



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

### ریاضی ۱ - سطح ۱، معادله ها و نامعادله ها

۴۸- یک جعبه مقوایی در بسته، به حجم  $160$  سانتی‌متر مکعب می‌سازیم. اگر ابعاد جعبه  $4$ ،  $x$  و  $x - 3$  سانتی‌متر باشد، مقدار مقوای به کار رفته چند سانتی‌متر مربع است؟

- ۱۴۴ (۱)      ۱۸۴ (۲)      ۹۲ (۳)      ۷۲ (۴)

۴۹- در حل معادله  $x^2 - 10x + 23 = 0$  به روش مربع کامل از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

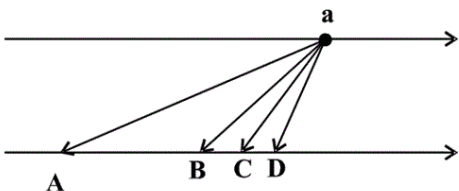
- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۵۰- اگر معادله  $x^2 + 6x - 2m = 0$  ریشه حقیقی نداشته باشد،  $m$  کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

- ۹ (۱)      -۴/۸ (۲)      -۶ (۳)      -۴/۵ (۴)

### ریاضی ۱ - سطح ۱، توان های گویا و عبارت های جبری

۴۳- در شکل زیر، عدد  $a$  به ریشه‌های دوم و سوم و هفتم خود، در محور پایین، وصل شده است. کدام گزینه، نادرست است؟



(۱) رابطه  $a^3 > a$  همواره برقرار است.

(۲)  $D < \sqrt[3]{a} < a$

(۳) مقدار  $A$  منفی است.

(۴)  $B = \sqrt[3]{a}$

۴۴- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) هر عدد مثبت، دو ریشه قرینه دارد.

ب) عبارت  $(\sqrt[6]{(-2)^3})^2$  یک عبارت تعریف نشده است.

پ) تساوی  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  برای  $a$  و  $b$  مثبت، همواره برقرار است.

ت) عدد  $-2$  یکی از ریشه‌های چهارم عدد  $16$  است.

- ۳ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      صفر (۴)

۴۵- اگر  $2 < x < 3$  باشد، حاصل  $\sqrt[5]{(x-2)^5} + \sqrt{(1-x)^2} + \sqrt[4]{(\sqrt{x}-1)^4} + \sqrt[3]{(4-\sqrt{x})^3}$  کدام است؟

- صفر (۱)      ۴ (۲)       $6 - 2\sqrt{x}$  (۳)       $2\sqrt{x} + 1$  (۴)

۴۶- ساده شده عبارت  $A = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1} - \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5}}{4}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{-\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5}}{4}$  (۳)  $\frac{-\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}}{4}$

۴۷- اگر  $3^x = \sqrt[3]{5}$  و  $5^y = \sqrt[3]{3}$  باشد،  $\frac{1}{xy}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{12}$  (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴)  $\frac{1}{15}$

ریاضی ۱ - سطح ۱ ، مثلثات

۴۲- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه  $\alpha$  در دایره مثلثاتی نقطه  $P(-\frac{1}{2}, y)$  باشد، حاصل  $A = \frac{\sqrt{3} \tan \alpha - \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha - \frac{\sqrt{3}}{3} \cot \alpha}$  کدام است؟ ( $y > 0$ )

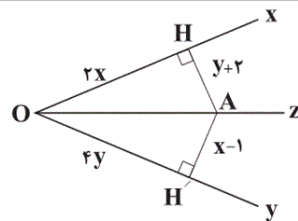
(۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\frac{2}{4}$  (۳)  $-1/2$  (۴)  $\sqrt{3}$

ریاضی ۱ - سطح ۱ ، مجموعه، الگو و دنباله -

۴۱- اگر  $A = [1, +\infty)$ ،  $B = (-\infty, 2]$  و  $C = (-1, 3)$ ، آنگاه  $C - (B \cup A')$  کدام است؟

