

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مثلثات

۶۷- هر گاه  $(1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha) = 4$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل

$\sin \alpha + \cos \alpha$  کدام است؟

- (۱) فقط  $-\sqrt{3}$       (۲)  $\sqrt{3}$  یا  $-\sqrt{3}$       (۳) فقط  $-\sqrt{2}$       (۴)  $\sqrt{2}$  یا  $-\sqrt{2}$

۶۸- حاصل عبارت تعریف شده  $1 - \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\tan^4 \alpha - 1}}$  همواره کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$       (۲)  $\cos^2 \alpha$       (۳)  $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$       (۴)  $\sin^2 \alpha$

۶۹- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} \times \frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$

همواره کدام است؟

- (۱)  $\sin^2 \alpha$       (۲)  $-\cos \alpha$       (۳)  $\cos^2 \alpha$       (۴)  $-\sin \alpha$

۷۰- اگر  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{1}{4}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع دوم مثلثاتی باشد، حاصل  $A = |\sin \alpha - \cos \alpha|$

کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳) صفر      (۴)  $\frac{1}{2}$

ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری -

۶۱- اگر  $x = \frac{1}{y} = \sqrt{2} - 1$ ، آن گاه حاصل عبارت  $A = \frac{x^2 y + xy^2}{(x - xy)(y + xy)}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $-\sqrt{2}$

۶۲- حاصل عبارت تعریف شده  $A = \sqrt[3]{a^n} \sqrt{a^n} \sqrt{a^n}$  همواره کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{a^n}$  (۲)  $\sqrt[3]{a^{5n}}$  (۳)  $\sqrt{a^{7n}}$  (۴)  $\sqrt[3]{a^{7n}}$

۶۳- اگر  $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$  باشد، آن گاه حاصل  $A + A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۴ (۴)  $2 + \sqrt{3}$

۶۴- اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$  باشد، مقدار  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 5$  (۲)  $\pm 110$  (۳)  $\pm 115$  (۴)  $\pm 125$

۶۵- اگر  $64 = \frac{180}{41} (\sqrt[5]{a^3} \sqrt{a^2} \sqrt{a})^{41}$  باشد، حاصل  $\sqrt{a^2 - 1}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $\sqrt{8}$  (۳)  $\sqrt{7}$  (۴)  $\sqrt{15}$

۶۶- حاصل عبارت  $\frac{1}{\sqrt{25} - \sqrt{26}} - \frac{1}{\sqrt{26} - \sqrt{27}} + \frac{1}{\sqrt{27} - \sqrt{28}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{35} - \sqrt{36}}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۱ (۳) -۱۰ (۴) ۱۱

۵۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) هر عدد صحیح غیر صفر، دو ریشهٔ دوم متمایز دارد.

(ب) اعداد منفی ریشهٔ پنجم ندارند.

(پ) هر عدد نامنفی، دو ریشهٔ چهارم متمایز دارد.

(ت) توان دوم هر عدد مثبت از خود آن عدد بزرگ‌تر است.

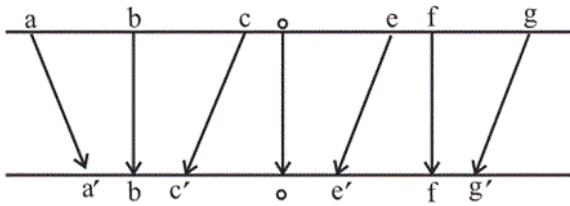
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ کدام

۵۲- عبارت گویای  $\frac{x^2 - 4}{ax^2 + bx + 3}$  به‌ازای مقادیر  $x = 2$  و  $x = -3$  تعریف نشده است. مقدار  $a.b$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) ۱

۵۳- در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط روی محور پایین که متناظر با ریشه پنجم آن

عدد است، وصل شده است. چند مورد از فلش‌های رسم شده نادرست هستند؟



۳ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

۵۴- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{4}}$  کدام است؟

$-\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$  (۴)

-۲ (۳)

$-\sqrt[3]{2}$  (۲)

$-\sqrt[3]{4}$  (۱)

۵۵- عدد  $5\sqrt{5}$  بین دو عدد صحیح متوالی  $a$  و  $a+1$  قرار دارد. کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد صحیح  $a$

