



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، معادله ها و نامعادله ها -

۵۹- اگر $x = 2$ ریشه مضاعف معادله $-mx^2 - (m^2 + 3)x + 12 = 0$ باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

- (۱) $\{-3\}$ (۲) $\{-3, 1\}$ (۳) $\{1, -2\}$ (۴) $\{-3, 2\}$

۶۰- جواب بزرگتر معادله $x^2 - 8x + 7 = 0$ ، دو برابر جواب بزرگتر معادله $x^2 - ax + \frac{7}{4} = 0$ است. جواب کوچکتر معادله اول چند برابر جواب

کوچکتر معادله دوم است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری -

۵۳- ریشه سوم عددی بین ۵ و ۶ است. کدام بازه، حتماً شامل یکی از ریشه های دوم آن عدد است؟

- (۱) $(-17, -12)$ (۲) $(-18, -13)$ (۳) $(-16, -11)$ (۴) $(-14, -9)$

۵۴- اگر $0 < a < 1$ و $b > 1$ باشد، چند مورد از عبارت های زیر، درست است؟

- (الف) $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$ (ب) $\sqrt[3]{b} < \sqrt[4]{b}$ (پ) $a^1 \leq b$ (ت) $b^1 \geq a^1$
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۵- اگر $a > 0$ و $a + 1 > b > 2$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱) $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})(b^3 - b^2) < 0$ (۲) $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a})(b^2 - b) < 0$
(۳) $(a^3 - a^5)(\sqrt[3]{b} - \sqrt{b}) > 0$ (۴) $(a^2 - a)(\sqrt[4]{b} - \sqrt[5]{b}) > 0$

۵۶- اگر برای اعداد حقیقی a, b, c داشته باشیم: $c < b < a$ ، آنگاه کدام گزینه لزوماً نادرست است؟

(۱) اگر $a > 2$ باشد، b و c می توانند ریشه های چهارم a باشند.

(۲) اگر $\frac{1}{3} < b < \frac{1}{4}$ باشد، a و c می توانند ریشه های دوم b باشند.

(۳) اگر $-\frac{1}{4} < c < -\frac{1}{3}$ باشد، a و b می توانند به ترتیب ریشه های پنجم و سوم c باشند.

(۴) اگر $c < -2$ باشد، a و b می توانند به ترتیب ریشه های هفتم و سوم باشند.

۵۷- اگر $x = \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$ باشد، حاصل $\frac{x+3}{x+\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $4+2\sqrt{3}$ (۲) $6-3\sqrt{3}$ (۳) $2+\sqrt{3}$ (۴) $3+\sqrt{3}$

۵۸- با فرض $8^x = \sqrt[3]{100}$ و $\sqrt[5]{5^y} = \sqrt[4]{8}$ ، حاصل $9xy - 2y$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) ۹ (۴) $\frac{4}{5}$

ریاضی ۱، مثلثات

۵۱- اگر $\cot \alpha = \frac{\sqrt{12}}{12}$ باشد، حاصل $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{24}{169}$ (۲) $\frac{118}{144}$ (۳) $\frac{170}{144}$ (۴) $\frac{145}{169}$

۵۲- اگر $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان زاویه α در ناحیه چهارم باشد، حاصل $\left(\frac{1+\cot^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha}\right)\left(\frac{1+\tan \alpha}{1+\cot \alpha}\right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{2}}$ (۴) $-\sqrt{\frac{2}{2}}$

ریاضی ۱- آشنا، معادله ها و نامعادله ها

۶۹- در معادله درجه دوم $x^2 - ax - b^2 - ab = 0$ ، کدام رابطه بین ریشه‌ها برقرار است؟ (x' و x'' ریشه‌های معادله هستند).

