۳۱- قرینهٔ عدد (۴−) نسبت به عدد (۳+) کدام است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۱۰
۴) ۸

۳۲- مجموع دو عدد اول ۴۳ شده است. اختلاف آن‌ها کدام است؟

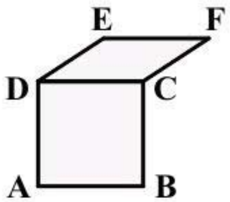
۱) ۴۱
۲) ۴۵
۳) ۳۷
۴) ۳۹

۳۳- کدام‌یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد؟

۱) متوازی‌الاضلاع
۲) ذوزنقه متساوی‌الساقین
۳) مثلث متساوی‌الاضلاع
۴) شش‌ضلعی منتظم

۳۴- در شکل زیر چهارضلعی ABCD مربع و CDEF متوازی‌الاضلاع است. اگر $E\hat{D}A = ۱۴۰^\circ$

باشد، زاویهٔ DEF چند درجه است؟



۱) ۱۲۰°

۲) ۱۳۰°

۳) ۱۴۰°

۴) ۱۱۰°

۳۵- ساده شدهٔ عبارت جبری زیر همواره کدام است؟

$$۴a^۲ - a(۳ + ۴a) + ۴a = ?$$

۱) a

۲) صفر

۳) $۸a^۲ + a$

۴) $۸a^۲$

۳۶- ساده شدهٔ عبارت جبری زیر همواره کدام است؟

$$\frac{۴a^۳b^۲ - ۳b^۲a^۲}{۴a - ۳} = ?$$

۱) $ab^۲$

۲) $a^۲b^۲$

۳) $ba^۲$

۴) ab

۳۷- مقدار x از معادلهٔ زیر کدام است؟

$$\frac{۳}{۲x+۱}=\frac{۲}{x+۵}$$

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۱۳

۴) ۵

۳۸- اگر نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$ را با بردار $۳\vec{b}$ به نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۹ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ انتقال دهیم. $\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$

۳۹- اگر نقطهٔ $A=\begin{bmatrix} ۲ \\ y+۱ \end{bmatrix}$ روی محـور طـول‌هـا و نقطـهٔ $B=\begin{bmatrix} x-۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ روی محـور عـرض‌هـا باشـد، بردار $\overrightarrow{BA}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$

۴۰-اگر دو بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}2x+1\\ y-4\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}-3x\\ y\end{bmatrix}$ هم‌اندازه و موازی و خلاف جهت هم باشند، $2\vec{a}-3\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}-10\\ 15\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}10\\ 15\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}-15\\ 10\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}15\\ -10\end{bmatrix}$

- ۱۰ سوال

۸۱- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2\times 4}+\frac{1}{4\times 6}+\frac{1}{6\times 8}+\cdots+\frac{1}{20\times 22}=?$$

۱) $\frac{5}{11}$

۲) $\frac{5}{22}$

۳) $\frac{10}{11}$

۴) $\frac{6}{11}$

۸۲- در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول ۱ تا n، برای حذف کردن اعداد مرکب علاوه بر اعـداد اول یک رقمی و دو رقمی، تنها از یک عدد اول سه‌رقمی نیز استفاده شده است. حداقل مقدار n کدام است؟

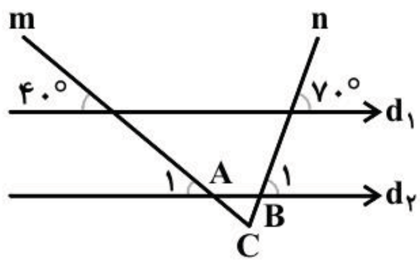
۱) ۱۰۰۰۰

۲) ۹۴۰۹

۳) ۱۰۲۰۱

۴) ۱۰۶۰۹

۸۳- در شکل زیر مثلث ABC چه نوع مثلثی است؟



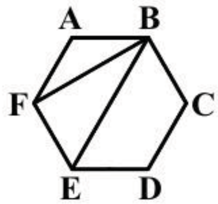
۱) مختلف‌الاضلاع

۲) متساوی‌الاضلاع

۳) قائم‌الزاویه

۴) متساوی‌الساقین

۸۴- شش‌ضلعی شکل زیر منتظم است. زاویهٔ FBE چنددرجه است؟



۱) ۴۰
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۲۵

۸۵- اگر $mnop = ۴$ باشد، حاصل $\frac{۴+op}{۱+mn}$ کدام است؟

۱) mn
۲) ۴op
۳) op
۴) ۲mn

۸۶- مقدار عددی عبارت جبری زیر به‌ازای $x = ۱۰۰۰$ و $y = ۱$ کدام است؟

$$(x+y)^۲ - (x-y)^۲$$

۱) ۳۹۹۸
۲) ۴۰۰۰
۳) ۴۰۰۲
۴) ۵۶۰۰

۸۷- طول مستطیلی برابر a و عرض آن برابر b است. اگر m واحد از طول مستطیل کم کنیم، همواره چقدر باید به عرض آن اضافه کنیم تا مساحت مستطیل تغییر نکند؟

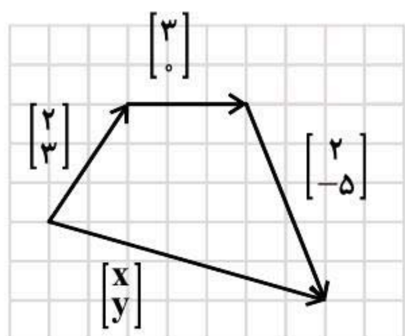
۱) $\frac{ma}{m+b}$

۲) $\frac{mb}{m+a}$

۳) $\frac{ma}{m-b}$

۴) $\frac{mb}{a-m}$

۸۸- با توجه به بردارهای زیر، $x+y$ کدام است؟



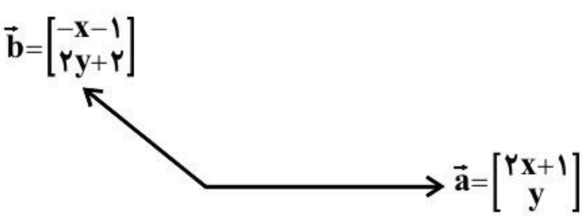
۱) ۹

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۴

۸۹- اگر بردار $\vec{c}=\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$ را به دو بردار زیر تجزیه کنیم، $x+y$ کدام است؟



۱) ۲

۲) ۱ −

۳) ۱

۴) صفر

۹۰- در رابطهٔ زیر مختصات بردار x کدام است؟

$$\vec{x} - \begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix} = ۳\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

۱) $\begin{bmatrix} ۹ \\ ۶ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۹ \end{bmatrix}$

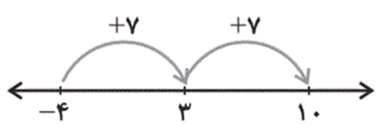
۳) $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$

-۳۱ (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال۸ فصل اول کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: با مبحث اعداد صحیح در سال ششم به‌صورت مختصر آشنا شدید و در سال هفتم محاسبات عدد صحیح و اولویت‌های محاسباتی را فرا گرفتید. در هشتم نیز به‌عنوان یادآوری با محاسبات اعداد صحیح روبه‌رو هستید که پیش نیاز مبحث بعدی یعنی محاسبات اعداد گویا است. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۴/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱/۵ نمره سؤال خواهد آمد و از این مبحث در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۲۰ سؤال آورده شده است.

