



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...**

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

<https://t.me/riazisara>



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - سطح ۱ ، مجموعه ، الگو، دنباله

۴۱- اگر $A = [-1, +\infty)$ ، $B = (-\infty, 2]$ و $C = (0, 2)$ ، آنگاه مجموعه $(A \cap B) - C$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 0]$ (۲) $(-1, 0)$
(۳) $\emptyset$ (۴) $[-1, 0] \cup \{2\}$

۴۲- در یک کلاس ۳۲ نفری، تعداد ۱۲ نفر عضو تیم فوتسال و ۱۰ نفر عضو تیم والیبال هستند. اگر ۵ نفر عضو هر دو تیم باشند، چند نفر عضو هیچ یک از دو تیم نیستند؟

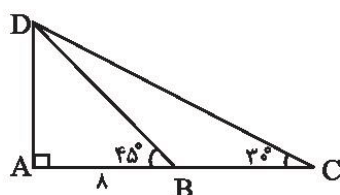
- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۳- در یک دنباله حسابی مجموع جملات اول و چهارم برابر با ۱۳ و مجموع جملات دوم و ششم برابر با ۲۲ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

ریاضی ۱ - سطح ۱ ، مثلثات

۴۴- در شکل زیر، مساحت مثلث BCD کدام است؟



- (۱) $32\sqrt{3}$
(۲) $32\sqrt{3} - 32$
(۳) ۳۲
(۴) $16\sqrt{3} - 16$

۴۵- اگر $\tan \alpha = -\sqrt{5}$ و انتهای کمان روبه رو به زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، $\sin \alpha + \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{30}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{30}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{30}}{12}$ (۴) $\frac{\sqrt{30} - \sqrt{6}}{6}$

ریاضی ۱ - سطح ۱ ، توان های گویا و عبارت های جبری

۴۶- اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل عبارت $|\sqrt{a} - \sqrt[5]{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |\sqrt[5]{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt[5]{a}$ (۲) $\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$ (۳) $2\sqrt[5]{a} - 2\sqrt[3]{a}$ (۴) صفر

۴۷- حاصل $A = \sqrt[3]{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{15 + 4\sqrt{14}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[3]{30\sqrt{2} - 4\sqrt{7}}$ (۴) $\sqrt[3]{2\sqrt{2} + \sqrt{7}}$

۴۸- حاصل $(2a-5)(2a+5)(16a^4+100a^2+625)$ کدام است؟

- (۱) $32a^2 - 5^2$ (۲) $64a^6 - 5^6$ (۳) $64a^6 + 5^6$ (۴) $32a^2 + 5^2$

ریاضی ۱- سطح ۱، معادله و نامعادله ها -

۴۹- اگر معادله $\frac{9}{8}x^2 + 3mx = (m-1)x^2$ دارای ریشه مضاعف باشد، مقدار این ریشه مضاعف کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۵۰- فاصله هر طرف یک قالی از کنار دیوارهای یک اتاق مستطیل شکل یکسان است. اگر مساحت اتاق ۳۶ واحد مربع، محیط اتاق ۲۶ واحد و محیط قالی ۲۲ واحد باشد، فاصله هر طرف قالی از دیوار کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) ۲

- ۱۰ سوال -

۱۲۱- $\frac{1}{4}$ از تعداد اعضای مجموعه A با مجموعه B و $\frac{5}{8}$ از تعداد اعضای B با A مشترک هستند. اگر

$n(A \cup B) = 23$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۲۲- اگر جملات دنباله حسابی $4, x, -2x-4, x, \dots$ را در عدد m ضرب کنیم، قدرنسبت دنباله جدید

برابر با ۱۴ می شود، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۲۳- در ۴۰ جمله اول یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جملات با شماره زوج برابر با 3^{20} است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۲۴- کدام نامساوی زیر درست است؟

- (۱) $\cos(-20^\circ) < \cos 40^\circ < \cos 80^\circ$
 (۲) $\cos 100^\circ < \cos 90^\circ < \cos 80^\circ$
 (۳) $\sin 80^\circ < \sin 90^\circ < \sin 100^\circ$
 (۴) $\sin 160^\circ < \sin 170^\circ < \sin 180^\circ$