(۱)  $[3, +\infty)$  (۲)  $(2, 3)$  (۳)  $[2, 3)$  (۴)  $(3, +\infty)$

هندسه ۱ - سطح ۱ ، ترسیم هندسی و استدلال -



۵۱- در شکل زیر اگر Oz نیمساز زاویه xOy باشد، طول OA کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۵۲- دو دایره به مراکز A و B یکدیگر را در نقاط C و D قطع کرده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟

(۱) AB عمودمنصف CD است. (۲) CD عمودمنصف AB است. (۳)  $AB = CD$  (۴)  $\widehat{CAD} = \widehat{CBD}$

۵۳- نقیض چه تعداد از گزاره‌های زیر درست نوشته شده است؟

- الف) گزاره: «a از b بزرگ‌تر است.» - نقیض گزاره: «b از a بزرگ‌تر است.»  
 ب) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.» - نقیض گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث کم‌تر از  $180^\circ$  است.»  
 پ) گزاره: «هر عدد گویا، عددی حقیقی است.» - نقیض گزاره: «هر عدد گویا، عددی حقیقی نیست.»

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۴- طول دو قطر یک چهارضلعی به ترتیب ۱۲ و ۸ است. محیط این چهارضلعی کدام می‌تواند باشد؟

۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

## هندسه ۱ - سطح ۱، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن

۵۵- طول‌های اضلاع مثلثی ۳، ۵ و ۷ و طول کوتاه‌ترین ارتفاع این مثلث  $\frac{15\sqrt{3}}{14}$  است. مجموع طول دو ارتفاع دیگر این مثلث کدام است؟

$6\sqrt{3}$  (۴)

$5\sqrt{3}$  (۳)

$4\sqrt{3}$  (۲)

$3\sqrt{3}$  (۱)

۵۶- اگر  $2x$  واسطه هندسی  $2x-2$  و  $2x+3$  باشد، واسطه هندسی  $x$  و  $x+3$  کدام می‌تواند باشد؟

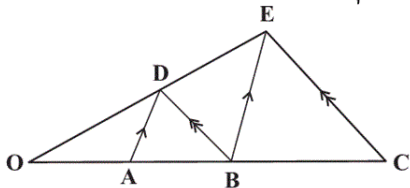
$2\sqrt{7}$  (۴)

$3\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{10}$  (۲)

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۱)

۵۷- در شکل زیر  $AD \parallel BE$  و  $BD \parallel CE$  است. اگر  $OA = 4$  و  $AB = 6$  باشد، طول پاره‌خط  $BC$  کدام است؟



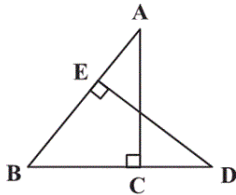
۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۵۸- در شکل زیر اگر  $BE = 4/5$ ،  $AE = 7/5$  و  $BC = 6$  باشد، طول  $CD$  کدام است؟



۲ (۱)

$2/25$  (۲)

$2/5$  (۳)

۳ (۴)

۵۹- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر  $BH = 9$  و  $AC = 2\sqrt{13}$  باشد، طول ارتفاع  $AH$  کدام است؟

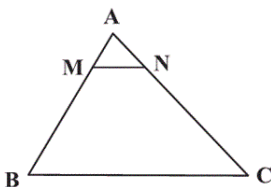
۸ (۴)

$7/5$  (۳)

۶ (۲)

$4/5$  (۱)

۶۰- در شکل زیر، مساحت دوزنقه  $MNCB$ ، ۲۴ برابر مساحت مثلث  $AMN$  است. در این صورت طول پاره‌خط  $MB$  چند برابر طول پاره‌خط  $AM$  است؟



$2/5$  (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۴۸- گزینه «۲»

(صفحه ۴۱ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۲۳۲)

علت انتخاب سؤال: کاربرد حل معادله درجه دوم در این مسئله مطرح می‌شود. جزو سؤالات پرتکرار امتحانی است در کنکور ریاضی داخل کشور سال ۹۹ نیز مشابه این سؤال مطرح شد که باید برای حل مسئله معادله درجه دوم حل شود. ابتدا مقدار  $x$  را به دست می‌آوریم:

$$حجم\ جعبه = 4x(x-3) = 160 \Rightarrow x^2 - 3x = 40$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 40 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 160 = 169 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+13}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{3-13}{2} = -5 \end{cases}$$