برای قرینه کردن عدد (۴−) نسبت به عدد ۳ بر روی محور عددهای صحیح از عدد (۴−) به سمت عدد ۳+ حرکت می‌کنیم و از عدد ۳ به همان میزان و در همان جهت ادامه می‌دهیم تا به قرینهٔ عدد ۴− نسبت به عدد ۳ برسیم:



تعریف عددهای صحیح

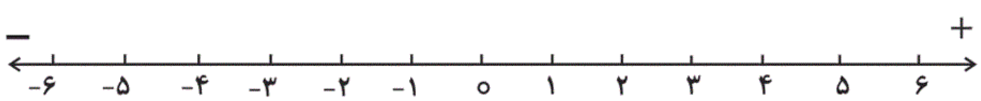
به مجموعهٔ شامل اعداد غیر اعشاری مثبت (اعداد طبیعی) و اعداد غیر اعشاری منفی (قرینهٔ اعداد طبیعی) و عدد صفر، اعداد صحیح گفته می‌شود.

به‌عبارت دیگر:

اعداد صحیح: ...,۳−,۲−,۱−,۰,۱+,۲+,۳+,...

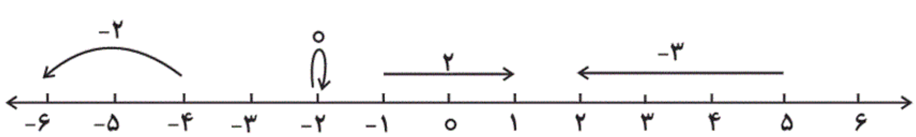
نکته اعداد صحیح هم از سمت مثبت‌ها و هم از سمت منفی‌ها نامحدود است و عدد صفر نیز عددی بدون علامت است.

نکته اعداد صحیح را می‌توان روی یک محور مانند محور زیر نمایش داد.



به‌دست آوردن اندازهٔ (طول) یک حرکت روی محور اعداد صحیح:

از ابتدای حرکت تا انتهای حرکت را می‌شماریم؛ اگر حرکت به سمت راست بود، دارای علامت مثبت و اگر حرکت به سمت چپ بود، علامت آن منفی خواهد شد.



بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی- عددهای صحیح و گویا)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۳۲- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال۳۳ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** در این فصل از کتاب درسی دانش‌آموزان با روش جدیدی برای پیدا کردن اعداد اول آشنا می‌شوند که به آن روش غربال می‌گویند. با مفهوم عددهای اول و شمارنده‌های اول و پیدا کردن ب.م.م و ک.م.م در سال هفتم به‌صورت مختصر آشنا شدید. در این فصل با مفهوم جدیدی به اسم عددهای مرکب آشنا می‌شوید. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۲/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱ نمره سؤال خواهید داشت. از این مبحث ۳۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۵۳ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

چون مجموع دو عدد اول عددی فرد شده است پس یکی از اعداد زوج و دیگری فرد است. تنها عدد اول و زوج عدد ۲ است. پس دیگر عدد اول عدد ۴۱ است.

اختلاف دو عدد اول: $۴۱ - ۲ = ۳۹$

اعداد طبیعی: به اعداد صحیح مثبت، اعداد طبیعی می‌گوییم.

مضرب‌های یک عدد: اگر عددی طبیعی را در اعداد طبیعی ضرب کنیم، مضرب‌های طبیعی آن عدد به‌دست می‌آید.

مقسوم‌علیه (شمارنده)های یک عدد: به اعداد طبیعی که عددی مانند a بر آن‌ها بخش‌پذیر است، شمارنده‌های عدد a می‌گویند. مانند:

شمارنده‌های عدد ۶: ۱ , ۲ , ۳ , ۶

تعریف (ب.م.م) دو عدد: بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک بین دو عدد را ب.م.م آن دو عدد می‌گوییم.

تعریف عدد اول: عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک را که هیچ شمارنده‌ای به‌جز یک و خودش نداشته باشد (فقط ۲ تا شمارنده داشته باشد)، عدد اول می‌گوییم.

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی- عددهای اول)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

۳۳- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال۵۹ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

◄ **علت انتخاب:** از این فصل ۴/۵ نمره در امتحان نیم‌سال اول و ۱/۵ نمره در امتحان نیم‌سال دوم سؤال خواهید داشت. در مبحث چندضلعی‌ها و تقارن شما با تفاوت مرکز تقارن و محور تقارن آشنا می‌شوید. همچنین با چندضلعی‌های منتظم، محدب و مقعر آشنا خواهید شد. از این مبحث ۱۰ سؤال در کتاب آبی و ۱۰ سؤال در کتاب پرتکرار آورده شده است.

متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد چون اگر آن را حول مرکز آن (محل برخورد قطرها) ۱۸۰ درجه دوران دهیم روی خودش منطبق می‌شود اما محور تقارن ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: ذوزنقه متساوی‌الساقین محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

گزینهٔ «۳»: مثلث متساوی‌الاضلاع ۳ محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

گزینهٔ «۴»: شش‌ضلعی منتظم ۶ محور تقارن و یک مرکز تقارن دارد.

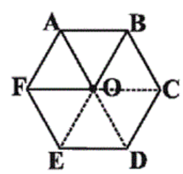
تعریف مرکز تقارن یک شکل:

اگر شکلی را حول نقطه‌ای از داخل آن 180° درجه بچرخانیم(دوران دهیم) و در نتیجهٔ این دوران شکل دوران، یافته بر شکل اولیه منطبق شود، این نقطه را «مرکز دوران» آن شکل می‌نامیم.

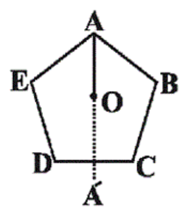
سؤال: از کجا می‌توان فهمید که یک شکل مرکز دوران دارد یا نه؟

جواب: تک تک رئوس شکل را به مرکز دوران (نقطه‌ای که به‌عنوان مرکز دوران در نظر گرفته‌ایم) وصل کرده و به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم. اگر به رأس‌های دیگر رسیدیم، این نقطه مرکز دوران است؛ در غیر این‌صورت نه.

مثال: نقطهٔ O مرکز دوران است.



نقطهٔ O مرکز دوران نیست.



بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۳۴- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال۲۸ فصل سوم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید)

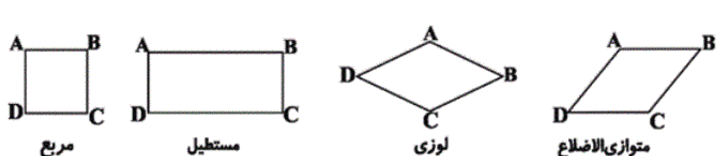
◄ **علت انتخاب:** در مبحث چهارضلعی‌ها در این فصل شما با خواص چهارضلعی‌های مختلف و تفاوت مربع، لوزی، مستطیل آشنا می‌شوید. از این مبحث ۱۰ سؤال در کتاب آبی و ۱۰ سؤال در کتاب پرتکرار آورده شده است. از این مبحث همواره یک سؤال در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد و درک خواص متوازی‌الاضلاع و تفاوت مستطیل و مربع و لوزی دقت زیادی می‌طلبد.

$$E\hat{D}A = E\hat{D}C + C\hat{D}A \Rightarrow 140^{\circ} = E\hat{D}C + 90^{\circ} \Rightarrow E\hat{D}C = 50^{\circ}$$

در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند پس داریم:

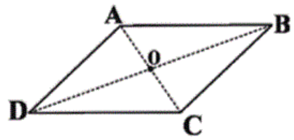
$$D\hat{E}F + E\hat{D}C = 180^{\circ} \Rightarrow D\hat{E}F = 180^{\circ} - 50^{\circ} = 130^{\circ}$$

متوازی‌الاضلاع: نوعی چهارضلعی است که در آن ضلع‌های روبه‌رو دوبه‌دو موازی یکدیگر باشند؛ مانند متوازی‌الاضلاع‌های زیر:



توجه: در تمامی شکل‌های بالا: $AD \parallel BC$ و $AB \parallel CD$

خواص متوازی‌الاضلاع:



۱) ضلع‌های روبه‌رو ۲ به ۲ موازی‌اند.
$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

۲) ضلع‌های روبه‌رو ۲ به ۲ مساوی‌اند.
$$\begin{cases} AB = CD \\ AD = BC \end{cases}$$

۳) زاویه‌های روبرو با یکدیگر برابرند.
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{cases}$$

۴) قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.
$$\begin{cases} AO = OC \\ BO = OD \end{cases}$$

۵) زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند.

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{C} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{D} + \hat{A} = ۱۸۰^\circ \end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

۱ ۲✓ ۳ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۲۰ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** مقدمهٔ این مباحث را سال هفتم فرا گرفتید. امسال یادگیری کامل این مبحث را پیش‌رو دارید و در سال نهم برای یادگیری کامل مبحث اتحادها نیاز است که این مبحث یعنی ساده‌سازی عبارات جبری را به خوبی فرا گیرید. همچنین ۵ نمره امتحان نیم‌سال اول به این فصل اختصاص دارد که توجه ویژه‌ای را می‌طلبد. همچنین از این مبحث ۱۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۱۰ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

$$۴a^۲ - a(۳ + ۴a) + ۴a = ۴a^۲ - ۳a - ۴a^۲ + ۴a = a$$

جمع و تفریق عبارت‌های جبری:

اگر دو یا چند جملهٔ جبری متشابه بودند، قسمت حرفی آن‌ها را نوشته و قسمت عددی آن‌ها را جمع و یا تفریق می‌کنیم که به این کار، ساده کردن عبارت جبری نیز می‌گویند.

مثال: عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$۵x + ۴x + x = (۵ + ۴ + ۱)x = ۱۰x$$

ضرب یک عبارت جبری در یک پرانتز:

باید آن عبارت جبری را در تمامی عبارت‌های داخل پرانتز ضرب کنیم.

مثال: ضرب زیر را انجام دهید.

$$-۴x(۳x^۲ + ۵x - ۱) = -۱۲x^۳ - ۲۰x^۲ + ۴x$$

(صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵ کتاب درسی- جبر و معادله)

بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

✓ ۱ ۲ ۳ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۲۰ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

⩤ **علت انتخاب:** مبحث تجزیه عبارت جبری و فاکتورگیری، جدیدترین مبحث و در عین حال مهم‌ترین مبحث این فصل است که در واقع معکوس عمل ضرب عبارت جبری در یک پرانتز است. دانش‌آموزان در این مبحث یاد می‌گیرند که چگونه یک عبارت جبری را به ضرب دو یا چند عبارت جبری تجزیه کنند. از این قسمت همواره یک سؤال به‌صورت مستقیم در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد لذا توجه ویژه‌ای را می‌طلبد.

$$\frac{۴a^۳b^۲ - ۳b^۲a^۲}{۴a-۳} = \frac{a^۲b^۲(۴a-۳)}{۴a-۳} = a^۲b^۲$$

تجزیهٔ عبارت‌های جبری

تجزیهٔ یک عدد: اگر بتوانیم عددی را به‌صورت حاصل ضربی از اعداد اول بنویسیم، آن را تجزیه کرده‌ایم.

مثال:

$$۴۰ = ۲\times ۲\times ۲\times ۵ = ۲^۳\times ۵$$

تجزیهٔ یک عبارت جبری: اگر بتوانیم یک عبارت جبری را به‌صورت حاصل ضربی از دو یا چند عبارت بنویسیم، می‌گوییم آن‌را تجزیه کرده‌ایم.

مثال:

$$ax + ay = a(x+y)$$

نکته ⏮ تجزیهٔ یک عبارت، عمل عکس توزیع کردن است. زیرا: $a(x+y)=ax+ay$

برای تجزیهٔ عبارتی مانند $۱۰xy + ۱۵x^۲$ باید عامل‌های مشترک بین $۱۰xy$ و $۱۵x^۲$ را پیدا کنیم و آن را در مجموع عامل‌های غیرمشترک این دو عبارت ضرب کنیم که به این نوع تجزیه کردن «فاکتورگیری» می‌گوییم.

به نظر شما بین $۱۵x^۲$, $۱۰xy$ چه عامل‌هایی مشترک هستند؟ اگر جواب شما $۵x$ باشد، شما درست جواب داده‌اید.

نکته ⏮ برای امتحان درستی جواب، کافی است عامل‌های مشترک را در عامل‌های غیرمشترک ضرب کنیم؛ اگر عبارت صورت سؤال حاصل شد، جواب ما درست است.

نکته ⏮ یکی از کاربردهای فاکتورگیری، ساده کردن کسرها (با حذف عامل‌های مشترک از صورت و مخرج کسر) است.

سؤال: کسر زیر را ساده کنید.

$$\frac{ay+a}{y^۲+y} = \frac{a(y+۱)}{y(y+۱)} = \frac{a}{y}$$

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱   ۲✓   ۳   ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۵ فصل چهارم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** با حل معادله در سال هفتم به‌صورت مختصر آشنا شدید، در این مبحث حل معادلات کسری و روش طرفین وسطین را فرا می‌گیرید. در امتحانات همواره یک سؤال مستقیم از حل معادله یا حل یک مسئله با استفاده از معادله خواهد آمد. از حل معادله ۲۵ سؤال در کتاب آبی و ۳۰ سؤال در کتاب پرتکرار وجود دارد.

$$\frac{۳}{۲x+۱}=\frac{۲}{x+۵}\Rightarrow ۳(x+۵)=۲(۲x+۱)\Rightarrow ۳x+۱۵=۴x+۲\Rightarrow x=۱۳$$

یادآوری:

تعریف معادله: معادله یک تساوی جبری است که با جایگذاری بعضی از اعداد به جای متغیرهای آن، به‌یک تساوی عددی درست تبدیل می‌شود.

نکته ⏮ معادله‌ای را که بالاترین توان متغیر آن ۱ باشد، معادلهٔ درجه اول می‌نامیم.

