۳۱-اگر نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را دو بار پی‌درپی با بردار $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ منتقل کنیم، در نهایت به چه نقطه‌ای می‌رسیم؟

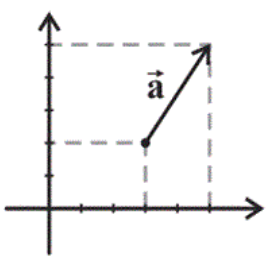
۱) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳۲- با توجه به شکل زیر، بردار قرینهٔ $\vec{a}$ کدام است؟



۱) $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳۳-سن حمید دو برابر سن محمد است. ۲۰ سال دیگر مجموع سن آن‌ها ۸۲ سال می‌شود. اکنون اختلاف سن آن‌ها چند سال است؟

۱) ۲۰

۲) ۱۵

۳) ۱۱

۴) ۱۴

۳۴-با توجه به تساوی زیر، عبارت داخل $\square$ همواره کدام است؟

$$8a^3b^2 + 3b^2a - b^3a^2 = \square \times (8a^2 - ab + 3)$$

۱) ab^2

۲) ab

۳) a^2b^2

۴) a^2b

۳۵-اگر $a+b=4$ و $a-b=3$ باشد، آنگاه حاصل a^2-b^2 کدام است؟

۱) ۹

۲) ۷

۳) ۱۲

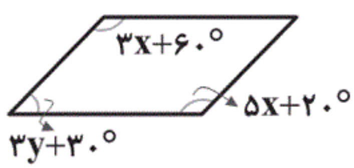
۴) ۱

۳۶- اختلاف اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی با هر زاویهٔ خارجی یک ۱۵ضلعی منتظم چند درجه است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۱۳۲
۳) ۱۴۰
۴) ۱۳۶

۳۷- چهارضلعی شکل زیر متوازی‌الاضلاع است. حاصل $x + y$ کدام است؟

۱) ۴۰°
۲) ۳۵°
۳) ۲۰°
۴) ۳۰°



۳۸- دقیقاً چند عدد گویا بین $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۶}{۷}$ وجود دارد که صورت آن یک عدد طبیعی و مخرج آن برابر ۳۵ باشد؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۳۹- کدام دو عدد زیر نسبت به‌هم اول هستند؟

۱) ۶ و ۹
۲) ۱۱ و ۱۴۳
۳) ۱۳ و ۶۵
۴) ۲۹ و ۱۰۲

۴۰- عددی سه رقمی کوچک‌تر از ۳۰۰ داریم. برای اینکه مطمئن شویم این عدد اول است یا مرکب، با حداقل چند تقسیم می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۷

۴) ۹

۳۱- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۳ فصل پنجم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: در سال ششم به‌صورت جزئی با مختصات آشنا شدید. در سال هفتم یکم فراتر رفته و بردارهای انتقال را فرا گرفتید. در سال هشتم با ضرب عدد در بردار و جمع بردارها به‌صورت ترسیمی آشنا می‌شوید. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۳/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱/۵ نمره سؤال خواهید داشت. دانش‌آموزان در این مبحث یاد می‌گیرند که با ضرب یک عدد در یک بردار، آن عدد در مؤلفه طول و عرض آن بردار ضرب می‌شود.

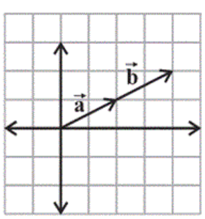
$$\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}+۲\times\begin{bmatrix}-۱\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۲\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰\\۵\end{bmatrix}$$

ضرب عدد در بردار

اگر عددی در یک بردار ضرب شود، آن عدد هم در طول و هم در عرض بردار ضرب می‌گردد. یعنی با ضرب عدد k در بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ داریم:

$$k\times\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}kx\\ky\end{bmatrix}$$

سؤال: با توجه به بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$، بردار $\vec{b}=۲\vec{a}$ را رسم کرده و مختصات آن را به‌دست آورید.



جواب: $\vec{b}=۲\times\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix}$

نکته با ضرب عدد k در بردار $\vec{a}$، بردار $\vec{b}$ حاصل می‌شود که این عبارت را به صورت جبری اینگونه نشان می‌دهیم: $k\vec{a}=\vec{b}$ و خواهیم داشت:

الف) اگر k عددی مثبت باشد، هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم‌جهت می‌شوند.