۱۲۵- حاصل عبارت $\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) -۱
 (۳) $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$
 (۴) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

۱۲۶- اگر $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{k+1}{n}}$ باشد، حاصل $k^2 + k$ کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

- (۱) $\frac{2}{4}$
 (۲) $-\frac{2}{2}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{2}{2}$

۱۲۷- اگر $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10$ و $\sqrt{xy} = 4$ باشد، حاصل $\sqrt{x}\sqrt[4]{y} + \sqrt{y}\sqrt[4]{x}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{24}$
 (۲) $2\sqrt{12}$
 (۳) $\sqrt{28}$
 (۴) $2\sqrt{14}$

۱۲۸- گویا شده کسر $\frac{4}{\sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{24}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1 - \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{2}$
 (۲) $\frac{1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{-2}$
 (۳) $\frac{4 - \sqrt[3]{3}}{3}$
 (۴) $1 - \sqrt[3]{3}$

۱۲۹- اگر معادله $-x^2 + (2a+1)x - a^2 - 1 = 0$ فقط یک ریشه حقیقی داشته باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{2}$
 (۲) $-\frac{2}{2}$
 (۳) $\frac{2}{4}$
 (۴) $-\frac{2}{4}$

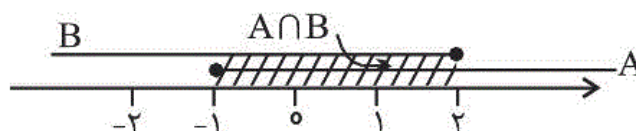
۱۳۰- اگر دلتای معادله $x^2 + (b+1)x + 2c = 0$ برابر با ۲۵ و یکی از ریشه‌های این معادله -۲ باشد، $b+c$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۵
 (۲) -۱۵
 (۳) ۵
 (۴) ۸

۴۱- گزینه «۴» «سؤال ۶ کتاب پرتکرار ریاضی ۱ مشابه این سؤال است»

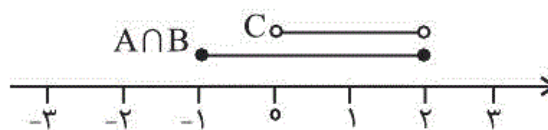
علت انتخاب: این سؤال با هدف آشنایی دانش آموزان با مفهوم بازه و نحوه نمایش آن روی محور و محاسبه اشتراک و تفاضل آن‌ها انتخاب شده است. دانش آموزان باید دقت کنند که در دام سؤال یعنی گزینه «۱» نیفتند؛ حتی سوالات ساده ممکن است دام‌هایی برای دانش آموزان داشته باشند.

ابتدا روی محور اعداد مجموعه $A \cap B$ را نشان می‌دهیم:



$$\Rightarrow A \cap B = [-1, 2]$$

حال مجموعه $(A \cap B) - C$ را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow (A \cap B) - C = [-1, 0] \cup \{2\}$$

(صفه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی - مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

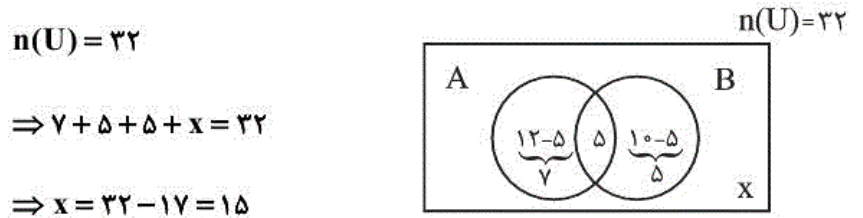
۲

۱

۴۲- گزینه «۳» «سوال ۳۱ کتاب پرتکرار ریاضی ۱ مشابه این سوال است»

علت انتخاب: این سوال با هدف آشنایی با محاسبه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه طراحی شده است و در حل آن از نمودار ون استفاده شده است. از جمله سوالات پرتکرار در امتحانات مدارس است. این سوال در کتاب پرتکرار ریاضی ۱، هفت بار تکرار شده است.