روش حل معادلات درجه اول:

۱) متغیرها در یک طرف و اعداد معلوم (بدون متغیر) را به طرف دیگر تساوی می‌بریم.

۲) عددهای یک طرف تساوی را با هم و عبارت‌های طرف دیگر را با هم جمع یا از هم کم می‌کنیم.

۳) در مرحلهٔ سوم، بعد از ساده کردن دو طرف تساوی، در یک طرف عددی معلوم و در طرف دیگر یک عبارت جبری خواهیم داشت.

۴) با تقسیم عدد معلوم بر ضریب متغیر(مجهول)، جواب معادله حاصل خواهد شد.

نکته ⏮ اگر عدد و یا عبارتی را از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی منتقل کنیم، علامت آن قرینه می‌شود.

معادلات کسری:

معادلات دارای کسر را معادلات کسری می‌گوییم که برای حل این‌گونه معادلات، بهتر است مخرج مشترک کسرها را حساب کرده و آن‌را در تک تک عبارت‌ها ضرب کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شده و به صورت معادله صحیح درآید.

کاربرد معادله:

گاهی‌اوقات برای حل مسأله‌های ریاضی، با تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری یک معادله حاصل می‌شود که با حل کردن معادله، مقدار مجهول به‌دست می‌آید.

مثال: حاصل جمع ۴ عدد فرد طبیعی متوالی ۱۲۰ شده‌است. عدد بزرگ‌تر چند است؟

جواب: فاصلهٔ اعداد فرد متوالی ۲ واحد است. بنابراین اگر عدد کوچک‌تر را x در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$x+(x+۲)+(x+۴)+(x+۶)=۱۲۰$$

$$۴x+۱۲=۱۲۰\Rightarrow ۴x=۱۲۰-۱۲\Rightarrow ۴x=۱۰۸\Rightarrow x=\frac{۱۰۸}{۴}=۲۷$$

$\Rightarrow$ اعداد مورد نظر: $\{۲۷,۲۹,۳۱,۳۳\}$ عدد بزرگ‌تر، ۳۳ است.

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱ ۲ ۳✓ ۴

علت انتخاب: در سال ششم به‌صورت جزئی با مختصات آشنا شدید. در سال هفتم یکم فراتر رفته و بردارهای انتقال را فرا گرفتید. در سال هشتم با ضرب عدد در بردار و جمع بردارها به‌صورت ترسیمی آشنا می‌شوید. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۳/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱/۵ نمره سؤال خواهید داشت. دانش‌آموزان در این مبحث یاد می‌گیرند که با ضرب یک عدد در یک بردار، آن عدد در مؤلفه طول و عرض آن بردار ضرب می‌شود.

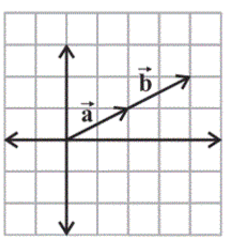
$$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix} + ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} ۹ \\ ۱۰ \end{bmatrix} \Rightarrow ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} ۹ \\ ۱۰ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۹ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{b} = \frac{۱}{۳} \times \begin{bmatrix} ۶ \\ ۹ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

اگر عددی در یک بردار ضرب شود، آن عدد هم در مؤلفهٔ طول و هم در مؤلفهٔ عرض بردار ضرب می‌گردد. یعنی با ضرب عدد k در بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ داریم:

$$k \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$$

سؤال: با توجه به بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$، بردار $\vec{b} = ۲\vec{a}$ را رسم کرده و مختصات آن را به‌دست آورید.

جواب: $\vec{b} = ۲ \times \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$



نکته با ضرب عدد k در بردار $\vec{a}$، بردار $\vec{b}$ حاصل می‌شود که این عبارت را به صورت جبری اینگونه نشان می‌دهیم: $k\vec{a} = \vec{b}$ و خواهیم داشت:

الف) اگر k عددی مثبت باشد، هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم‌جهت می‌شوند.

ب) اگر k عددی منفی باشد، جهت دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ قرینهٔ یکدیگر خواهد بود.

ج) اگر $-۱ < k < ۱$ باشد، بردار حاصل کوچک‌تر از بردار اولیه خواهد شد.

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷ کتاب درسی- بردار و مختصات)

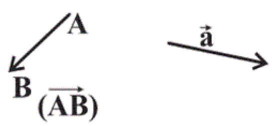
۱   ۲✓   ۳   ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۲۴ فصل پنجم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید)

➢ **علت انتخاب:** با بردار انتقال در سال هفتم آشنا شدیددر سال هشتم هم به‌عنوان یادآوری با آن روبه‌رو می‌شوید. پس از یادگیری در این مبحث می‌توانید بردار انتقال بین دو نقطه را به‌دست آورید و به این نکته دقت کافی را داشته باشید که برای به‌دست آوردن مختصات بردار انتقال، مختصات انتهای بردار را منهای مختصات ابتدای بردار می‌کنیم. مشابه این سؤال به تعداد ۳ سؤال در کتاب پرتکرار و ۴ سؤال در کتاب آبی وجود دارد.

$$\left.\begin{array}{l} \text{روی محور طول‌ها}\quad A \Rightarrow y+۱=۰ \Rightarrow y=-۱ \Rightarrow A=\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix} \\ \text{روی محور عرض‌ها}\quad B \Rightarrow x-۱=۰ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow B=\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{BA}=A-B=\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}$$

بردار: پاره‌خط جهت‌دار را بردار می‌گوییم و آن را با دو حرف بزرگ و یا با یک حرف کوچک انگلیسی نشان می‌دهیم.



نکته هر برداری در دستگاه مختصات دارای یک مختصات است که برای پیدا کردن مختصات برداری مانند $\overrightarrow{AB}$، باید از خود بپرسیم برای رفتن از نقطهٔ A به B باید سمت چپ برویم یا راست؟ چند واحد؟ باید بالا برویم یا پایین؟ چند واحد؟

یادآوری: علامت راست و بالا مثبت و علامت سمت چپ و پایین منفی است.

نکته برداری که موازی محور طول‌ها باشد، دارای عرض صفر است و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix}x\\۰\end{bmatrix}$ است.

نکته برداری که موازی محور عرض‌ها باشد، دارای طول صفر است و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix}۰\\y\end{bmatrix}$ است.

نکته برای هر برداری مانند بردار $\overrightarrow{AB}$، می‌توان یک جمع برداری به صورت زیر نوشت:

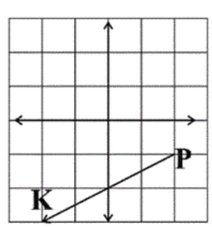
$A+(\overrightarrow{AB})=B$ مختصات انتهای بردار = مختصات بردار + مختصات ابتدای بردار

سؤال: برای بردار $\overrightarrow{PK}$ یک جمع برداری بنویسید.