- (۱) $\frac{x'}{x''} = -(1 + \frac{a}{b})$ (۲) $\frac{x'}{x''} = \frac{a}{b} - 1$ (۳) $\frac{x'}{x''} = \frac{a}{a+b}$ (۴) $\frac{x'}{x''} = \frac{a}{b} + 1$

۷۰- در حل معادله $2x^2 + 3x - 5 = 0$ به روش مربع کامل به تساوی $(x+a)^2 = k$ می‌رسیم. مقدار $a+k$ کدام است؟

- (۱) $\frac{61}{16}$ (۲) $\frac{52}{16}$ (۳) $\frac{49}{16}$ (۴) $\frac{73}{16}$

ریاضی ۱- آشنا، توان های گویا و عبارت های جبری

۶۳- اگر $2 < \sqrt{x} < 3$ باشد، به جای x چند عدد طبیعی می‌توان قرار داد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۱ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۱۳

۶۴- اگر $a = \sqrt[5]{0/00032}$ ، آنگاه $\sqrt{20}$ چند برابر \sqrt{a} است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۲۰

۶۵- اگر $A = \sqrt{2}$ و $B = \sqrt[3]{4}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $1/6 < B < A$ (۲) $B < 1/6 < A$ (۳) $A < 1/6 < B$ (۴) $1/6 < A < B$

۶۶- چند تا از اعداد $\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{7}$ و $\sqrt[4]{13}$ از ۴ کوچکتر است؟

- (۱) یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) هیچ کدام

۶۷- حاصل عبارت $(\sqrt[3]{3\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2\sqrt{2}})(\sqrt[4]{3\sqrt{9}} - \sqrt[5]{2\sqrt{8}})$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$

۶۸- اگر $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$ باشد، مقدار $x^3 - \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ± 52 (۲) ± 76 (۳) ± 46 (۴) ± 72

ریاضی ۱ - آشنا ، مثلثات

۶۹- اگر $2 = \tan x - \frac{1}{\cos x}$ ، آنگاه $\frac{1}{\cos x} + \tan x$ کدام است؟

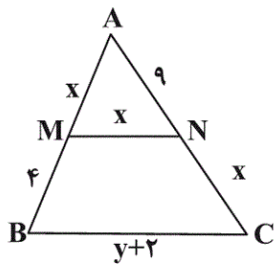
- (۱) $5/0$ (۲) $2/0$ (۳) $3/0$ (۴) $4/0$

۶۲- حاصل $\theta - 2 \tan^2 \theta - \left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

هندسه ۱ ، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن

۷۱- در شکل زیر اگر $MN \parallel BC$ باشد، مقدار y کدام است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۷۲- مساحت مثلثی با طول اضلاع ۳، $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ و $\sqrt{6}$ ، چند برابر مساحت مثلثی با طول اضلاع $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ است؟

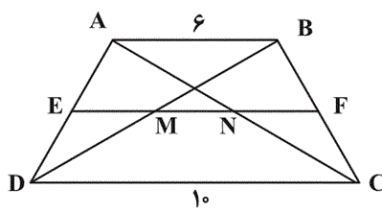
۳ (۲)

۲ (۱)

۹ (۴)

۶ (۳)

۷۳- در شکل زیر در دوزنقه $ABCD$ ، نقاط E و F به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC هستند. طول پاره‌خط MN کدام است؟



۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۳ (۳)

۳/۵ (۴)

۷۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، AH و AM به ترتیب ارتفاع و میانه وارد بر وتر هستند. اگر $BH = ۳$ و $CH = ۱۲$ باشد، مساحت مثلث AHM کدام است؟

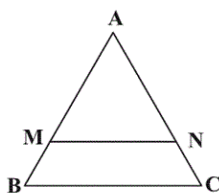
۱۲/۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵ (۴)

۱۳/۵ (۳)

۷۵- در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $AM = ۲MB$ است. اگر مساحت دوزنقه $MNCB$ برابر ۱۵ باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟



۱۶ (۱)

۱۴ (۲)

۱۲ (۳)

۱۰ (۴)

۷۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 3$ و $AC = 4$ است. اگر عمودمنصف ضلع BC ، امتداد ضلع AB را در نقطه D قطع کند، طول

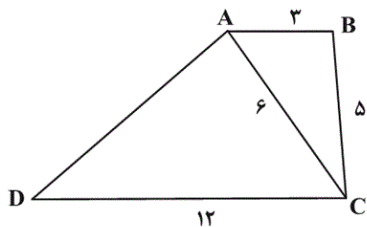
پاره‌خط AD کدام است؟

(۲) $\frac{7}{6}$

(۱) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$



۷۷- در شکل زیر، اگر $AB \parallel CD$ باشد، طول پاره‌خط AD کدام است؟

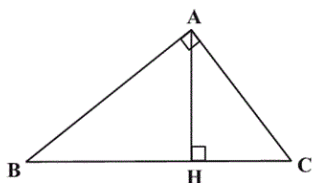
(۱) $\frac{7}{5}$

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۷۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر $\frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$ باشد، نسبت $\frac{BC}{CH}$ کدام است؟