چون ۵ نفر عضو تیم فوتسال و والیبال هستند لذا برای پیدا کردن تعداد افرادی که فقط عضو تیم فوتسال و فقط عضو تیم والیبال هستند باید تعداد ۵ نفر مشترک را از تعداد اعضای تیم فوتسال و اعضای تیم والیبال کم کنیم. پس ۷ نفر فقط عضو تیم فوتسال و ۵ نفر فقط عضو تیم والیبال هستند. از نمودار ون استفاده می کنیم. اگر اعضای تیم فوتسال را با مجموعه A و اعضای تیم والیبال را با مجموعه B نشان دهیم، داریم:



پس ۱۵ نفر عضو هیچ یک از دو تیم نیستند.

(صفحه های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی - مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

۴۳- گزینه «۳» «سؤال ۷۰ کتاب پرتکرار ریاضی (مشابه این سوال است)»

علت انتخاب: آشنایی با جمله عمومی دنباله حسابی هدف از انتخاب این سوال بوده است. دانش آموزان باید بتوانند جمله عمومی دنباله حسابی و هندسی را به راحتی به کار بگیرند و از طریق حل دستگاه دو معادله و دو مجهول به سوال پاسخ دهند. این تیپ سوال در امتحانات مدارس بسیار رایج است.

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. پس:

$$\begin{cases} a_1 + a_4 = 13 \\ a_2 + a_6 = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + 3d = 13 \\ a_1 + d + a_1 + 5d = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 13 \\ 2a_1 + 6d = 22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3d = 9 \Rightarrow d = 3, a_1 = 2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9 \times 3 = 29 \text{ جمله دهم}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی - مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳✓

۲

۱

۴۴- گزینه «۲» «سؤال ۹۹ کتاب پرتکرار ریاضی (مشابه این سوال است)»

علت انتخاب: در این سوال از نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه استفاده شده است. این مبحث جزو اولین مباحث فصل مثلثات بوده و فعالیت صفحه ۳۱ کتاب درسی مشابه این سوال است. این تیپ سوال، ۹ بار در کتاب پرتکرار ریاضی ۱ تکرار شده است.

در مثلث ABD داریم:

$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{AD}{8} \Rightarrow AD = 8$$

در مثلث ACD داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{AC} \Rightarrow AC = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$BC = AC - AB = 8\sqrt{3} - 8$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} AD \times BC = \frac{1}{2} \times 8 \times (8\sqrt{3} - 8) = 32\sqrt{3} - 32$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی - مثلثات)

۴

۳

۲✓

۱

۴۵- گزینه «۱» «سؤال ۱۳۱ کتاب پرتکرار ریاضی ۱ مشابه این سوال است»

علت انتخاب: آشنایی با اتحاد مثلثاتی $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ و

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ هدف این سوال بوده است. همچنین توجه به دایره مثلثاتی و محل قرارگیری انتهای یک کمان در دایره مثلثاتی در پاسخ گویی به این سؤال مهم است.

ابتدا از اتحاد مثلثاتی $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ استفاده می کنیم.

$$1 + (-\sqrt{5})^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{6} \xrightarrow[\cos \alpha > 0]{\text{انتهای کمان } \alpha \text{ در ناحیه چهارم است}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

حال از رابطه مثلثاتی $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ استفاده می کنیم:

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{6} \xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\text{انتهای کمان } \alpha \text{ در ناحیه چهارم است}}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{5}{6}} = -\frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{30}}{6}$$

(صفحه های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی - مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب: هدف از انتخاب این سوال مقایسه توان های مختلف اعداد مثبت

کوچک تر از یک است. دانش آموزان باید توجه داشته باشند که اگر عددی بین

صفر و یک باشد، هر چه به توان بزرگ تری برسد، مقدارش کوچک تر می شود.

چون $0 < a < 1$ است، پس:

$$a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[4]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[4]{a}| = \sqrt[4]{a} - \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = \sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$$

$$\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a} > 0 \Rightarrow |\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a}| = \sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a}$$

$$\Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[4]{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a}|$$

$$= \sqrt[4]{a} - \sqrt{a} - \sqrt[3]{a} + \sqrt{a} - \sqrt[4]{a} + \sqrt[3]{a} = 0$$

(صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی - توان های گویا و عبارت های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

۴۷- گزینه «۱» «سؤال ۱۷۰ کتاب پرتکرار ریاضی ۱ مشابه این سوال است»

علت انتخاب: آشنایی با اتحادهای مزدوج و مربع کامل و همچنین ریشه گیری

از اهداف این سوال بوده است. در حل این سوال باید توجه کرد که همیشه

عناصر یک اتحاد در معرض دید نیستند و بعضی از اوقات باید این عناصر را

بسازیم تا اتحاد شکل بگیرد.