جواب:

$P:\begin{bmatrix}+۲\\-۱\end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix}-۲\\-۳\end{bmatrix}, \overrightarrow{PK}=\begin{bmatrix}-۴\\-۲\end{bmatrix}$

جمع‌برداری: $\begin{bmatrix}+۲\\-۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۴\\-۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲\\-۳\end{bmatrix}$



بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۲۲ فصل پنجم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: در سال ششم به‌صورت جزئی با مختصات آشنا شدید. در سال هفتم یکم فراتر رفته و بردارهای انتقال را فرا گرفتید. در سال هشتم با ضرب عدد در بردار و جمع بردارها به‌صورت ترسیمی آشنا می‌شوید. از این فصل در امتحان نیم‌سال اول ۳/۵ نمره و در نیم‌سال دوم ۱/۵ نمره سؤال خواهید داشت. دانش‌آموزان در این مبحث یاد می‌گیرند که با ضرب یک عدد در یک بردار، آن عدد در مؤلفه طول و عرض آن بردار ضرب می‌شود.

با توجه به صورت سؤال، دو بردار هم‌اندازه و موازی و مخالف جهت هم هستند؛ یعنی دو بردار قرینهٔ یکدیگرند. پس:

$$\begin{bmatrix} ۲x+۱ \\ y-۴ \end{bmatrix} = (-۱)\times\begin{bmatrix} -۳x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۲x+۱ \\ y-۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳x \\ -y \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} ۲x+۱=۳x \Rightarrow x=۱ \\ y-۴=-y \Rightarrow y=۲ \end{matrix} \Rightarrow \vec{a} = \begin{bmatrix} ۲(۱)+۱ \\ ۲-۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$۲\vec{a}-۳\vec{b} = ۲\vec{a}-۳(-\vec{a}) = ۵\vec{a} = ۵\times\begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۵ \\ -۱۰ \end{bmatrix}$$

ضرب عدد در بردار ◄اگر عددی در یک بردار ضرب شود، آن عدد هم در مؤلفهٔ طول و هم در مؤلفهٔ عرض بردار ضرب می‌شود.

به عبارت دیگر اگر عدد a در بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ضرب شود، خواهیم داشت:

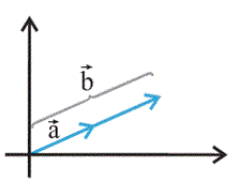
$$a\times\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ ay \end{bmatrix}$$

مثال:

$$۲\times\begin{bmatrix} -۳ \\ +۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۶ \\ +۱۰ \end{bmatrix}$$

مثال: با توجه به بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} +۳ \\ +۱ \end{bmatrix}$، بردار $\vec{b} = ۲\vec{a}$ را رسم کرده و مختصات آن را به دست آورید.

حل:



$$\vec{b} = ۲\vec{a} = ۲\times\begin{bmatrix} +۳ \\ +۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +۶ \\ +۲ \end{bmatrix}$$

نکته با ضرب عدد k در بردار $\vec{a}$، برداری مانند $\vec{b}$ حاصل می‌شود که این عبارت را به صورت جبری می‌توانیم به صورت $k\times\vec{a} = \vec{b}$ نشان دهیم و خواهیم داشت:

الف) اگر k عددی مثبت باشد، هر دو بردار a و b با هم هم‌جهت و هم راستا می‌شوند.

ب) اگر k عددی منفی باشد، دو بردار a و b با هم غیرهم‌جهت ولی هم‌راستا می‌شوند.

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۱- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۷ فصل اول کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

علت انتخاب: در سال ششم با کسرها و اعمال جمع و تفریق کسرها و ضرب و تقسیم آن‌ها آشنا شدید. در این فصل از سال هشتم با تعریف عدد گویا و خواص اعداد گویا آشنا می‌شوید و اعمال ضرب و تقسیم و جمع و تفریق کسرها را مفصل‌تر از سال ششم فرا می‌گیرید. از این مبحث ۲ تا ۳ نمره در امتحان نیم‌سال اول سؤال خواهید داشت. مشابه این سؤال به تعداد ۲۰ سؤال در کتاب پرتکرار و ۳۰ سؤال در کتاب آبی تکرار شده است.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۲\times ۴}=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴})\\ \frac{۱}{۴\times ۶}=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶})\\ \vdots\\ \frac{۱}{۲۰\times ۲۲}=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۲۲})\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۱}{۲\times ۴}+\frac{۱}{۴\times ۶}+\frac{۱}{۶\times ۸}+\cdots+\frac{۱}{۲۰\times ۲۲}=\frac{۱}{۲}[(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴})+(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶})+\cdots+(\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۲۲})]$$

$$=\frac{۱}{۲}\times[\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲۲}]=\frac{۱}{۲}\times\frac{(۱۱-۱)}{۲۲}=\frac{۵}{۲۲}$$

جمع و تفریق عددهای گویا

برای جمع و تفریق دو عدد گویا، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم که این مخرج مشترک همان (ک.م.م) بین مخرج‌هاست و سپس صورت جدید آن‌ها را با هم جمع و یا تفریق می‌کنیم.

نکته برای انجام سریع‌تر محاسبات موارد زیر را درنظر داشته باشیم:

الف) اگر کسری چند علامت داشت، آن‌را تعیین علامت می‌کنیم تا فقط یک علامت داشته باشد.

ب) علامت هر کسر را در صورت کسر می‌نویسیم و مخرج کسر را همیشه عددی مثبت در نظر می‌گیریم.

تذکر(۱): اگر مخرج‌ها مشترک بودند، (ک.م.م) آن‌ها برابر با خودشان است.

تذکر(۲): اگر یکی از مخرج‌ها ضریبی از دیگری بود، (ک.م.م) آن‌ها برابر با مخرج بزرگ‌تر است.

تذکر(۳): اگر (ب.م.م) مخرج‌ها برابر با ۱ باشد، (ک.م.م) آن‌ها برابر با حاصل ضربشان است.

ضرب و تقسیم عددهای گویا

الف) ضرب اعداد گویا: پس از تعیین علامت از رابطهٔ $\frac{\text{صورت}\times\text{صورت}}{\text{مخرج}\times\text{مخرج}}$ استفاده می‌کنیم.

مثال: ضرب زیر را انجام دهید:

$$(-\frac{۳}{۵})\times(-\frac{۷}{۴})=+(\frac{۳\times ۷}{۵\times ۴})=+\frac{۲۱}{۲۰}$$

نکته اگر اعدادی از صورت با اعدادی از مخرج قابل ساده شدن بودند، آن‌ها را ساده می‌کنیم.

مثال:

$$(+\frac{۸}{۱۵})\times(-\frac{۹}{۱۰})=-(\frac{۴\times ۳}{۵\times ۵})=-\frac{۱۲}{۲۵}$$

ب) تقسیم اعداد گویا: برای تقسیم اعداد گویا، کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می‌کنیم.

یادآوری معکوس یک کسر: اگر در یک کسر، جای اعداد صورت و مخرج را جابه‌جا کنیم، معکوس آن کسر به‌دست می‌آید.

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷ کتاب درسی- عددهای صحیح و گویا)

۱ ۲✓ ۳ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۳۲ فصل دوم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** با مقدمات اعداد اول و شمارنده‌های اول در سال هفتم آشنا شدید. در این فصل با روش جدیدی به اسم روش غربال، اعداد اول را جدا می‌کنیم. در این روش یاد می‌گیریم چگونه و با چه ترتیبی باید اعداد را غربال کرده و اعداد اول را به‌دست آوریم از روش غربال به‌صورت مستقیم یک سؤال در امتحان نیم‌سال اول خواهد آمد پس باید به خوبی فرا گرفته شود. از روش غربال در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۱۵ سؤال آورده شده است.