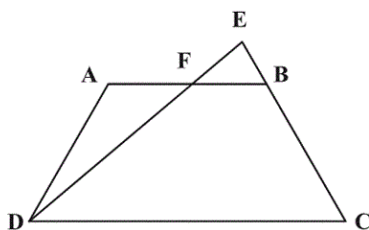
(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) $\frac{9}{5}$

(۳) $\frac{13}{9}$

(۴) $\frac{13}{4}$

۷۹- در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه و DE نیمساز زاویه ADC است. اگر $AD = 5$ ، $BC = 6$ ، $AB = 10$ و $CD = 12$ باشد، طول پاره‌خط BE کدام است؟



(۱) $\frac{30}{7}$

(۲) ۴

(۳) $\frac{25}{6}$

(۴) ۵

۸۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 2\hat{B}$ و $AC = 6$ و $BC = 9$ است. طول ضلع AB کدام است؟

۶/۵ (۲)

۷/۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۵۹- گزینه «۱»

(امیر زائرودز)

$$-mx^2 - (m^2 + 3)x + 12 = 0 \xrightarrow{x=2} -4m - 2m^2 - 6 + 12 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m + 3)(m - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -3 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \\ m = 1 \Rightarrow -x^2 - 4x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 48 = 64 \neq 0 \end{cases}$$

$m = 1$ قابل قبول نیست، چون به ازای این مقدار، معادله، ریشه مضاعف

ندارد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

ابتدا جواب‌های معادله $x^2 - 8x + 7 = 0$ را می‌یابیم:

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

بنابراین جواب بزرگ‌تر معادله $x^2 - ax + \frac{7}{4} = 0$ برابر $\frac{7}{2}$ است. $x'_1 = \frac{7}{2}$ را

در معادله جایگذاری کرده و a را می‌یابیم: $\left(\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}a + \frac{7}{4} = 0 \Rightarrow a = 4$

$$x^2 - 4x + \frac{7}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times \frac{7}{4} = 9 \begin{cases} x'_1 = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2} \\ x'_2 = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین $\frac{x_2}{x'_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$5 < \sqrt[3]{x} < 6 \Rightarrow 125 < x < 216 \Rightarrow \sqrt{125} < \sqrt{x} < \sqrt{216}$$

$$\Rightarrow \sqrt{121} < \sqrt{125} < \sqrt{x} < \sqrt{216} < \sqrt{225} \Rightarrow 11 < \sqrt{x} < 15$$

ریشه دوم منفی $\rightarrow -15 < -\sqrt{x} < -11$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

با فرض $0 < a < 1$ هرچه توان a بزرگ‌تر شود، حاصل کوچک‌تر می‌شود و با

فرض $b > 1$ هرچه توان b بزرگ‌تر شود، حاصل نیز بزرگ‌تر می‌شود.

بنابراین موارد الف و ب نادرست و پ و ت درست هستند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} a > 0 \\ 2 > b > a+1 \end{cases} \Rightarrow 2 > b > a+1 > 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 < b < 2 \\ 0 < a < 1 \end{cases}$$

بنابراین اگر $m, n \in \mathbb{N}$ باشد و $m > n > 1$ ، داریم:

$$\begin{cases} b^m > b^n, \sqrt[m]{b} < \sqrt[n]{b} \\ a^m < a^n, \sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a} \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۱» درست است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های بی‌پایه، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای اعداد بین صفر و ۱-، ریشه‌های فرد عدد، از خود عدد کوچک‌ترند؛ بنابراین a و

b نمی‌توانند ریشه‌های پنجم و سوم c باشند.

تشریح سایر گزینه‌ها:

(۱) اعداد بزرگ‌تر از یک، دو ریشه چهارم دارند که هر دو ریشه، از خود عدد کوچک‌تر هستند.