و  $a-1$  قرار دارند؟

$7\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{135}$  (۳)

$\sqrt{115}$  (۲)

$\sqrt[3]{120}$  (۱)

۵۶- اگر  $A = \sqrt[5]{\sqrt{32}} \times \sqrt[4]{2}$  و  $B = \sqrt[5]{\sqrt{243}} \times \sqrt[3]{3}$  باشد، حاصل  $A^{-\frac{1}{3}} \times B^3$  کدام است؟

$2/5$  (۴)

۲ (۳)

$1/5$  (۲)

۱ (۱)

### ریاضی ۱، معادله و نامعادله ها

۵۷- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $(2x-3)^2 + 1 = 3$  باشند، حاصل  $|x_1 - x_2|$  کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$3 - \sqrt{2}$  (۲)

$3 + \sqrt{2}$  (۱)

۵۸- اگر در حل معادله  $3x^2 - x - 10 = 0$  با روش مربع کامل به تساوی  $(x - \frac{1}{a})^2 = \frac{b}{36}$  برسیم، مقدار

b کدام است؟

۲۵ (۴)

۳۶ (۳)

۱۲۱ (۲)

۶ (۱)

۵۹- حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی از دو برابر حاصل جمعشان ۸ واحد بیش تر است، مربع عدد بزرگ تر

حداکثر کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۵ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۶۰- اگر معادله  $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$  ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار این ریشه کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{4}$  (۱)

۶۷- گزینه «۳»

«رضا سیدنیفی»

می‌دانیم  $\tan \alpha \cot \alpha = 1$ ، پس:

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha) = 4 \Rightarrow \tan \alpha + \cot \alpha + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \tan \alpha + \cot \alpha = 2$$

هم‌چنین  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  و  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  بنابراین:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

از طرفی:

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \rightarrow$$

$$A^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + 2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow A^2 = 2 \Rightarrow A = \pm \sqrt{2}$$

با توجه به این‌که انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم می‌باشد و در ناحیه سوم هم

$\sin \alpha$  و هم  $\cos \alpha$  منفی هستند، بنابراین، فقط  $A = -\sqrt{2}$  قابل قبول

می‌باشد.

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد مثلثاتی  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  داریم:

$$1 - \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\tan^4 \alpha - 1}} = 1 - \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{(\tan^2 \alpha + 1)(\tan^2 \alpha - 1)}}$$

$$= 1 - \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} (\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1)}} = 1 - \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} (\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha})}}$$

$$= 1 - \sqrt{\cos^4 \alpha} = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

با توجه به روابط مثلثاتی، می‌دانیم که:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

حال داریم:

$$A = \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} \times \frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} \times \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}}}$$

$$= \frac{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha}} \times \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{1}{|\sin \alpha|}}$$

$$= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{\cos \alpha |\sin \alpha|}{\sin \alpha} \xrightarrow{\text{انتهای } \alpha \text{ در ناحیه چهارم}} \frac{|\sin \alpha|}{|\sin \alpha|} = -\sin \alpha$$

$$A = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times -\cos \alpha = -\sin \alpha$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

طبق اتحاد  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ ، داریم:

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3}_{1} - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}_{1}$$

$$= 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow |\sin \alpha \cos \alpha| = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow[\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0]{\text{انتهای } \alpha \text{ در ناحیه دوم}} \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$A = |\sin \alpha - \cos \alpha| \xrightarrow{\text{توان}^2} A^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ و ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا به ساده‌سازی عبارت  $A$  می‌پردازیم:

$$A = \frac{x^2 y + xy^2}{(x - xy)(y + xy)} = \frac{xy(x + y)}{xy(1 - y)(1 + x)} = \frac{x + y}{(1 - y)(1 + x)}$$