ابتدا سعی می کنیم فرجه رادیکال ها را یکسان کنیم تا عبارت های زیر آن ها را

بتوانیم در هم ضرب کنیم.

$$\begin{aligned} \sqrt[24]{15+4\sqrt{14}} &= \sqrt[24]{8+7+4\sqrt{14}} \\ &= \sqrt[24]{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2 + 2 \times (2\sqrt{2}) \times (\sqrt{7})} = \sqrt[24]{(2\sqrt{2} + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[12]{2\sqrt{2} + \sqrt{7}} \\ A &= \sqrt[12]{2\sqrt{2} - \sqrt{7}} \times \sqrt[12]{2\sqrt{2} + \sqrt{7}} = \sqrt[12]{\underbrace{(2\sqrt{2} - \sqrt{7})(2\sqrt{2} + \sqrt{7})}_{\text{مزدوج}}} \\ &= \sqrt[12]{8-7} = \sqrt[12]{1} = 1 \end{aligned}$$

(صفحه های ۳۸ تا ۶۷ کتاب درسی - توان های گویا و عبارت های جبری)

۱✓ ۲ ۳ ۴

از اتحادهای مزدوج و چاق و لاغر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} &\underbrace{(2a-5)(2a+5)}_{\text{مزدوج}} (16a^4 + 100a^2 + 625) \\ &= \underbrace{(4a^2 - 25)((4a^2)^2 + (4a^2) \times 25 + 25^2)}_{\text{چاق و لاغر}} = (4a^2)^3 - (25)^3 = 64a^6 - 15625 \end{aligned}$$

(صفحه های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی - توان های گویا و عبارت های جبری)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۴۹- گزینه «۴» «سؤال ۲۲۹ کتاب پرتکرار ریاضی (مشابه این سوال است)»

علت انتخاب: هدف از انتخاب این سؤال، آشنایی با مفهوم ریشه مضاعف در یک معادله درجه دوم است. دانش آموز باید تشخیص دهد که وجود ریشه مضاعف در معادله درجه دوم یعنی دلتای معادله برابر صفر است. این تیپ سؤال یک سؤال پرتکرار از مبحث معادلات درجه دوم در امتحانات مدرسه است.

$$(m-1)x^2 + 3mx - \frac{9}{8} = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (3m)^2 - 4(m-1)\left(-\frac{9}{8}\right) = 0 \Rightarrow 9m^2 + \frac{9m}{2} - \frac{9}{2} = 0$$

$$\times \frac{2}{9} \rightarrow 2m^2 + m - 1 = 0 \xrightarrow[m_1 = -1, m_2 = -\frac{c}{a}]{a+c=b} \begin{cases} m_1 = -1 \\ m_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m = -1 \Rightarrow \text{معادله: } -2x^2 - 3x - \frac{9}{8} = 0 \xrightarrow[x = -\frac{b}{2a}]{\Delta = 0} x = -\frac{3}{4}$$

$$m = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله: } -\frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \xrightarrow[x = -\frac{b}{2a}]{\Delta = 0} x = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$$

(صفه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی - معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓

۳

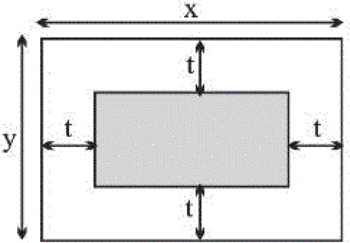
۲

۱

۵۰- گزینه «۱» «سؤال ۲۳۸ کتاب پرتکرار ریاضی ۱ مشابه این سوال است»

علت انتخاب: این سوال مشابه تمرین ۹ صفحه ۷۷ کتاب درسی است. یک سوال کاربردی از مبحث معادلات درجه دوم است. سوالات کاربردی همواره جذابیت خاصی برای طراحان سؤال امتحانات مدارس و کنکور دارند. با تیپ‌های مختلف آن‌ها آشنا شوید.