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x = \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} =$$

$$\frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} - \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{1} = 2\sqrt{5}+2\sqrt{3}-5-2\sqrt{5} = 2\sqrt{3}-5$$

$$\frac{x+3}{x+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-5+3}{2\sqrt{3}-5+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-2}{3\sqrt{3}-5} \times \frac{3\sqrt{3}+5}{3\sqrt{3}+5} =$$

$$\frac{8+4\sqrt{3}}{2} = 4+2\sqrt{3}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$8^x = 10^{\frac{2}{3}} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} \Rightarrow 2^{3x - \frac{2}{3}} = 5^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

$$\frac{y}{55} = \frac{3}{24} \xrightarrow{\text{به توان } 10} 5^{2y} = 2^{\frac{15}{2}} \Rightarrow \left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{3y} = 2^{\frac{15}{2}}$$

$$\xrightarrow{(1)} \left(2^{3x - \frac{2}{3}}\right)^{3y} = 2^{\frac{15}{2}}$$

$$\Rightarrow 2^{9xy - 2y} = 2^{\frac{15}{2}} \Rightarrow 9xy - 2y = \frac{15}{2} = 7.5$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{12}{144} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{12}{13} \left(1 - \frac{12}{13}\right) =$$

$$1 - \frac{24}{13} \times \frac{1}{13} = \frac{169 - 24}{169} = \frac{145}{169}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

$$\left(\frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right) \left(\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} \right) = \left(\frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} \right) \times \left(\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \frac{1}{\tan \alpha}} \right) =$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \times \tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\frac{2}{9}} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{7}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه چهارم}} \cot \alpha = -\sqrt{\frac{7}{2}}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

معادله را به شکل زیر مرتب می‌کنیم:

$$x^2 - ax - b^2 - ab = 0 \Rightarrow x^2 - b^2 - ax - ab = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (x - b)(x + b) - a(x + b) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{فکتورگیری}} (x + b)(x - b - a) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + b = 0 \Rightarrow x = -b \\ x - b - a = 0 \Rightarrow x = a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x'}{x''} = \frac{a+b}{-b} = -\left(1 + \frac{a}{b}\right) \quad \text{یا} \quad \frac{x'}{x''} = \frac{-b}{a+b}$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا ضریب x^2 را برابر با یک می‌کنیم:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}$$

حال مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$\Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با } (x+a)^2 = k} a = \frac{3}{4}, k = \frac{49}{16} \Rightarrow a+k = \frac{61}{16}$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

طرفین نامساوی را به توان ۵ می‌رسانیم:

$$2 < \sqrt[5]{x} < 3 \longrightarrow 2^5 < x < 3^5$$

$$\Rightarrow 32 < x < 243 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} 33 \leq x \leq 242$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد} = 242 - 33 + 1 = 210$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$a = \sqrt[5]{0.00032} = \sqrt[5]{(0.2)^5} = 0.2$$

$$\Rightarrow a = 0.2 \xrightarrow{\times 100} 100a = 20 \Rightarrow \sqrt{20} = \sqrt{100a} = 10\sqrt{a}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به گزینه‌ها، باید اعداد $\sqrt{3}$ و $\sqrt[3]{4}$ را با عدد $1/6$ مقایسه کنیم.

$$\sqrt{3} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3 \circ 2/56 \Rightarrow \sqrt{3} > 1/6$$

$$\sqrt[3]{4} \circ 1/6 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 4 \circ (1/6)^3$$

برای راحتی کار، عدد $1/6$ را به صورت $1/6 = 16 \times 10^{-1} = 2^4 \times 10^{-1}$

می‌نویسیم. بنابراین:

$$\begin{aligned} (1/6)^3 &= (2^4 \times 10^{-1})^3 = 2^{12} \times 10^{-3} = 4096 \times 0/001 \\ &= 4/096 \end{aligned}$$

$$4 \circ 4/096 \Rightarrow \sqrt[3]{4} < 1/6$$

بنابراین:

$$\mathbf{B} < 1/6 < \mathbf{A}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$3\sqrt[4]{2} \circ 4 \xrightarrow{\text{به توان 4}} 3^4 \times 2 \circ 4^4 \Rightarrow 162 \ominus 256 \checkmark$$

$$3\sqrt[5]{7} \circ 4 \xrightarrow{\text{به توان 5}} 3^5 \times 7 \circ 4^5 \Rightarrow 243 \times 7 \circ 1024$$

$$\rightarrow 1701 \ominus 1024 \times$$

$$2\sqrt[4]{13} \circ 4 \xrightarrow{\text{به توان 4}} 2^4 \times 13 \circ 4^4 \Rightarrow 208 \ominus 256 \checkmark$$

