n(S) = \binom{20}{2} = \frac{20!}{2! \times 18!} = \frac{20 \times 19 \times 18!}{2 \times 18!} = 190$$

$$n(A) = \binom{5}{1}^{\text{اول}} \binom{7}{1}^{\text{دوم}} + \binom{5}{1}^{\text{اول}} \binom{8}{1}^{\text{سوم}} + \binom{7}{1}^{\text{دوم}} \binom{8}{1}^{\text{سوم}}$$

$$= \underbrace{(5 \times 7)}_{25} + \underbrace{(5 \times 8)}_{40} + \underbrace{(7 \times 8)}_{56} = 131$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{131}{190}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(علیرضا عبیدی)

$$\begin{array}{c} \text{نیمه اول داده‌ها} \qquad \qquad \qquad \text{نیمه دوم داده‌ها} \\ \hline 5, 6, 7, 10, 11, 13, 17, 19, 21, 28, 29, 31 \\ \hline Q_1 = \frac{10+7}{2} = 8.5 \qquad Q_3 = \frac{21+28}{2} = 24.5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{دامنه میان چارکی} = Q_3 - Q_1 = 24.5 - 8.5 = 16$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱

(نسترن صمدی)

اگر  $\alpha_1$  و  $f_1$  به ترتیب زاویه مرکزی دسته اول و فراوانی دسته اول و  $\alpha_2$  و  $f_2$  به ترتیب زاویه مرکزی دسته دوم و فراوانی دسته دوم در یک نمودار

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow 6 = \frac{f_1}{24} \Rightarrow f_1 = 144 \qquad \text{دایره‌ای باشند، داریم:}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۸ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱

۱۱۸- گزینه «۳»

(علیرضا عبیری)

در تابع (مدل ریاضی) میانگین دمای هوای تهران در هر روز از ماه مهر، اعضای دامنه برابر با شماره هر روز ماه مهر است که با مجموعه  $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۳۰\}$  نشان داده می‌شود و زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی است.

۴

۳

۲

۱

۱۱۹- گزینه «۱»

(علیرضا عبیری)

از مجموع ارقام سطرهای مثلث خیام دنباله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{array}{ccccccc} ۱ & & & & & & \\ \swarrow & \searrow & & & & & \\ ۱ & ۲ & ۱ & & & & \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & & & \\ ۱ & ۳ & ۳ & ۱ & & & \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \\ ۱ & ۴ & ۶ & ۴ & ۱ & & \end{array}$$

$$\Rightarrow a_{n+1} = 2a_n$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه ۵۲)

۴

۳

۲

۱

۱۲۰- گزینه «۴»

(علیرضا عبیری)

۱	سطر اول:	مثلث خیام پاسکال به صورت روبه‌رو است:
۱ ۱	سطر دوم:	
۱ ۲ ۱	سطر سوم:	
۱ ۳ ۳ ۱	سطر چهارم:	
۱ ۴ ۶ ۴ ۱	سطر پنجم:	

$$\text{عددهای سطر چهارم} - \text{عددهای سطر پنجم} \\ (1+3+3+1) - (1+4+6+4+1) = 16 - 8 = 8$$

نکته: مجموع اعداد هر سطر در مثلث خیام از رابطه  $2^{n-1}$  نیز به دست می‌آید.

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه ۵۲)

۴

۳

۲

۱