فقط مقدار  $x_1 = 8$  سانتی‌متر قابل قبول است. مقدار مقوای به کار رفته برابر با مساحت کل جعبه است:

$$سانتی‌متر مربع = 2(4 \times 8 + 4 \times 5 + 8 \times 5) = 184$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۴۹- گزینه «۱»

(صفحه ۴۱ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۲۲۴ قسمت پ)

علت انتخاب سؤال: حل معادله درجه ۲ به روش مربع کامل که در سؤالات امتحانی مدارس مطرح می‌شود، به طوری که ۲۹ بار در امتحانات تکرار شده است.

$$x^2 - 10x + 23 = x^2 - 10x + 25 - 25 + 23 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x-5)^2 = 2$$

برای به دست آوردن مقدار  $x$  از عدد ۲ جذر می‌گیریم.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۰- گزینه «۴»

(صفحه ۴۱ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۲۳۰)

علت انتخاب سؤال: این سؤال ارتباط بین  $\Delta$  با تعداد ریشه‌های حقیقی معادله درجه دوم را بیان می‌کند.

معادله درجه دوم، در صورتی ریشه حقیقی ندارد که  $\Delta < 0$  باشد. بنابراین:

$$6^2 - 4 \times (-2m) < 0 \Rightarrow 36 + 8m < 0 \Rightarrow 8m < -36$$

$$\Rightarrow m < -4/5$$

بنابراین به ازای  $m \in (-\infty, -4/5)$ ، معادله ریشه حقیقی ندارد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۴۳- گزینه «۲»

(صفحه ۳۰ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۱۶۴)

علت انتخاب سؤال: این سؤال با توجه به شکل‌های سؤال ۵ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ کتاب درسی طراحی شده است. در این سؤال تشخیص این که  $0 < a < 1$  یا  $a > 1$  است مهم می‌باشد. از طرفی باید به این نکته توجه شود که اعداد منفی ریشه زوج ندارند.

با توجه به این که عدد  $a$  به سه تا از ریشه‌هایش وصل شده و در محور، ۴ نقطه مشخص شده، می‌توان نتیجه گرفت که عدد  $a$  مثبت است و  $A$  ریشه دوم منفی می‌باشد. از طرفی تمام ریشه‌های عدد  $a$ ، از خود عدد کوچک‌تر هستند بنابراین  $a > 1$  است.

برای اعداد بزرگ‌تر از یک،  $a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots$  است. بنابراین:

$$A = -\sqrt{a}, B = \sqrt[3]{a}, C = \sqrt[4]{a}, D = \sqrt{a}$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۲» نادرست و  $a > D > \sqrt[3]{a}$  است.

(توان‌های گویا و عبارات‌های پیروی، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۴۴ - گزینه «۱»

(صفحه ۳۱ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال‌های ۱۶۸ و ۱۶۹)

علت انتخاب سؤال: جزو سؤالات پرتکرار امتحانی است به طوری که ۳۰ بار در سؤالات امتحانی مطرح شده است.

الف) هر عدد مثبت، دو ریشه زوج دارد که قرینه یکدیگرند، پس این جمله در حالت کلی نادرست است.

ب) عبارت داده شده را می‌توان به صورت  $(\sqrt[4]{-8})^2$  نوشت که یک عبارت تعریف نشده است.

پ) تساوی  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ، اگر  $a$  و  $b$  مثبت باشند همواره برقرار است.