ب) اگر k عددی منفی باشد، جهت دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ قرینهٔ یکدیگر خواهد بود.

ج) اگر $-۱<k<۱$ باشد، بردار حاصل کوچک‌تر از بردار اولیه خواهد شد.

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲✓ ۳ ۴

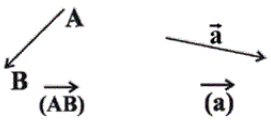
۳۲- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۳۶ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** با بردار انتقال در سال هفتم آشنا شدیددر سال هشتم هم به‌عنوان یادآوری با آن روبه‌رو می‌شوید. پس از یادگیری در این مبحث می‌توانید بردار انتقال بین دو نقطه را به‌دست آورید و به این نکته دقت کافی را داشته باشید که برای به‌دست آوردن مختصات بردار انتقال، مختصات انتهای بردار را منهای مختصات ابتدای بردار می‌کنیم. مشابه این سؤال به تعداد ۳ سؤال در کتاب پرتکرار و ۴ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

$$\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}+\vec{a}=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}\Rightarrow\vec{a}=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}\Rightarrow \text{قرینهٔ بردار } \vec{a}=\begin{bmatrix}-۲\\-۳\end{bmatrix}$$

جمع بردارها

بردار: پاره‌خط جهت‌دار را بردار می‌گوییم و آن را با دو حرف بزرگ و یا با یک حرف کوچک انگلیسی نشان می‌دهیم.



نکته هر برداری در دستگاه مختصات دارای یک مختصات است که برای پیدا کردن مختصات برداری مانند $\overrightarrow{AB}$، باید از خود بپرسیم برای رفتن از نقطهٔ A به B باید سمت چپ برویم یا راست؟ چند واحد؟ باید بالا برویم یا پایین؟ چند واحد؟

یادآوری: علامت راست و بالا مثبت و علامت سمت چپ و پایین منفی است.

نکته برداری که موازی محور طول‌ها باشد، دارای عرض صفر است و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}$ است.

نکته برداری که موازی محور عرض‌ها باشد، دارای طول صفر است و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}$ است.

نکته برای هر برداری مانند بردار $\overrightarrow{AB}$، می‌توان یک جمع برداری به صورت زیر نوشت:

$A+(\overrightarrow{AB})=B$ مختصات انتهای بردار = مختصات بردار + مختصات ابتدای بردار

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲ ۳✓ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۳۳ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

علت انتخاب: برای حل این سؤال دانش‌آموز باید هر سه مبحث ساده‌سازی عبارت جبری، تجزیه عبارت جبری و حل معادله را فرا گرفته باشد. در امتحان نیم‌سال اول یک سؤال به‌صورت مستقیم از حل معادله یا مسئله‌ای که منجر به تشکیل معادله و حل آن شود خواهد آمد لذا یادگیری این سه مبحث توجه ویژه‌ای را می‌طلبد از حل معادله ۲۵ سؤال در کتاب آبی و ۳۰ سؤال در کتاب پرتکرار آورده شده است که نشان از اهمیت این مبحث دارد.

سن حمید $= 2x \Rightarrow$ سن محمد $= x$

۲۰ سال بعد $\downarrow$ ۲۰ سال بعد $\downarrow$

$2x + 20 \Rightarrow (x+20) + (2x+20) = 82$ $\quad x + 20$

$\Rightarrow 3x + 40 = 82 \Rightarrow 3x = 42 \Rightarrow x = 14$ سال

$\left.\begin{array}{l} \text{سن محمد} = 14 \\ \text{سن حمید} = 28 \end{array}\right\} \Rightarrow 28 - 14 = 14$ سال

معادله

یادآوری:

تعریف معادله: معادله یک تساوی جبری است که با جاگذاری بعضی از اعداد به جای متغیرهای آن، به‌یک تساوی عددی درست تبدیل می‌شود.

نکته **معادله‌ای را که بالاترین توان متغیر آن ۱ باشد، معادلهٔ درجه اول می‌نامیم.**

روش حل معادلات درجه اول:

۱) متغیرها در یک طرف و اعداد معلوم (بدون متغیر) را به طرف دیگر تساوی می‌بریم.

۲) عددها و عبارت‌های هر طرف تساوی را باهم جمع می‌کنیم.

۳) در مرحلهٔ سوم، بعد از ساده کردن دو طرف تساوی، در یک طرف عددی معلوم و در طرف دیگر یک عبارت جبری خواهیم داشت.