کوچک‌ترین عدد اول سه‌رقمی عدد ۱۰۱ است. در مرحله حذف مضارب عدد ۱۰۱ اولین عددی که خط می‌خورد عدد ۱۰۲۰۱=۱۰۱×۱۰۱ است. پس حداقل مقدار n عدد ۱۰۲۰۱ است.

تعیین عددهای اول

نکته: در روش الگوریتم غربال، مضرب‌های خط نخوردهٔ عدد اول a از a^2 شروع می‌شوند. برای مثال: مضرب‌های خط نخوردهٔ عدد ۵ از ۲۵ $=5^2$ شروع می‌شوند؛ زیرا اعداد ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ توسط عددهای اول کوچک‌تر از ۵ (یعنی ۳ و ۲) خط خورده‌اند.

نکته در روش الگوریتم غربال می‌توانیم از بزرگ‌ترین عدد موجود جذر بگیریم تا عددی مانند A ظاهر شود و کار خط زدن‌ها را تا بزرگ‌ترین عدد اول کوچک‌تر از A و یا تا عدد اول مساوی با A ادامه دهیم.

مثال: برای تعیین اعداد اول ۹۰ تا ۱۵۰ عمل خط زدن‌ها را حداقل تا کدام عدد باید ادامه دهیم؟

جواب: ابتدا جذر تقریبی ۱۵۰ را حساب می‌کنیم: $\sqrt{۱۵۰} \simeq ۱۲$

بنابراین مضرب‌های اعداد اول کوچک‌تر از ۱۲ به‌جز خود این اعداد باید خط بخورند و کار خط زدن‌ها تا عدد اول ۱۱ ادامه می‌یابد.

اعداد اول کوچک‌تر از ۱۲ : ۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۱۱

تعیین اول و یا مرکب بودن یک عدد به روش بخش‌پذیری:

در این روش ابتدا جذر آن عدد را حساب کرده و آن عدد را بر اعداد اول کوچک‌تر و یا مساوی با مقدار جذر تقسیم می‌کنیم. (بخش‌پذیری را بررسی می‌کنیم.) اگر بر هیچ‌کدام بخش‌پذیر نبود، عددی اول و در غیر این‌صورت، عددی مرکب است.

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ کتاب درسی- عددهای اول)

-۸۳ (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۶۸ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

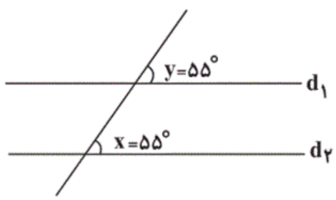
⋞ **علت انتخاب:** از قضیه خطوط موازی و مورب همواره در امتحان نیم‌سال اول یک سؤال وجود دارد و ۱ تا ۱/۵ نمره از بارم امتحان را به خود اختصاص داده است. درک کامل و درست این قضیه پیش‌نیاز درک خواص متوازی‌الاضلاع است. از خطوط موازی و مورب در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۱۰ سؤال وجود دارد.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} d_1 \parallel d_۲ \\ \text{مورب } m \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = ۴۰^\circ \\ \left.\begin{array}{l} d_1 \parallel d_۲ \\ \text{مورب } n \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = ۷۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۴۰^\circ + ۷۰^\circ + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۷۰^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی‌الساقین $(AB = AC)$ است.

توازی و تعامد

تعریف دو خط موازی: دو خط $d_۲$ و d_1 را موازی می‌گوییم، هرگاه خط سومی این دو خط را قطع کند و با آن‌ها زاویه‌های مساوی تشکیل دهد.

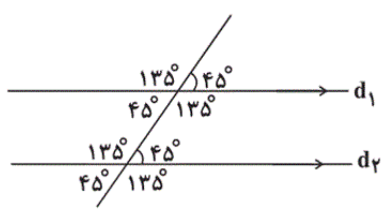


$$\hat{x} = \hat{y} = ۵۵^\circ \rightarrow d_1 \parallel d_۲$$

نکته دو خط موازی $d_۲$ و d_1 را با نماد $d_1 \parallel d_۲$ نشان می‌دهیم.

نکته موازی نبودن دو خط $d_۲$ و d_1 را با نماد $d_1 \nparallel d_۲$ نشان می‌دهیم.

نکته اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، ۸ زاویه به‌وجود می‌آید که زاویه‌های تند با یکدیگر برابر شده و اندازهٔ زاویه‌های باز نیز با یک‌دیگر برابر می‌شوند.



اندازهٔ تمامی زاویه‌های تند: ۴۵°

اندازهٔ تمامی زاویه‌های باز: ۱۳۵°

نکته اگر خطی بر دو خط موازی، «عمود» باشد، ۸ زاویهٔ ایجاد شده همگی قائمه هستند.

نتیجه: در دو خط موازی زوایای تند و باز تشکیل شده توسط خط مورب با یکدیگر مکمل هستند.

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

۱ ۲ ۳ ۴✓

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۰ فصل سوم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

◄ **علت انتخاب:** یکی از مهم‌ترین مباحث فصل سوم کتاب به‌دست آوردن اندازهٔ زاویه‌های داخلی و خارجی یک nضلعی منتظم است که ۱ تا ۱/۵ نمره امتحان نیم‌سال اول را به خودش اختصاص داده است. دانش‌آموزان در این مبحث رابطهٔ بین اندازهٔ زاویهٔ داخلی و تعداد اضلاع nضلعی را فرا می‌گیرند. از مبحث زاویه‌های داخلی در کتاب پرتکرار ۲۰ سؤال و در کتاب آبی ۱۵ سؤال آورده شده است که نشان از اهمیت آن دارد.

با توجه به تقارن شکل، خط BE خط تقارن شش‌ضلعی منتظم است پس زاویهٔ $A\hat{B}C$ را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

$$A\hat{B}C=\frac{(۶-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۶}=۱۲۰^\circ \Rightarrow A\hat{B}E=\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۶۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} F\hat{A}B=۱۲۰^\circ \\ AB=AF \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{B}F=A\hat{F}B=\frac{۱۸۰^\circ-۱۲۰^\circ}{۲}=۳۰^\circ$$

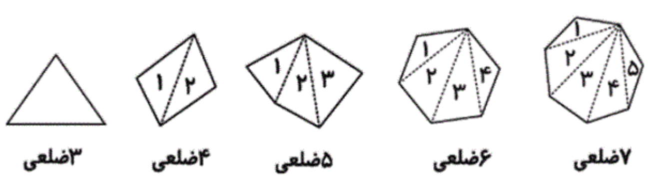
$$A\hat{B}E=A\hat{B}F+F\hat{B}E \Rightarrow ۶۰^\circ=۳۰^\circ+F\hat{B}E \Rightarrow F\hat{B}E=۳۰^\circ$$

زاویه‌های داخلی و خارجی

کاشی کاری و زاویه‌های داخلی و خارجی

تعریف: هرگاه تعدادی شکل هندسی را طوری در کنار هم قرار دهیم که هیچ دو شکلی روی هم نیفتند و یا فاصلهٔ خالی بین آن‌ها نباشد، این عمل را کاشی کاری می‌گوییم.