شکل فرضی زیر را رسم می‌کنیم. هدف محاسبه t است. طبق سوال $x \times y = ۳۶$ و $۲(x+y) = ۲۶$ است، پس:

$$\begin{aligned} x+y=۱۳ &\xrightarrow{y=\frac{۳۶}{x}} x+\frac{۳۶}{x}=۱۳ \xrightarrow{\times x} x^2+۳۶-۱۳x=0 \Rightarrow (x-۹)(x-۴)=0 \\ &\xrightarrow{x>y} x=۹, y=\frac{۳۶}{۹}=۴ \end{aligned}$$


از طرفی محیط قالی برابر است با:

$$۲ \times ((x-۲t) + (y-۲t)) = ۲۲ \Rightarrow ۹-۲t+۴-۲t=۱۱$$

$$\Rightarrow ۱۳-۴t=۱۱ \Rightarrow ۴t=۲ \Rightarrow t=۰/۵$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی - معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب: این سوال برای آشنایی دانش آموزان با مسائل دشوارتر رابطه

محاسبه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه انتخاب شده است. سوالات این

مبحث معمولاً به صورت معرفی دو مجموعه، اشتراک و متمم آن‌ها مطرح

می‌شود. این تیپ سوال در کتاب سه سطحی ریاضی ۱ فقط سه بار تکرار

شده است.

طبق صورت سوال داریم:

$$n(A \cap B) = \frac{1}{4}n(A) = \frac{5}{8}n(B) \Rightarrow n(B) = \frac{2}{5}n(A)$$

هم چنین طبق رابطه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A) + \frac{2}{5}n(A) - \frac{1}{4}n(A)$$

$$= \frac{20+8-5}{20}n(A) = 23$$

$$\Rightarrow \frac{23}{20}n(A) = 23 \Rightarrow n(A) = 20, n(A \cap B) = \frac{20}{4} = 5$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی - مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳✓

۲

۱

علت انتخاب: دلیل انتخاب این سوال آشنایی دانش آموزان با روابط بین

جملات دنباله حسابی است. دانش آموزان باید توجه داشته باشند که اگر

جملات دنباله حسابی m برابر شود، قدرنسبت دنباله هم m برابر می شود.

این تیپ سوال چندین بار در کتاب های آبی ریاضی ۱ و سه سطحی ریاضی ۱

تکرار شده است.

اگر $a, b, c, \dots$ جملات یک دنباله حسابی باشند، رابطه $2b = a + c$ برقرار

است. پس:

دنباله حسابی : $4 + x, -2x - 4, x, \dots$

$$2 \times (-2x - 4) = 4 + x + x \Rightarrow -4x - 8 = 2x + 4$$

$$\Rightarrow 6x = -12 \Rightarrow x = -2$$

دنباله حسابی : $4 - 2, -2(-2) - 4, -2, \dots \Rightarrow 2, 0, -2, \dots$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

۱۲۳- گزینه «۱» «سؤال ۱۵ کتاب سه سطحی ریاضی (مشابه این سوال است)»

علت انتخاب: سوال دارای ایده خلاقانه و ترکیبی است. در حل این سوال

علاوه بر روابط الگوهای هندسی و محاسبات توانی، لازم است دانش آموزان با

حاصل جمع اعداد فرد از یک تا $2n-1$ آشنا باشند.

۴۰- جمله اول دنباله هندسی را به صورت $a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{39}$

می نویسیم حاصل ضرب جملات با شماره زوج برابر است با:

$$a_1r \times a_1r^3 \times a_1r^5 \times \dots \times a_1r^{35} \times a_1r^{37} \times a_1r^{39} = 3^{20}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(a_1 \times a_1 \times \dots \times a_1)}_{20 \text{ تا}} \times r \times r^3 \times r^5 \times \dots \times r^{35} \times r^{37} \times r^{39} = 3^{20}$$

$$\Rightarrow a_1^{20} \times r^{1+3+5+\dots+35+37+39} = 3^{20}$$

نکته: مجموع اعداد صحیح فرد از یک تا $2n-1$ برابر با n^2 است. در این جا

$n=20$ است.