پس دو تا از اعداد از 4 کوچکترند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های 54 تا 51 کتاب درسی)

4

3

2 ✓

1

(کتاب آبی)

67 - گزینه 2

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2} \times 3} + \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2}$$

$$= \sqrt[3]{\sqrt{3^3}} + \sqrt[3]{\sqrt{2^3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3})^3} + \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

از طرفی:

$$\sqrt[4]{3\sqrt{9}} - \sqrt[5]{2\sqrt{8}} = \sqrt[4]{\sqrt{3^4}} - \sqrt[5]{\sqrt{2^5}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3})^4} - \sqrt[5]{(\sqrt{2})^5} \\ = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های 59 تا 61 کتاب درسی)

4

3

2 ✓

1

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)$$

مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را داریم، پس باید مقدار $x - \frac{1}{x}$ را بیابیم:

$$(x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 18 - 2 = 16 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm 4$$

بنابراین:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)$$

$$= (\pm 4)(18 + 1) = \pm 4 \times 19 = \pm 76$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آن جایی که $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ ، پس:

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 1$$

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\underbrace{\left(\frac{1}{\cos x} - \tan x\right)}_2 \left(\frac{1}{\cos x} + \tan x\right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos x} + \tan x = 0 / 5$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{1}{1-\sin\theta} + \frac{1}{1+\sin\theta} = \frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} = \frac{2}{1-\sin^2\theta} = \frac{2}{\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow \text{کل عبارت} = \frac{2}{\cos^2\theta} - 2\tan^2\theta = \frac{2}{\cos^2\theta} - \frac{2\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{2(1-\sin^2\theta)}{\cos^2\theta} = \frac{2\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 2$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Delta ABC : MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{9}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

$$\Delta ABC : MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{y+2} = \frac{6}{10} \Rightarrow y+2 = 10 \Rightarrow y = 8$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، مشابه تمرین ۳، صفحه ۳۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{3\sqrt{6}}{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

یعنی طول اضلاع مثلث اول، $\sqrt{3}$ برابر طول اضلاع نظیر آن‌ها در مثلث

دوم است، بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $k = \sqrt{3}$

$$\frac{S_1}{S_2} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

است و در نتیجه داریم:

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

در هر دوزنقه خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند، موازی دو

قاعده دوزنقه است، بنابراین داریم:

$$\Delta ADC: EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EN}{DC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{EN}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow EN = 5$$

$$\Delta DAB: EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow EM = 3$$

$$MN = EN - EM = 5 - 3 = 2$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

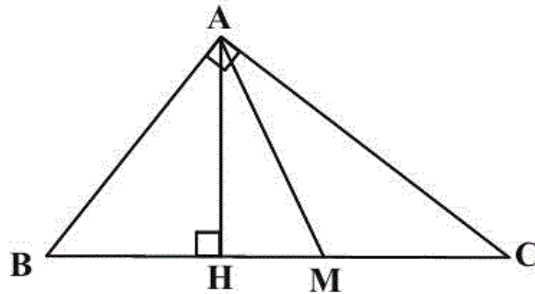
۴

۳

۲

۱ ✓

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

$$BC = 3 + 12 = 15 \Rightarrow BM = \frac{15}{2}$$

$$MH = BM - BH = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2}$$

$$S_{AHM} = \frac{1}{2} AH \times MH = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

