



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱، گزاره ها و ترکیب گزاره‌ها

۴۱- گزاره «تمام اعداد اول، فرد هستند» هم‌ارز با کدام گزاره زیر است؟

(۱) $x = \frac{1}{3}$ جواب معادله $3x + 1 = 0$ است.

(۲) مستطیلی وجود دارد که مربع نباشد.

(۳) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.

(۴) اگر a عددی زوج باشد، a^2 نیز زوج است.

۴۲- در ترکیب عطفی ۵ گزاره، تعداد حالت‌های نادرست کدام است؟

۳۱ (۴)

۱۵ (۳)

۱۶ (۲)

۳۲ (۱)

۴۳- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(ب) $(p \wedge \sim q) \vee r$

(الف) $(p \vee q) \wedge r$

(ت) $\sim(p \wedge q) \vee \sim r$

(پ) $(\sim p \vee \sim q) \vee \sim r$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۴- در جدول زیر، ارزش گزاره‌های خواسته شده کدام‌اند؟

$p \Rightarrow q$	$r \Leftrightarrow \sim p$	$\sim r \vee \sim q$	$(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$	$\sim(p \vee \sim r)$
F	T	□	○	△

△, ○, □ (۴)

△, ○, □ (۳)

△, ○, □ (۲)

△, ○, □ (۱)

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱، استدلال ریاضی

۴۵- در اثبات گزاره زیر، خطا در کدام گام استدلال زیر، باعث شده تا استدلال غلطی به دست آید؟

$$\text{اگر } x < 0 \text{ باشد، آنگاه } x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

گام اول : $(x-1)^2 \geq 0$

گام دوم : $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

گام سوم : $x^2 + 1 \geq 2x$

گام چهارم : $x + \frac{1}{x} \geq 2$

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

ریاضی و آمار ۲ - سطح ۱ ، توابع ثابت ، چند ضابطه ای و همانی

۴۶- در یک تابع ثابت که به صورت زوج مرتبی نشان داده شده است، انحراف معیار مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تابع کدام است؟

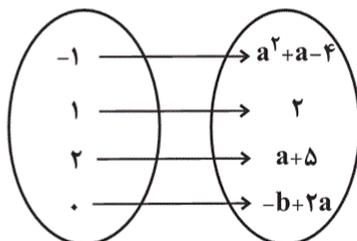
(۴) قابل محاسبه نیست.

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۱) صفر

۴۷- اگر تابع زیر، تابع ثابت باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۱۱

(۳) ۸

(۴) -۶

۴۸- مساحت ناحیه محدود بین نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -3x-5, & x < -1 \\ -2, & -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{3}{2}x-5, & 2 < x \end{cases}$ و خط $y=1$ کدام است؟

۱۴/۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳/۵ (۲)

۱۳ (۱)

۴۹- اگر f تابع همانی با دامنه \mathbb{R} و g تابع ثابت با دامنه \mathbb{R} و برد $\{-1\}$ و h تابع چند ضابطه‌ای $h(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 1 \\ 2, & x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{h(\sqrt{3}-1)+g(\pi)}{f(2) \times h(1)}$ کدام است؟

-۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

۵۰- اگر تابع $f(x) = \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1}$ یک تابع همانی باشد، $a+b-c$ کدام است؟

۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۴۱- گزینه «۱»

(شبه‌سازی شده از سؤال ۱۷ صفحه ۱۱ کتاب آبی)

علت انتخاب: دلیل انتخاب این سؤال، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم هم‌ارزی گزاره‌هاست. دانش‌آموزان باید ارزش هر یک از گزاره‌ها را به درستی تشخیص دهند.

عدد ۲ زوج و اول است، لذا تمام اعداد اول فرد نیستند. یعنی ارزش گزاره داده شده نادرست است. از بین گزینه‌های داده شده تنها ارزش گزاره گزینه «۱» نادرست است، زیرا جواب معادله $3x + 1 = 0$ برابر با $x = -\frac{1}{3}$ است. پس گزاره صورت سؤال با گزاره گزینه «۱» هم‌ارز هستند.

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۴۲- گزینه «۴»

(شبه‌سازی شده از سؤال ۲۷ صفحه ۱۵ کتاب آبی)

علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با تعداد حالت‌های ممکن در ترکیب عطفی گزاره‌ها است.

در ترکیب عطفی ۵ گزاره کلاً 2^5 حالت وجود دارد و فقط در یک حالت، یعنی وقتی تمام گزاره‌ها درست باشند، ارزش ترکیب عطفی آنها درست خواهد بود. پس تعداد حالت‌های نادرست برای ترکیب عطفی ۵ گزاره برابر است با:

$$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$$

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

علت انتساب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ترکیب عطفی، فصلی

و نقیض گزاره‌ها است.

از جدول ارزش‌گذاری گزاره‌ها استفاده می‌کنیم:

r	p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge r$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	F	T	F	T	(T)	T
F	T	F	F	T	T	T	(F)	T

$(p \wedge \sim q) \vee r$	$(\sim p \vee \sim q)$	$(\sim p \vee \sim q) \vee \sim r$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \wedge q) \vee \sim r$
(T)	T	(T)	F	T	(T)
(T)	T	(T)	F	T	(T)

پس ارزش سه تا از گزاره‌های داده شده همواره درست هستند.