۴) با تقسیم عدد معلوم بر ضریب متغیر(مجهول)، جواب معادله حاصل خواهد شد.

نکته **اگر عدد و یا عبارتی را از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی منتقل کنیم، علامت آن قرینه می‌شود.**

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۱۳ فصل ۴ کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: مبحث تجزیه عبارت جبری و فاکتورگیری، جدیدترین مبحث و در عین حال مهم‌ترین مبحث این فصل است که در واقع معکوس عمل ضرب عبارت جبری در یک پرانتز است. دانش‌آموزان در این مبحث یاد می‌گیرند که چگونه یک عبارت جبری را به ضرب دو یا چند عبارت جبری تجزیه کنند. از این قسمت همواره یک سؤال به‌صورت مستقیم در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد لذا توجه ویژه‌ای را می‌طلبد.

در عبارت‌های داده شده، عبارت $ab^۲$ مشترک است، پس داریم:

$$۸a^۳b^۲+۳b^۲a-b^۳a^۲=ab^۲\times(۸a^۲+۳-ab)\Rightarrow \boxed{}=ab^۲$$

تجزیهٔ عبارت‌های جبری

تجزیهٔ یک عدد: اگر بتوانیم عددی را به‌صورت حاصل ضربی از اعداد اول بنویسیم، آن را تجزیه کرده‌ایم.

مثال:

$$۴۰=۲\times۲\times۲\times۵=۲^۳\times۵$$

تجزیهٔ یک عبارت جبری: اگر بتوانیم یک عبارت جبری را به‌صورت حاصل ضربی از دو یا چند عبارت بنویسیم، می‌گوییم آن‌را تجزیه کرده‌ایم.

مثال:

$$ax+ay=a(x+y)$$

نکته تجزیهٔ یک عبارت، عمل عکس توزیع کردن است. زیرا: $a(x+y)=ax+ay$

برای تجزیهٔ عبارتی مانند $۱۵x^۲+۱۰xy$ باید عامل‌های مشترک بین $۱۰xy$ و $۱۵x^۲$ را پیدا کنیم و آن را در عامل‌های غیرمشترک این دو عبارت ضرب کنیم که به این نوع تجزیه کردن «فاکتورگیری» می‌گوییم.

به نظر شما بین $۱۵x^۲$ و $۱۰xy$ چه عامل‌هایی مشترک هستند؟ اگر جواب شما $5x$ باشد، شما درست جواب داده‌اید.

بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱✓ ۲ ۳ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۲۱ فصل چهارم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** مقدمهٔ این مباحث را سال هفتم فرا گرفتید. امسال یادگیری بیش‌تری از این مبحث را پیش‌رو دارید و در سال نهم برای یادگیری کامل مبحث اتحادها نیاز است که این مبحث یعنی ساده‌سازی عبارات جبری مسلط باشید. همچنین ۵ نمره امتحان نیم‌سال اول به این فصل اختصاص دارد که توجه ویژه‌ای را می‌طلبد. همچنین از این مبحث ۱۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۱۰ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

$$(a+b)(a-b)=a^۲-ab+ab-b^۲=a^۲-b^۲$$
$$\Rightarrow a^۲-b^۲=۳\times۴=۱۲$$

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

برای پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری، به‌جای هر کدام از حروف آن عبارت، عدد داده شده را قرار می‌دهیم و پس از انجام عملیات ریاضی، مقدار عددی را به‌دست می‌آوریم.

سؤال: مقدار عددی هر یک از عبارت‌های زیر را به ازای مقادیر داده شده، حساب کنید.

۱) $x^۲-۲y+۳y^۲ \qquad (x=۵\ ,\ y=۲)$

۲) $\dfrac{۳m-۲n}{۵m+۱} \qquad (m=۷, n=-۵)$

۳) $\sqrt{b^۲-۴ac} \qquad (a=۵\ ,b=-۳, c=-۲)$

پاسخ:

۱) $۵^۲-۲\times۲+۳\times۲^۲=۲۵-۴+۱۲=۳۳$

۲) $\dfrac{۳\times۷-۲\times(-۵)}{۵\times۷+۱}=\dfrac{۲۱+۱۰}{۳۶}=\dfrac{۳۱}{۳۶}$

۳) $\sqrt{(-۳)^۲-۴\times۵\times(-۲)}=\sqrt{۹+۴۰}=\sqrt{۴۹}=۷$

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ کتاب درسی- جبر و معادله)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۸۶ کتاب آبی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: یکی از مهم‌ترین مباحث فصل سوم کتاب به‌دست آوردن اندازهٔ زاویه‌های داخلی و خارجی یک nضلعی منتظم است که ۱ تا ۱/۵ نمره امتحان نیم‌سال اول را به خودش اختصاص داده است. دانش‌آموزان در این مبحث رابطهٔ بین اندازهٔ زاویهٔ داخلی و تعداد اضلاع nضلعی را فرا می‌گیرند. از مبحث زاویه‌های داخلی در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۱۵ سؤال آورده شده است که نشان از اهمیت آن دارد.

$$\text{اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی} = \frac{۳۶۰^\circ}{n} \xrightarrow{n=۱۵} \frac{۳۶۰^\circ}{۱۵} = ۲۴^\circ \Rightarrow \text{اندازهٔ زاویهٔ داخلی} = ۱۸۰^\circ - ۲۴^\circ = ۱۵۶^\circ$$

$$\Rightarrow ۱۵۶^\circ - ۲۴^\circ = ۱۳۲^\circ$$

زاویه‌های داخلی و خارجی

سؤال: اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک n ضلعی منتظم چگونه به‌دست می‌آید؟

جواب: هر nضلعی منتظم دارای n زاویهٔ هم‌اندازه است که اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی nضلعی منتظم} = \frac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{n}$$

تعریف زاویهٔ خارجی یک چند ضلعی: زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضلعی (محدب) بین ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، «زاویهٔ خارجی» آن چند ضلعی نامیده می‌شود. مثال:

نکته ⏮ مجموع زاویه‌های خارجی هر نوع چند ضلعی محدب برابر با ۳۶۰° است.

نکته ⏮ اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی یک n ضلعی منتظم برابر با $\frac{۳۶۰^\circ}{n}$ می‌باشد.

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۹ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

۱   ۲✓   ۳   ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۲۴ فصل سوم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

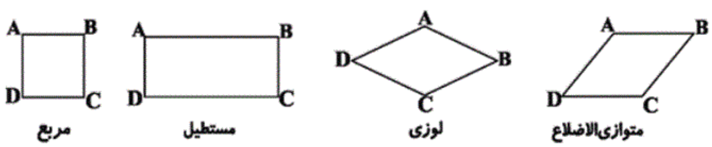
➢ **علت انتخاب:** در مبحث چهارضلعی‌ها در این فصل شما با خواص چهارضلعی‌های مختلف و تفاوت مربع، لوزی، مستطیل آشنا می‌شوید. از این مبحث ۱۰ سؤال در کتاب آبی و ۱۰ سؤال در کتاب پرتکرار آورده شده است. از این مبحث همواره یک سؤال در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد و درک خواص متوازی‌الاضلاع و تفاوت مستطیل و مربع و لوزی دقت زیادی می‌طلبد.

در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو دو به دو با هم برابرند و زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگر هستند پس:

$$\left.\begin{array}{l} ۳x+۶۰^\circ=۵x+۲۰^\circ \Rightarrow ۲x=۴۰^\circ \Rightarrow x=۲۰^\circ \\ \Rightarrow ۵x+۲۰^\circ=۱۲۰^\circ \\ \Rightarrow ۱۲۰^\circ+(۳y+۳۰^\circ)=۱۸۰^\circ \Rightarrow y=۱۰^\circ \end{array}\right\} x+y=۳۰^\circ$$

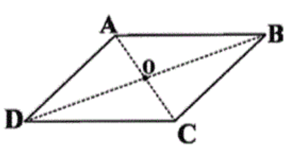
چهار ضلعی‌ها

متوازی‌الاضلاع: نوعی چهارضلعی است که در آن ضلع‌های روبه‌رو دوبه‌دو موازی یکدیگر باشند؛ مانند متوازی‌الاضلاع‌های زیر:



توجه: در تمامی شکل‌های بالا: $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$

خواص متوازی‌الاضلاع:



۱) ضلع‌های روبه‌رو ۲ به ۲ موازی‌اند. $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$