ت) عدد ۱۶ دو ریشه چهارم دارد که ۲- و ۲ هستند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

۴۵ - گزینه «۲»

(صفحه ۳۲ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۱۷۰)

علت انتخاب سؤال: با توجه به بازه‌ای که  $x$  در آن قرار گرفته، برای رادیکال‌هایی با ریشه زوج باید دقت کنیم که حاصل مثبت باشد، به همین دلیل از قدر مطلق استفاده می‌کنیم. باید به این نکته توجه شود که اعداد منفی می‌توانند ریشه فرد داشته باشند و نیازی به استفاده از قدر مطلق، در ریشه‌گیری با فرجه فرد از اعداد منفی نیست. مشابه این سؤال در سوال ۳۷۱ صفحه ۷۸ کتاب آبی مطرح شده است.

$$\begin{aligned} & -\sqrt[5]{(x-2)^5} + \sqrt{(1-x)^2} + \sqrt[4]{(\sqrt{x}-1)^4} + \sqrt[3]{(4-\sqrt{x})^3} \\ & = -(x-2) + |1-x| + |\sqrt{x}-1| + (4-\sqrt{x}) \\ & = -x+2 - (1-x) + (\sqrt{x}-1) + 4 - \sqrt{x} \\ & = -x+2-1+x+3 = 4 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

۴۶- گزینه «۴»

(صفحه ۳۷ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۲۰۵ قسمت ث)

علت انتخاب سؤال: گویا کردن مخرج کسرها با استفاده از اتحادهای جبری از اهداف کتاب درسی است.

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{5} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{5} - 1}{\sqrt[3]{5} - 1} = \frac{\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{5} - 1)}{5 - 1} = \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5}}{4}$$

$$A = \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5}}{4} - \frac{\sqrt[3]{25} - \sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}}{4}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۴۷- گزینه «۳»

(صفحه ۳۸ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۲۱۰)

علت انتخاب سؤال: هدف این سؤال بیان رابطه بین توان‌های گویا و اعمال جبری روی آنها است.

$$3^x = \sqrt[3]{5} \xrightarrow[\text{۳ می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به توان}} 3^{3x} = 5 \quad (1)$$

$$5^y = \sqrt[4]{3} \xrightarrow[\text{۴ می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به توان}} 5^{4y} = 3 \quad (2)$$

رابطه (۱) را در (۲) جایگذاری می‌کنیم:

$$5^{4y} = (3^{3x})^{4y} = 3 \Rightarrow 3^{12xy} = 3$$

$$\Rightarrow 12xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{xy} = 12$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

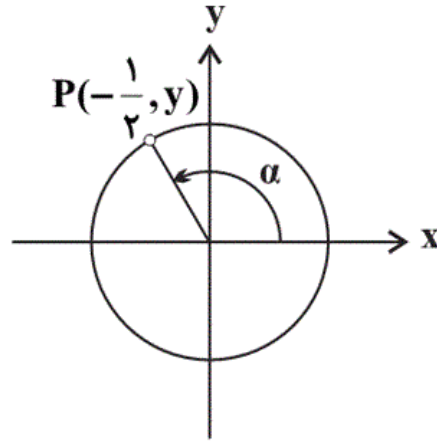
۳

۲

۱



علت انتخاب سؤال: با توجه به دایره مثلثاتی، باید مقدار  $\sin \alpha = y$  به دست آید. رابطه  $\sin \alpha$ ،  $\cot \alpha$ ،  $\tan \alpha$  و  $\cos \alpha$  در این سؤال مورد استفاده قرار می‌گیرد. سؤال مشابه مثال صفحه ۳۹ کتاب درسی است.



$$y^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{y > 0} y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین با توجه به دایره مثلثاتی  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  و  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  است.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\sqrt{3} \cdot \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{3} \tan \alpha - \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha - \frac{\sqrt{3}}{3} \cot \alpha} = \frac{\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

$$= \frac{-3 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{25}{12}} = -\frac{1}{2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

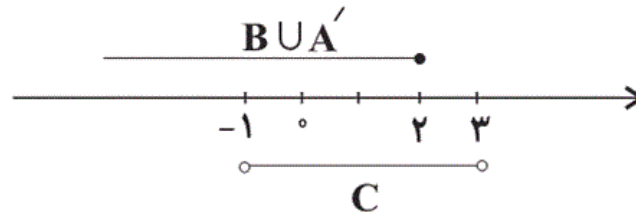
۴۱- گزینه «۲»