در نتیجه، حاصل $1+3+5+\dots+35+37+39$ برابر با $400 = 20^2$ است.

$$\Rightarrow a_1^{20} \times r^{400} = 3^{20} \Rightarrow (a_1r^{20})^{20} = 3^{20} \xrightarrow{\text{جملات مثبت}} a_1r^{20} = 3$$

از طرفی $a_{21} = a_1r^{20}$ است پس $a_{21} = 3$.

(صفحه های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی - مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

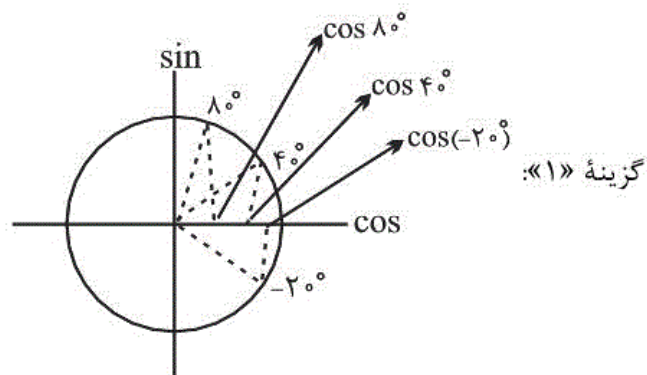
۲

۱ ✓

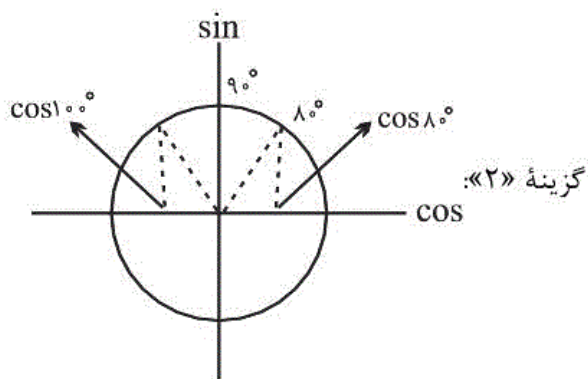
با توجه به دایره مثلثاتی و محل قرارگیری انتهای هر یک از کمان ها،

.....

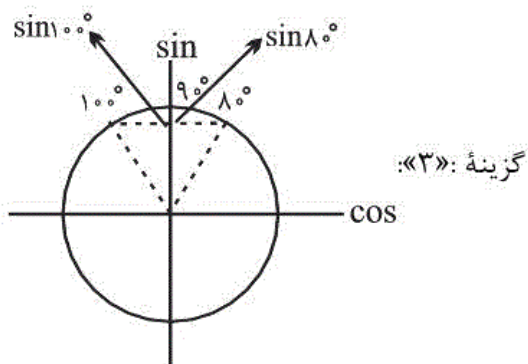
انتهای کمان بر روی محور x ها برابر با $\cos \alpha$ و تصویرش بر روی محور y ها برابر با $\sin \alpha$ است.



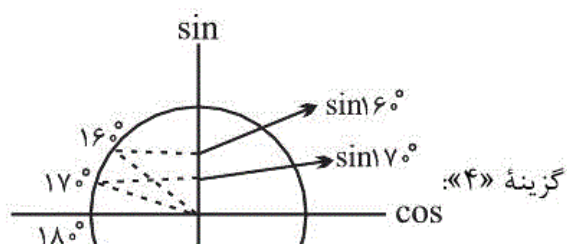
$$\cos 8^{\circ} < \cos 4^{\circ} < \cos(-2^{\circ})$$



$$\cos 1^{\circ} < \cos 9^{\circ} < \cos 8^{\circ}$$



$$\sin 8^{\circ} = \sin 1^{\circ} < \sin 9^{\circ} = 1$$



$$\sin 180^\circ < \sin 170^\circ < \sin 160^\circ$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب «درسی - مثلثات»)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۵- گزینه «۱» «سؤال ۱۸۴ کتاب سه‌سطحی ریاضی (مشابه این سوال است)»

علت انتخاب: سوال در سطح دشوار است و دارای ایده خلاقانه است. در حل

این سوال علاوه بر اتحادهای درجه ۳ و درجه ۲ از اتحاد مثلثاتی

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

سوال در کتاب سه‌سطحی ریاضی ۱ آمده است.