سؤال: به کمک الگویابی، مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی را به‌دست آورید.



مجموع زاویه‌های داخلی	تعداد مثلث‌های ایجاد شده	تعداد ضلع‌ها
$۱\times ۱۸۰^\circ=۱۸۰^\circ$	۱	۳
$۲\times ۱۸۰^\circ=۳۶۰^\circ$	۲	۴
$۳\times ۱۸۰^\circ=۵۴۰^\circ$	۳	۵
$۴\times ۱۸۰^\circ=۷۲۰^\circ$	۴	۶
$۵\times ۱۸۰^\circ=۹۰۰^\circ$	۵	۷

با نگاه کردن به تعداد ضلع‌ها و مجموع زاویه‌های داخلی این چند ضلعی‌ها در می‌یابیم:

مجموع زاویه‌های داخلی یک nضلعی $=(n-۲)\times ۱۸۰^\circ$

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵ کتاب درسی- چندضلعی‌ها)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۵- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۲۵ فصل چهارم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

➢ **علت انتخاب:** با مقدار عددی یک عبارت جبری در سال هفتم آشنا شدید. در فصل چهارم ریاضی هشتم هم به‌صورت مفصل‌تر آن را فرا می‌گیرید. یادگیری این مبحث مقدمه و پیش‌نیاز حل معادله است. از مقدار عددی عبارت جبری یک سؤال امتحانی در نیم‌سال اول خواهد آمد. همچنین در کتاب آبی و پرتکرار به‌ترتیب ۱۵ و ۲۰ سؤال از مبحث پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری وجود دارد.

$$mnop = ۴ \Rightarrow mn = \frac{۴}{op}$$

$$\frac{۴+op}{۱+mn} = \frac{۴+op}{۱+\frac{۴}{op}} = \frac{۴+op}{\frac{op+۴}{op}} = op$$

هر عبارت جبری مانند یک ماشین محاسبه‌گر است که وظیفهٔ این ماشین، انجام عمل‌های ریاضی مانند ضرب، تقسیم، جمع، تفریق، توان، جذر و ... است. مثال:

الف) $۵x + ۷$

این عبارت جبری شامل یک عمل ضرب و یک عمل جمع است و می‌توانیم نمودار زیر را برای آن رسم کنیم.

$$\square \longrightarrow (\times ۵) \longrightarrow \square \longrightarrow (+۷) \longrightarrow \triangle$$

که هر عددی (مانند x) وارد این ماشین می‌شود، ابتدا ۵ برابر می‌گردد و در مرحلهٔ دوم هفت واحد به حاصل آن اضافه می‌شود.

ب) $۳x^{۲} - ۵x + ۱$

این عبارت نیز شامل اعمال ضرب، جمع، تفریق و توان است.

برای به‌دست آوردن مقدار عددی یک عبارت جبری، به‌جای حروف (هر حرف) عدد داده شده را قرار می‌دهیم و پس از انجام عملیات ریاضی، مقدار عددی را محاسبه می‌کنیم.

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳ کتاب درسی- جبر و معادله)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۰۹ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

علت انتخاب: به توان رساندن یک عبارت جبری و ساده‌سازی آن یکی از مهم‌ترین اهداف فصل چهارم است که یادگیری آن پیش‌نیاز مبحث اتحاد است که در سال نهم با آن روبه‌رو خواهید شد. از این مبحث ۱ تا ۱/۵ نمره در امتحان نیم‌سال اول سؤال خواهد آمد و یادگیری آن توجه ویژه می‌طلبد. دانش‌آموز باید بتواند عبارت جبری توان‌دار را به‌صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسد و آن دو عبارت را در یکدیگر ضرب و عبارت جبری به‌دست آمده را ساده کند.

$$(x+y)^۲=(x+y)(x+y)=x^۲+xy+xy+y^۲=x^۲+۲xy+y^۲$$

$$(x-y)^۲=(x-y)(x-y)=x^۲-xy-xy+y^۲=x^۲-۲xy+y^۲$$

$$(x+y)^۲-(x-y)^۲=(x^۲+۲xy+y^۲)-(x^۲-۲xy+y^۲)=۴xy$$

$$\xrightarrow[y=۱]{x=۱۰۰۰} ۴xy=۴(۱۰۰۰)(۱)=۴۰۰۰$$

ساده کردن عبارت‌های جبری

جمع و تفریق عبارت‌های جبری:

اگر دو یا چند جملهٔ جبری متشابه بودند، قسمت حرفی آن‌ها را نوشته و قسمت عددی آن‌ها را جمع و یا تفریق می‌کنیم که به این کار، ساده کردن عبارت جبری نیز می‌گویند.

مثال: عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$۵x+۴x+x=(۵+۴+۱)x=۱۰x$$

ضرب یک عبارت جبری در یک پرانتز:

باید آن عبارت جبری را در تمامی عبارت‌های داخل پرانتز ضرب کنیم.

مثال: ضرب زیر را انجام دهید.

$$-۴x(۳x^۳+۵x-۱)=-۱۲x^۳-۲۰x^۲+۴x$$

ساده کردن عبارت‌های جبری

ضرب دو پرانتز در یکدیگر:

با ضرب دو پرانتز در یکدیگر، تمامی عبارت‌های پرانتز اول در تمامی عبارت‌های پرانتز دوم ضرب می‌شود.

مثال:

$$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$$

نکته **جملات متشابه به‌دست آمده از ضرب پرانتزها باهم ساده می‌شوند.**

سؤال: ضرب پرانتز زیر را انجام دهید.

$$(x+۵)(x-۳)=x^۲\overbrace{-۳x+۵x}^{+۲x}-۱۵=x^۲+۲x-۱۵$$

نکته $x\times y=y\times x=xy$

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۵۲ تا ۶۳ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱ ۲✓ ۳ ۴

علت انتخاب: برای حل این سؤال دانش‌آموز باید هر سه مبحث ساده‌سازی عبارت جبری، تجزیه عبارت جبری و حل معادله را فرا گرفته باشد. در امتحان نیم‌سال اول یک سؤال به‌صورت مستقیم از حل معادله یا مسئله‌ای که منجر به تشکیل معادله و حل آن شود خواهد آمد لذا یادگیری این سه مبحث توجه ویژه‌ای را می‌طلبد از حل معادله ۲۵ سؤال در کتاب آبی و ۳۰ سؤال در کتاب پرتکرار آورده شده است که نشان از اهمیت این مبحث دارد.

$$\left.\begin{array}{l} \text{طول مستطیل}: a \xrightarrow{\text{واحد کم شود } m} a-m \\ \text{عرض مستطیل}: b \xrightarrow{\text{واحد اضافه می‌شود } x} b+x \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مساحت مستطیل اولیه} = \text{مساحت مستطیل ثانویه}$$

$$\Rightarrow ab = (a-m)(b+x) \Rightarrow ab = ab + ax - mb - mx$$

$$\Rightarrow mb = -mx + ax = x(a-m) \Rightarrow x = \frac{mb}{a-m}$$

معادله ◄ معادله یک تساوی جبری است که به‌ازای بعضی از عددها که به‌جای متغیرها جایگذاری می‌کنیم، به یک تساوی عددی تبدیل می‌شود.