(صفحه ۸ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۶)

علت انتخاب سؤال: اعمال روی بازه‌ها جزو مطالب مهم کتاب درسی است. در امتحانات مدارس جزو سؤالات پرتکرار است. با استفاده از رسم بازه‌ها روی محور، خواسته مسئله را می‌توان یافت.

$$B \cup A' = (-\infty, 2] \cup (-\infty, 1) = (-\infty, 2]$$

$$C - (B \cup A') = (-1, 3) - (-\infty, 2] = (2, 3)$$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

۵۱- گزینه «۳»

(صفحه ۱۰ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۱۴)

علت انتخاب سؤال: شناخت ویژگی‌های نیمساز یک زاویه و ترکیب مسئله با قضیه فیثاغورس

در دو مثلث  $\triangle OAH$  و  $\triangle OAH'$  داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \\ \widehat{AOH} = \widehat{AOH}' \\ OA = OA \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \triangle OAH \cong \triangle OAH'$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OH = OH' \\ AH = AH' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 4y \Rightarrow x = 2y \\ y + 2 = x - 1 \Rightarrow y + 2 = 2y - 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

$$\triangle OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow OA = 13$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

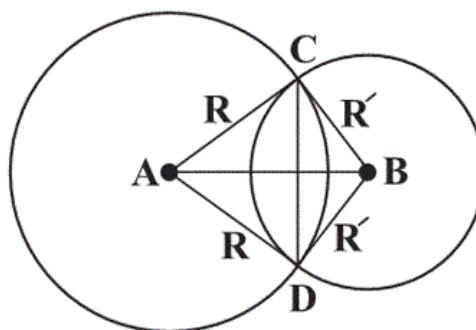
۴

۳ ✓

۲

۱

علت انتخاب سؤال: شناخت ویژگی‌های عمودمنصف یک پاره خط



مطابق شکل دو دایره به مراکز A و B، یکدیگر را در دو نقطه C و D قطع کرده‌اند.  
در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} AC = AD = R &\Rightarrow \text{روی عمودمنصف } CD \text{ است } A \\ BC = BD = R' &\Rightarrow \text{روی عمودمنصف } CD \text{ است } B \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{AB عمودمنصف } CD \text{ است}$$

تذکر: گزینه‌های «۲» و «۴» در صورتی درست هستند که شعاع دو دایره برابر باشد.  
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب سؤال: شناخت مفهوم نقیض یک گزاره و چگونگی نوشتن نقیض گزاره  
در حالت‌های متفاوت

نقیض هر سه گزاره اشتباه نوشته شده است. صورت درست نقیض گزاره‌ها عبارتند  
از:

الف) «a کوچک‌تر از b یا مساوی آن است.» یا «b بزرگ‌تر از a یا مساوی آن است.»

ب) «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن  $180^\circ$  نیست.»

پ) «عدد گویایی وجود دارد که عدد حقیقی نیست.»

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۳ کتاب درسی)

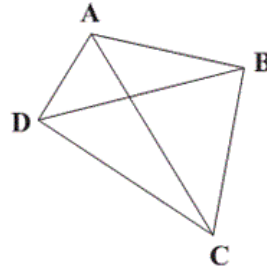
۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب سؤال: شناخت نامساوی مثلثی و کاربرد آن در حل مسئله  
فرض کنید در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $AC = ۱۲$  و  $BD = ۸$  باشد. در این صورت طبق نامساوی مثلثی داریم:



$$\triangle ABC : AB + BC > AC \quad (۱)$$

$$\triangle ADC : CD + DA > AC \quad (۲)$$

$$\triangle ABD : DA + AB > BD \quad (۳)$$

$$\triangle CBD : BC + CD > BD \quad (۴)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow AB + BC + CD + DA > ۲AC$$

$$(۳), (۴) \Rightarrow AB + BC + CD + DA > ۲BD$$

یعنی محیط مثلث از دو برابر اندازه هر یک از قطرهای آن بزرگتر است، پس در بین گزینه‌ها، تنها مقدار ۲۸ برای محیط این چهارضلعی قابل قبول است.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۵۵- گزینه «۲»