۲) ضلع‌های روبه‌رو ۲ به ۲ مساوی‌اند. $\begin{cases} AB=CD \\ AD=BC \end{cases}$

۳) زاویه‌های روبرو با یکدیگر برابرند. $\begin{cases} \hat{A}=\hat{C} \\ \hat{B}=\hat{D} \end{cases}$

۴) قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند. $\begin{cases} AO=OC \\ BO=OD \end{cases}$

۵) زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند. $\begin{cases} \hat{A}+\hat{B}=۱۸۰^\circ \\ \hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \\ \hat{C}+\hat{D}=۱۸۰^\circ \\ \hat{D}+\hat{A}=۱۸۰^\circ \end{cases}$

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۳ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** در سال ششم با کسرها و اعمال جمع و تفریق کسرها و ضرب و تقسیم آن‌ها آشنا شدید. در این فصل از سال هشتم با تعریف عدد گویا و خواص اعداد گویا آشنا می‌شوید و اعمال ضرب و تقسیم و جمع و تفریق کسرها را مفصل‌تر از سال ششم فرا می‌گیرید. از این مبحث ۲ تا ۳ نمره در امتحان نیم‌سال اول سؤال خواهید داشت. مشابه این سؤال به تعداد ۲۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۳۰ سؤال در کتاب آبی آورده شده است.

ابتدا مخرج کسرهای داده شده را یکی و برابر ۳۵ می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۳}{۵}=\frac{۲۱}{۳۵}\\[2mm]\frac{۶}{۷}=\frac{۳۰}{۳۵}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۲۱}{۳۵}<\underbrace{\frac{۲۲}{۳۵}<\frac{۲۳}{۳۵}<\cdots<\frac{۲۹}{۳۵}}_{\text{۸ کسر وجود دارد.}}<\frac{۳۰}{۳۵}$$

معرفی عددهای گویا

نکته ⏮ هر کسر بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به عددی مخلوط تبدیل نمود و هر عدد مخلوط را نیز می‌توان به یک کسر تبدیل کرد.

مثال:

$$+\frac{۱۳}{۵}=+۲\frac{۳}{۵}\quad ,\ -۴\frac{۳}{۷}=-\frac{(۴\times ۷)+۳}{۷}=-\frac{۳۱}{۷}$$

نکته ⏮ اگر صورت و مخرج یک عدد گویا را در عددی ثابت (مخالف صفر) ضرب و یا تقسیم کنیم، جواب به‌دست آمده با عدد گویای اولیه برابر خواهد شد.

مثال:

$$-\frac{۳}{۵}\ \underset{\times ۴}{\overset{\times ۴}{=}}\ -\frac{۱۲}{۲۰}\quad ,\quad +\frac{۲۸}{۱۲}\ \underset{\div ۴}{\overset{\div ۴}{=}}\ +\frac{۷}{۳}$$

ساده کردن کسرها: برای ساده کردن کسرها، ابتدا علامت نهایی کسر را با تعیین علامت کردن به‌دست می‌آوریم و سپس عامل‌های مشترک موجود در اعداد صورت و مخرج را مشخص کرده و از صورت و مخرج حذف می‌کنیم. مثال:

$$۱)\ \frac{(-۲۵)\times(-۲۱)}{(-۲۰)\times(+۱۴)}$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{(-)\times(-)}{(-)\times(+)}=\frac{(+)}{(-)}=(-)\\[2mm]\frac{(۵\times ۵)\times(۳\times ۷)}{(۴\times ۵)\times(۲\times ۷)}=\frac{۵\times ۳}{۴\times ۲}=\frac{۱۵}{۸}\end{array}\right\}\rightarrow -\frac{۱۵}{۸}$$

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۶ تا ۹ کتاب درسی- عددهای صحیح و گویا)

۱ ۲ ۳✓ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۳۴ کتاب آبی مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** با مفهوم عددهای اول و شمارنده‌های اول و پیدا کردن ب.م.م و ک.م.م در سال هفتم به‌صورت مختصر آشنا شدید. در این فصل با مفهوم جدیدی به اسم عددهای مرکب آشنا می‌شوید. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۲/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱ نمره سؤال خواهید داشت. از این مبحث ۳۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۵۳ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

$(۶,۹)=۳$

$(۱۱,۱۴۳)=۱۱$

$(۱۳,۶۵)=۱۳$

$(۲۹,۱۰۲)=۱ \Rightarrow$ نسبت به‌هم اول هستند.