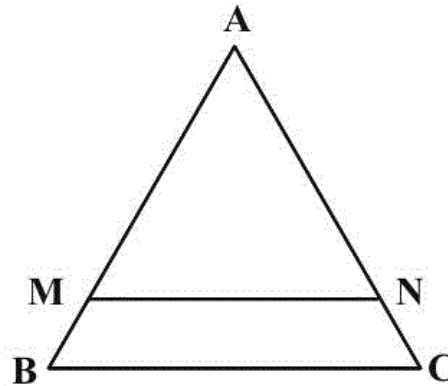
۴

۳ ✓

۲

۱

اگر $MB = x$ باشد، $AM = 2x$ خواهد بود و در نتیجه داریم:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$

از طرفی طبق قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها، دو مثلث AMN و ABC

متشابه‌اند، پس $k = \frac{2}{3}$ است. اگر مساحت مثلث AMN را S در نظر بگیریم:

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{S}{S+15} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S+15} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9S = 4(S+15)$$

$$\Rightarrow S = 12$$

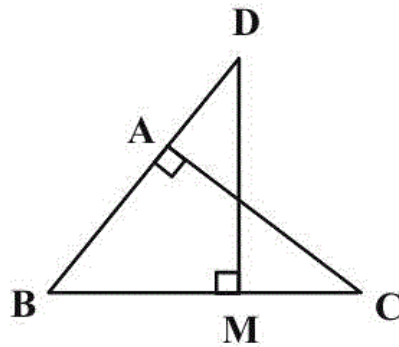
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، مشابه تمرین ۲، صفحه ۴۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

اگر $AD = x$ فرض شود، آنگاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{M} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta ABC \sim \Delta MBD$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{AB}{BM} \Rightarrow \frac{5}{3+x} = \frac{3}{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow 9 + 3x = \frac{25}{2} \Rightarrow 3x = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{6}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AB \parallel CD \text{ و } AC \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BAC} = \widehat{ACD} \\ \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CD} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CAD$$

دو مثلث ABC و CAD به حالت تساوی یک زاویه و تناسب اضلاع

متناظر آن دو زاویه با هم متشابه‌اند، بنابراین داریم:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{5}{AD} = \frac{3}{6} \Rightarrow AD = 10$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

از قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 + \frac{9}{4}AC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = \frac{13}{4}AC^2$$

از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم الزویه ABC داریم:

$$AC^2 = BC \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{4}{13}BC^2 = BC \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{4}{13}BC = CH \Rightarrow \frac{BC}{CH} = \frac{13}{4}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

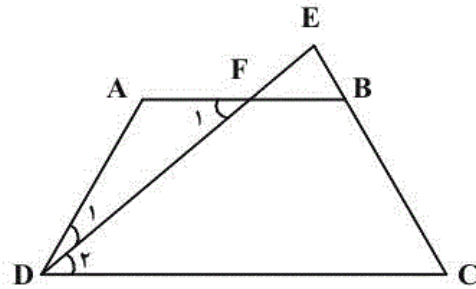
۴ ✓

۳

۲

۱

$$AB \parallel DC \text{ و مورب } DF \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{D}_2 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2}$$



$$\hat{F}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\Delta AFD} AF = AD = 5$$

$$FB = AB - AF = 10 - 5 = 5$$

با فرض $BE = x$ داریم:

$$\Delta EDC : FB \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیہ تالس}} \frac{EB}{EC} = \frac{FB}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{5}{12} \Rightarrow 12x = 5x + 30$$

$$\Rightarrow 7x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{7}$$

(قضیہ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحہ‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

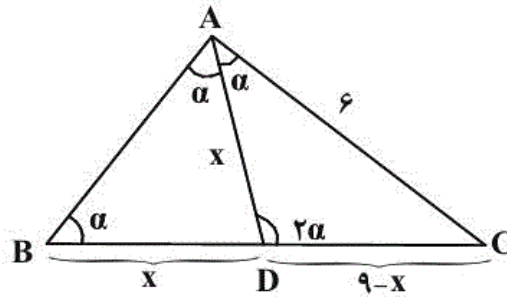
۲

۱ ✓

با رسم نیمساز زاویه A، مثلث ADC با مثلث ABC به حالت تساوی دو

زاویه متشابه بوده و مثلث ABD متساوی الساقین خواهد بود. از تشابه دو

مثلث ADC و ABC داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{x}{AB} = \frac{9-x}{6} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{9-x}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 27 - 3x = 12 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{x}{AB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{x=5} \frac{5}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow AB = 7.5$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