(صفحه ۲۴ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۱۰۹)

علت انتخاب سؤال: شناخت رابطه بین طول اضلاع و طول ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها در هر مثلث

با توجه به اینکه مساحت هر مثلث برابر نصف حاصل ضرب طول یک ضلع در طول ارتفاع وارد بر آن ضلع است، پس حاصل ضرب طول هر ضلع در طول ارتفاع وارد بر آن در یک مثلث، مقدار ثابتی است. از طرفی کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع است، بنابراین اگر  $a=7$ ،  $b=5$  و  $c=3$  فرض شود، آن‌گاه

$$h_a = \frac{15\sqrt{3}}{14} \text{ است و داریم:}$$

$$a \times h_a = b \times h_b = c \times h_c \Rightarrow \begin{cases} 5h_b = 7 \times \frac{15\sqrt{3}}{14} \Rightarrow h_b = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ 3h_c = 7 \times \frac{15\sqrt{3}}{14} \Rightarrow h_c = \frac{5\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$h_b + h_c = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

(تقنیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

۵۶- گزینه «۳»

(صفحه ۲۶ کتاب پرتکرار، مشابه سؤال ۱۲۳)

علت انتخاب سؤال: درک مفهوم واسطه هندسی دو عدد و روش محاسبه آن

طبق تعریف واسطه هندسی دو عدد داریم:

$$(2x)^2 = (2x-2)(2x+3) \Rightarrow 4x^2 = 4x^2 + 6x - 4x - 6 \\ \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

اگر  $y$  واسطه هندسی دو عدد  $x$  و  $x+3$  باشد، داریم:

$$y^2 = x(x+3) = 3 \times 6 \xrightarrow{y>0} y = 3\sqrt{2}$$

(تقنیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

علت انتخاب سؤال: دو بار استفاده از قضیه تالس در یک سؤال

$$\Delta OBE : AD \parallel BE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OA}{AB} = \frac{OD}{DE} \quad (1)$$

$$\Delta OCE : BD \parallel CE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OB}{BC} = \frac{OD}{DE} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{4+6}{BC} \Rightarrow BC = \frac{6 \times 10}{4} = 15$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

علت انتخاب سؤال: نوشتن نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث متشابه

در دو مثلث ABC و DBE داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{ACB} = \hat{DEB} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta ABC \sim \Delta DBE$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{BE} = \frac{AB}{BD}$$

$$\xrightarrow{CD=x} \frac{6}{4/5} = \frac{7/5 + 4/5}{6+x} \Rightarrow 6(6+x) = 4/5 \times 12$$

$$\Rightarrow 6+x=9 \Rightarrow x=3$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

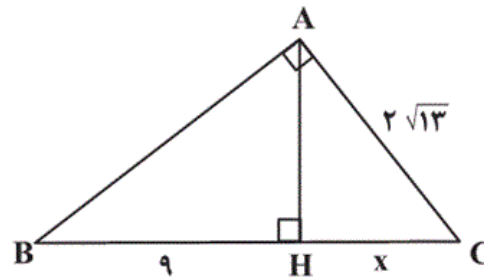
۲

۱

علت انتخاب سؤال: کاربرد روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه و تکرار زیاد این مدل

سؤال در امتحانات مدارس

فرض کنید  $CH = x$  باشد.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow (2\sqrt{13})^2 = x(x+9)$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$\Rightarrow (x+13)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -13 & \text{غ ق} \\ x = 4 \end{cases}$$

ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی بین دو قطعه‌ای است که بر روی وتر ایجاد

می‌کند، بنابراین داریم:

$$AH^2 = BH \times CH = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

علت انتخاب سؤال: درک ارتباط نسبت مساحت‌ها در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه دو مثلث

چهارضلعی  $MNCB$  دوزنقه است، پس  $MN \parallel BC$  و در نتیجه طبق قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{AMN} + S_{MNCB}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{25S_{AMN}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow MB = 4AM$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