حال با به‌دست آوردن مقدار  $y$  می‌توان مقادیر  $x$  و  $y$  را در عبارت  $A$  جایگذاری کرد:

$$\frac{1}{y} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{(\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1)}{(1 - \sqrt{2} - 1)(1 + \sqrt{2} - 1)} = \frac{2\sqrt{2}}{(-\sqrt{2})(\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{2}}{-2} = -\sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\sqrt{a^n} \sqrt{a^n} = \sqrt{\sqrt{(a^n)^2} \times a^n} = \sqrt[4]{(a^n)^3}$$

$$A = \sqrt[3]{a^n} \sqrt[4]{(a^n)^3} = \sqrt[12]{\sqrt[4]{(a^n)^3} \times (a^n)^3} = \sqrt[12]{a^{7n}}$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از اتحاد مربع تفاضل دو جمله داریم:

$$A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

$$A + A^{-1} = A + \frac{1}{A} = 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از اتحادهای جبری داریم:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) = 23 + 2 = 25$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \pm 5$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - x^2 \times \frac{1}{x^2}\right)$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = \pm 5(23 - 1) = \pm 110$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} \frac{180}{(\sqrt[6]{a^3} \sqrt[6]{a^2} \sqrt[6]{a})^{41}} &= \frac{180}{(\sqrt[6]{a^{18} \times a^2} \sqrt[6]{a})^{41}} = \frac{180}{(\sqrt[6]{a^{40} \times a})^{41}} \\ &= \frac{180}{(a^{60})^{41}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (a^{60})^{41} = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

در نتیجه حاصل  $\sqrt{a^2 - 1}$  برابر است با:  $\sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

با توجه به این که مخرج کسرها رادیکالی هستند، بایستی هر کسر را جداگانه گویا کرد و سپس کسرها را با هم جمع جبری کرد.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{25} - \sqrt{26}} \times \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26}}{\sqrt{25} + \sqrt{26}} &= \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26}}{(\sqrt{25})^2 - (\sqrt{26})^2} = \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26}}{25 - 26} \\ &= \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26}}{-1} \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن حاصل کسر اول، مابقی کسرها را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26}}{-1} - \frac{\sqrt{26} + \sqrt{27}}{-1} + \frac{\sqrt{27} + \sqrt{28}}{-1} - \dots + \frac{\sqrt{35} + \sqrt{36}}{-1} \\ = \frac{\sqrt{25} + \sqrt{26} - \sqrt{26} - \sqrt{27} + \sqrt{27} + \sqrt{28} - \dots + \sqrt{35} + \sqrt{36}}{-1} \\ = \frac{\sqrt{25} + \sqrt{36}}{-1} = \frac{5 + 6}{-1} = -11 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

۵۱- گزینه «۴»

«معمد صارق هدايتي»

بررسی عبارت‌ها:

الف) اعداد منفی که عضو اعداد صحیح هستند، ریشه دوم ندارند. (نادرست)

ب) اعداد منفی ریشه زوج ندارند ولی ریشه فرد دارند. (نادرست)

پ) اعداد مثبت دو ریشه چهارم دارند ولی صفر یک ریشه چهارم دارد.

(نادرست)

ت) توان دوم اعداد بین صفر و یک ( $0 < a < 1$ ) از خود آن اعداد کوچک‌تر

هستند. (نادرست)

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

۵۲- گزینه «۳»

«اسراه ذاکری فر»

$x = 2$  و  $x = -3$  ریشه‌های مخرج هستند، یعنی مخرج را صفر می‌کنند.

$$ax^2 + bx + 3 = 0 \xrightarrow{x=2} 4a + 2b + 3 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -3$$

$$ax^2 + bx + 3 = 0 \xrightarrow{x=-3} 9a - 3b + 3 = 0 \Rightarrow 9a - 3b = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -3 \\ 9a - 3b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36a + 18b = -27 \\ -36a + 12b = 12 \end{cases}$$

$$30b = -15 \Rightarrow b = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$$

$$4a + 2b = -3 \Rightarrow 4a + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

$$\Rightarrow 4a - 1 = -3 \Rightarrow 4a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a \cdot b = \frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

۵۳- گزینه «۱»

«سپار فسن زاره»

با توجه به شکل، مشخص می‌شود که  $b = -1$  و  $f = 1$ ، پس:

$$a < -1 \Rightarrow a < \sqrt[5]{a}$$

$$-1 < c < 0 \Rightarrow c > \sqrt[5]{c}$$

$$0 < e < 1 \Rightarrow e < \sqrt[5]{e}$$

$$g > 1 \Rightarrow g > \sqrt[5]{g}$$

تنها فلش  $ee'$  اشتباه رسم شده است.