هر کدام از تساوی‌های $۳x = ۱۲$ و $۲a - ۱ = ۹$ معادله هستند زیرا اولی به‌ازای $x = ۴$ و دومی به‌ازای $a = ۵$ به یک تساوی عددی درست تبدیل می‌شوند.

سؤال دانش‌آموزی معادلهٔ $۴x - ۵ = ۲x + ۷$ را حل کرده و جواب آن را $x = ۶$ درآورده است. آیا جواب او درست است؟

پاسخ کافی است در تساوی جبری بالا $x = ۶$ را جایگذاری کنیم. اگر به یک تساوی عددی رسیدیم معلوم می‌شود که جواب دانش‌آموز درست است. در غیر این صورت جواب درست نیست.

$$۴(۶) - ۵ = ۲(۶) + ۷ \Rightarrow \underbrace{۲۴ - ۵}_{۱۹} = \underbrace{۱۲ + ۷}_{۱۹}$$

بله ـ جواب دانش‌آموز درست است و جواب معادله $x = ۶$ است.

روش حل معادله ◄

۱ ابتدا معلوم‌ها و مجهول‌ها را جدا کرده و هر کدام را به یک طرف تساوی می‌بریم. (قرینه کردن عبارت منتقل شده به طرف دیگر تساوی فراموش نشود.)

توجه عبارت‌های دارای متغیر، مجهول و اعداد ثابت، معلوم هستند.

۲ سپس عبارت‌های عددی و جبری به‌دست آمده در هر تساوی را (در صورت امکان) ساده می‌کنیم.

۳ در پایان عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم تا جواب معادله به‌دست آید.

بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(صفحه‌های ۵۲ تا ۶۷ کتاب درسی- جبر و معادله)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۸- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۴۳ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

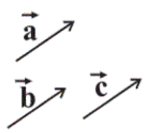
➢ **علت انتخاب:** در سال هفتم با بردار انتقال از یک نقطه به نقطهٔ‌دیگر آشنا شدید. در این فصل با جمع چند بردار آشنا می‌شوید. دانش‌آموز باید فرا گیرد که برای جمع چند بردار باید آن‌ها را پشت سرهم رسم کرده و ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل کند که این روش را جمع برداری مثلث می‌نامیم. از این روش و رسم بردار حاصل‌جمع چند بردار ۱ تا ۱/۵ نمره در امتحانات نیم‌سال اول سؤال خواهد آمد. مشابه این سؤال به تعداد ۱۵ سؤال در کتاب پرتکرار و ۱۱ سؤال در کتاب آبی آورده شده است.

با توجه به بردارها داریم:

$$\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲\\-۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷\\-۲\end{bmatrix}\Rightarrow x+y=۷-۲=۵$$

جمع بردارها

تعریف بردارهای مساوی: بردارهایی را که «هم اندازه»، «هم‌جهت» و «موازی» باشند، بردارهای مساوی (هم‌سنگ) می‌گوییم. مانند بردارهای a و b و c در شکل زیر:

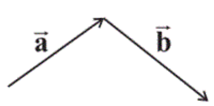


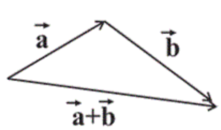
جمع بردارها: برای جمع دو بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}x'\\y'\end{bmatrix}$ کافی است طول‌های دو بردار را باهم و عرض‌ها را نیز با یکدیگر جمع کنیم:

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x'\\y'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x+x'\\y+y'\end{bmatrix}$$

به‌طور کلی: اگر دو یا چند بردار پشت سرهم باشند، برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر وصل شود، با بردار حاصل جمع این بردارها برابر است که این بردار را «بردار حاصل جمع» می‌نامیم.

سؤال: بردار حاصل جمع شکل زیر را رسم کنید.





جواب:

نکته روش به‌دست آوردن بردار حاصل‌جمع دو بردار را در صورتی که بردارها پشت سرهم باشند، «روش مثلثی» می‌گوییم.

نکته در صورتی که بردارها پشت سرهم نباشند، به کمک رسم بردارهای مساوی می‌توانیم آن‌ها را پشت سرهم رسم کرده و سپس از روش مثلثی، بردار حاصل جمع را به‌دست آوریم.

نکته برای رسم بردار حاصل جمع، فرقی نمی‌کند که ترتیب بردارها چگونه باشد.

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۹- (مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۱۵۰ کتاب پرتکرار مطالعه کنید.)

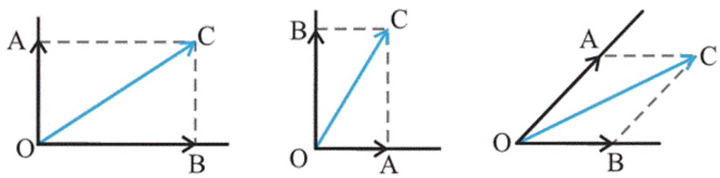
علت انتخاب: وقتی یک بردار را به دو بردار تجزیه می‌کنیم در واقع جمع دو بردار به‌دست آمده برابر بردار اولیه است. برای حل این سؤال دانش‌آموز باید روش ترسیم جمع بردارها را به خوبی فرا گرفته باشد که معمولاً یک سؤال در امتحان نیم سال اول را به خود اختصاص می‌دهد.

$$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}\Rightarrow\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲x+۱\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-x-۱\\۲y+۲\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\۳y+۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x=۱\,,\,۳y+۲=۲\Rightarrow y=۰\Rightarrow x+y=۱+۰=۱$$

تجزیه دو بردار ◄ اگر روی دو نیم‌خط، بردارهای OA و OB رسم شوند که حاصل جمع آن‌ها مساوی با بردار OC شود، می‌گوییم بردار OC را تجزیه کرده‌ایم.

مثال: در هر شکل، بردار OC را به دو بردار OA و OB تجزیه کرده‌ایم، یعنی $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$



نکته هر بردار را می‌توان به بی‌شمار حالت به دو بردار دیگر تجزیه کرد.

بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ ۲ ۳✓ ۴

(مشابه این سؤال را می‌توانید در سؤال ۸ فصل پنجم کتاب سه‌سطحی مطالعه کنید.)

◄ **علت انتخاب:** حل معادلات برداری یکی از مهم‌ترین مباحث این فصل است که دانش‌آموز برای حل این معادله بر ضرب عدد در بردار جمع بردارها تسلط کامل داشته باشد پس برای حل این‌گونه سؤالات نیاز به تسلط کامل بر کل مباحث این فصل وجود دارد. از معادلات برداری در کتاب پرتکرار ۸ سؤال و کتاب آبی ۵ سؤال آمده است.

$$\vec{x} = ۳\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۶ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۹ \end{bmatrix}$$

ضرب عدد دو بردار ◄اگر عددی در یک بردار ضرب شود، آن عدد هم در مؤلفهٔ طول و هم در مؤلفهٔ عرض بردار ضرب می‌شود.

به عبارت دیگر اگر عدد a در بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ضرب شود، خواهیم داشت:

$$a \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ ay \end{bmatrix}$$

بنابراین گزینهٔ «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی- بردار و مختصات)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