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ترکیب گزاره‌ها و

نقیض یک گزاره انتخاب شده است.

از آنجا که ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست است، نتیجه می‌گیریم که ارزش p درست و ارزش q نادرست است. همچنین چون ارزش $r \Leftrightarrow \sim p$ درست است، پس r هم‌ارز با $\sim p$ یعنی نادرست است. در نتیجه:

$$p \equiv T, q \equiv F, r \equiv F$$

$$\sim r \vee \sim q \equiv T \vee T \equiv \boxed{T}$$

$$(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \equiv \underbrace{(F \Rightarrow F)}_T \Leftrightarrow T \equiv \boxed{T}$$

$$\sim (p \vee \sim r) \equiv \sim (T \vee T) \equiv \sim T \equiv \boxed{F}$$

(گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با استدلال ریاضی

انتخاب شده است.

گام‌های اول، دوم و سوم درست انجام شده‌اند ولی در گام چهارم خطا وجود دارد.

وقتی طرفین نابرابری $x^2 + 1 \geq 2x$ را بر عدد x که منفی است، تقسیم می‌کنیم،

باید جهت نامساوی عوض شود. لذا $x + \frac{1}{x} \geq 2$ برای x های منفی برقرار نیست.

(استدلال ریاضی، صفحه ۱۲ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

علت انتساب: دلیل انتخاب این سؤال آشنایی با نمایش زوج مرتبی تابع

ثابت و یادآوری مبحث انحراف معیار است.

در تابع ثابت مؤلفه‌های دوم تمام زوج مرتب‌ها با هم برابر هستند و می‌دانیم برای تعدادی داده که همگی با هم برابر باشند، واریانس و انحراف معیار برابر صفر است.

(توابع ثابت، هند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتساب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با نمایش پیکانی تابع

ثابت و یادآوری حل معادله درجه دوم است.

در نمایش پیکانی تابع ثابت، در مجموعه دوم فلش‌ها فقط به یک عدد وارد می‌شوند. در نتیجه:

$$a + 5 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$a^2 + a - 4 = 2 \Rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = 2 \end{cases} \text{ غ ق}$$

$$-b + 2a = 2 \xrightarrow{a = -3} -b - 6 = 2 \Rightarrow -b = 8 \Rightarrow b = -8$$

$$\Rightarrow a - b = -3 + 8 = 5$$

(توابع ثابت، هند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

۴

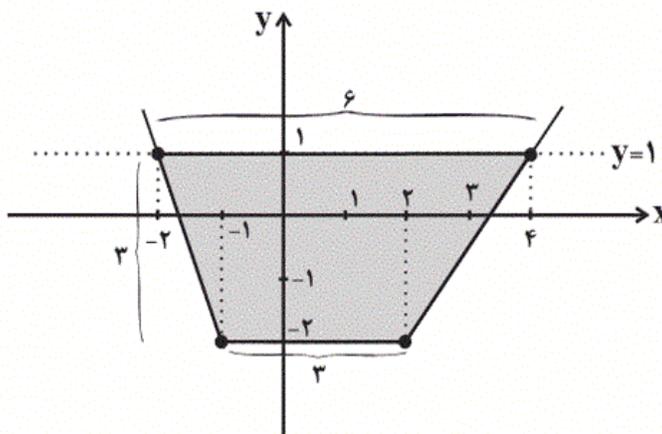
۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با نمودار تابع چند ضابطه‌ای انتخاب شده است. دانش‌آموزان باید نمودار خطوط داده شده را به درستی رسم کنند.

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



$$y = -3x - 5, \quad x < -1 \quad \begin{array}{c|c|c} x & -1 & -2 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 5, \quad 2 < x \quad \begin{array}{c|c|c} x & 2 & 4 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

مساحت ناحیه رنگی، مورد نظر سؤال است:

$$S = \frac{(3+6) \times 3}{2} = 13.5$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

علت انتساب: این سؤال برای آشنایی با مبحث مقداردهی توابع چند

ضابطه‌ای، ثابت و همانی انتخاب شده است.

چون f تابع همانی است، پس $f(x) = x$ و در نتیجه $f(2) = 2$ است. از طرفی g تابع ثابت با برد $\{-1\}$ است، پس $g(x) = -1$ و در نتیجه $g(\pi) = -1$ است. همچنین چون $1 < \sqrt{3} - 1 < 2$ است، پس از ضابطه پایینی h داریم: $h(\sqrt{3} - 1) = 2$ و چون $1 \geq 1$ است، پس از ضابطه بالایی h داریم:

$$h(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{h(\sqrt{3}-1) + g(\pi)}{f(2) \times h(1)} = \frac{2 + (-1)}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ تا ۳۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(شبه‌سازی شده از سؤال ۲۷۹ صفحه ۵۵ کتاب آبی)

علت انتساب: این سؤال برای آشنایی دانش‌آموزان با ضابطه تابع همانی

انتخاب شده است.

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است، پس:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1} \\ f(x) = x \end{cases} \Rightarrow \frac{x+b+1}{ax^2+cx+1} = x \Rightarrow x+b+1 = ax^3+cx^2+x \quad (1)$$

چون تساوی (۱) به‌ازای هر x برقرار است، پس باید ضرایب عبارت‌های هم‌توان x در طرفین تساوی یکسان باشد، یعنی:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b+1 = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a+b-c = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

(توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