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

۵۴- گزینه «۱»

«مهرزاد فابی»

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-2^3} = \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[6]{4}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt[6]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2} \times (-\sqrt[3]{2}) \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}} = \frac{-\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$= -\sqrt[3]{\frac{2^3}{2}} = -\sqrt[3]{2^2} = -\sqrt[3]{4}$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

۵۵- گزینه «۲»

«هامر پو قادی»

برای تعیین آن که یک عدد رادیکالی با فرجه ۲، بین کدام عدد متوالی قرار دارد، باید ببینیم که مربع این عدد بین کدام دو مربع کامل متوالی قرار می‌گیرد.

$$5\sqrt{5} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{125}$$

$$\Rightarrow 11^2 = 121 < 125 < 144 = 12^2$$

پس عدد  $5\sqrt{5}$  بین دو عدد ۱۱ و ۱۲ قرار دارد، در نتیجه  $a=11$  حال باید از گزینه‌ها عددی را بیابیم که بین ۱۰ و ۱۱ باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$10^3 = 1000 < 820 < 729 = 9^3 < 820 < 1000 = 10^3$$

گزینه «۲»:

$$10 < 115 < 100 < 11 < 121$$

گزینه «۳»:

$$121 < 135 < 144 < 11 < 12 < 144$$

گزینه «۴»:

$$144 < 147 < 169 < 12 < 13 < 169$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پیری)

۴

۳

۲ ✓

۱

۵۶- گزینه «۲»

«مهم‌صارق هدایتی»

می‌دانیم که  $25 = 5^2$  و  $243 = 3^5$ ، پس:

$$A = \sqrt[5]{\sqrt{32}} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[5]{\sqrt{(2^5)}} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[5]{2} \times \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}} = 2^{\frac{9}{20}}$$

$$B = \sqrt[5]{\sqrt[6]{243}} \times \sqrt[6]{3} = \sqrt[5]{\sqrt[6]{(3^5)}} \times \sqrt[6]{3} = \sqrt[5]{3} \times \sqrt[6]{3} = 3^{\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = 3^{\frac{11}{30}}$$

$$A^{-\frac{8}{3}} \times B^3 = (2^{\frac{9}{20}})^{-\frac{8}{3}} \times (3^{\frac{11}{30}})^3 = 2^{-\frac{24}{25}} \times 3^{\frac{11}{10}} = \frac{1}{2^{\frac{24}{25}}} \times 3^{\frac{11}{10}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های پیری)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$(2x-3)^2 + 1 = 3 \Rightarrow (2x-3)^2 = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3 = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{3+\sqrt{2}}{2} \\ 2x-3 = -\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{3-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| \frac{3+\sqrt{2}}{2} - \frac{3-\sqrt{2}}{2} \right| = \left| \frac{2\sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{2}$$

(صفه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

$$3x^2 - x = 10 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{10}{3} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{10}{3} + \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{121}{36} \Rightarrow a = 6, b = 121$$

(صفه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

دو عدد صحیح متوالی را  $x$  و  $x+1$  در نظر می‌گیریم، پس:

$$x(x+1) - 2(x+(x+1)) = 8 \Rightarrow x^2 + x - 4x - 2 = 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 6 \\ x+1 = -1 \end{cases}$$

پس مربع عدد بزرگ‌تر، حداکثر برابر  $6^2 = 36$  است.

(صفه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

معادله درجه دوم زمانی ریشه مضاعف دارد که  $\Delta = 0$  شود.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-(2m+3))^2 - 4(1)(m^2) = (2m+3)^2 - 4m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 9 + 12m - 4m^2 = 0 \Rightarrow 9 + 12m = 0$$

$$\Rightarrow 12m = -9 \Rightarrow m = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

با فرض  $m = -\frac{3}{4}$  می‌توانیم ریشه مضاعف را پیدا کنیم.

$$\text{ریشه مضاعف } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-(2m+3)}{2(1)} = \frac{2m+3}{2}$$

$$x = \frac{2(-\frac{3}{4}) + 3}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + 3}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