یادآوری عددهای اول

تعریف عدد مرکب: اعداد طبیعی و بزرگ‌تر از یک را که می‌توانیم به‌صورت حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسیم، «عدد مرکب» می‌گوییم. مانند عدد ۱۵ که می‌توانیم آن را به‌صورت $۱۵=۳\times۵$ بنویسیم.

نکته ⏮ می‌توانیم بگوییم «عددی مرکب است که بیش از دو تا شمارنده داشته باشد». مانند: شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸: ۱۸ , ۹ , ۶ , ۳ , ۲ , ۱

نتیجه: اعداد طبیعی را می‌توانیم به ۳ دستهٔ مجزا از هم تقسیم کنیم:

۱) اعداد اول که فقط ۲ تا شمارنده دارند. مانند عدد ۳

۲) اعداد مرکب که بیش از ۲ تا شمارنده دارند. مانند عدد ۱۰

۳) عدد ۱ که نه اول است و نه مرکب.

تعریف دو عدد نسبت به‌هم اول:

اگر (ب.م.م) دو عدد a و b برابر با یک باشد، می‌گوییم دو عدد a و b نسبت به‌هم اول هستند و می‌نویسیم: $(a,b)=۱$

برای مثال دو عدد ۱۴ و ۲۵ نسبت به‌هم اول هستند؛ زیرا بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک بین آن‌ها عدد ۱ است.

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۴۵ کتاب پرتکرار و سؤال ۱۳۰ کتاب آبی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: با مقدمات اعداد اول و شمارنده‌های اول در سال هفتم آشنا شدید. در این فصل با روش جدیدی بـه اسـم روش غربال، اعداد اول را جدا می‌کنیم. در این روش یاد می‌گیریم چگونه و با چه ترتیبی باید اعداد را غربال کرده و اعـداد اول را به‌دست آوریم از روش غربال به‌صورت مستقیم یک سؤال در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد پس باید به خوبی فرا گرفته شود. از روش غربال در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۱۵ سؤال آورده شده است.

عدد ۳۰۰ بین مجذور دو عدد اول ۱۷ و ۱۹ قرار دارد.

$۱۷^۲ < ۳۰۰ < ۱۹^۲$

پس با تقسیم عدد ۳۰۰ بر اعداد اول کوچک‌تر از ۱۹ می‌توان فهمید که این عدد اول است یا مرکب.

اعداد اول کوچک‌تر از ۱۹ : ۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۱۱ , ۱۳ , ۱۷

تعیین عددهای اول

نکته: در روش الگوریتم غربال، مضرب‌های خط نخوردهٔ عدد اول a از a^2 شروع می‌شوند. بـرای مثـال: مضـرب‌هـای خـط نخـوردهٔ عـدد ۵ از $۲۵ = ۵^۲$ شروع می‌شوند؛ زیرا اعداد ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ توسط عددهای اول کوچک از ۵ (یعنی ۳ و ۲) خط خورده‌اند.

نکته در روش الگوریتم غربال می‌توانیم از بزرگ‌ترین عدد موجود جذر بگیریم تا عددی مانند A ظاهر شود و کار خط زدن‌ها را تا اعداد اول کوچک‌تر و یا مساوی با A ادامه دهیم.

مثال: برای تعیین اعداد اول ۹۰ تا ۱۵۰ عمل خط زدن‌ها را تا کدام عدد باید ادامه دهیم؟

جواب: ابتدا جذر تقریبی ۱۵۰ را حساب می‌کنیم: $\sqrt{۱۵۰} \simeq ۱۲$

بنابراین مضرب‌های اعداد اول کوچک‌تر از ۱۲ به‌جز خود این اعداد باید خط بخورند و کار خط زدن‌ها تا عدد اول ۱۱ ادامه می‌یابد.

اعداد اول کوچک‌تر از ۱۲ = {۲,۳,۵,۷,۱۱}

تعیین اول و یا مرکب بودن یک عدد به روش بخش‌پذیری:

در این روش ابتدا جذر آن عدد را حساب کرده و آن عدد را بر اعداد اول کوچک‌تر و یا مساوی با مقدار جواب تقسیم می‌کنیم. (بخش‌پذیری را بررسی می‌کنیم.) اگر بر هیچ‌کدام بخش‌پذیر نبود، عددی اول و در غیر این‌صورت، عددی مرکب است.

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ کتاب درسی- عددهای اول)

۱ ۲ ۳✓ ۴