با استفاده از اتحادهای جبری $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ و

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$\frac{(\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin^2 \alpha)^2 + (\cos^2 \alpha)^2}$$

$$= \frac{[(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)] + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = 1$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ و ۶۲ تا ۶۷ کتاب «درسی - ترکیبی»)

۴

۳

۲

۱ ✓

علت انتخاب: هدف از انتخاب این سوال، ساده کردن توان های گویا و

عبارت های رادیکالی، تشخیص فرجه های زوج و فرد و مثبت و منفی بودن

عبارت زیر رادیکال است.

ابتدا توجه کنید که عبارت ها تعریف شده هستند. چون $2n$ زوج است، پس

زیر رادیکال یعنی a نامنفی است و چون $\sqrt[n]{a}$ در مخرج است، پس $a \neq 0$

است. پس در مجموع a مثبت است. طبق تساوی $\sqrt[n]{a} = \sqrt[2n]{a^2}$ ، داریم:

$$\frac{\sqrt[2n]{a}}{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{k+1}{n}} \Rightarrow \frac{\sqrt[2n]{a}}{\sqrt[2n]{a^2}} = a^{\frac{k+1}{n}} \Rightarrow \sqrt[2n]{\frac{a}{a^2}} = \sqrt[n]{a^{k+1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[2n]{\frac{1}{a}} = \sqrt[2n]{a^{2k+2}} \Rightarrow \frac{1}{a} = a^{2k+2} \Rightarrow a^{-1} = a^{2k+2} \Rightarrow 2k+2 = -1$$

$$\Rightarrow k = -\frac{3}{2} \Rightarrow k^2 + k = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

(صفحه های ۴۸ تا ۶۱ کتاب درسی - توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲

۱✓

علت انتخاب: این سوال برای آشنایی با محاسبات بر روی عبارت های رادیکالی،

فاکتورگیری و استفاده از اتحاد مربع مجموع دو جمله انتخاب شده است.

عبارت خواسته شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$\sqrt{x}\sqrt[4]{y} + \sqrt{y}\sqrt[4]{x} = \sqrt{x^2}\sqrt[4]{y} + \sqrt[4]{y^2}\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{xy}(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \quad (1)$$

$$\sqrt{xy} = 4 \Rightarrow \sqrt[4]{xy} = \sqrt{4} = 2 \quad (2)$$

$$A = \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} \Rightarrow A^2 = \sqrt{x} + \sqrt{y} + 2\sqrt[4]{xy} = 10 + 2 \times 2 = 14$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{14} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(3), (2), (1)} \sqrt{x}\sqrt[4]{y} + \sqrt{y}\sqrt[4]{x} = 2 \times \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$$

(صفحه های ۴۸ تا ۶۷ کتاب درسی - توان های کوبا و عبارت های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

علت انتخاب: گویا کردن مخرج کسرها یکی از مباحث مهمی است که

دانش‌آموزان باید با آن آشنا باشند. در حل این سوال از اتحاد چاق و لاغر

استفاده شده است.

ابتدا توجه کنید که:

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4, \quad \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \times 3} = 2\sqrt[3]{3}$$

$$\frac{4}{\sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{24}} = \frac{4}{4 - 2 \times 2\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{3}}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{3}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}} = \frac{1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{1 - 3} = \frac{1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{-2}$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۷ کتاب درسی - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

علت انتخاب: آشنایی با معادله درجه دوم و تعیین تعداد جواب‌های آن

براساس علامت Δ هدف از انتخاب این سوال بوده است.

برای آن که ریشه‌های معادله با هم برابر باشند، باید $\Delta = 0$ باشد.

$$(2a+1)^2 - 4 \times (-1)(-a^2 - 1) = 0 \Rightarrow 4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 4a - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی - معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

علت انتخاب: محاسبه دلتای معادله درجه دوم و انجام محاسبات جبری هدف

از انتخاب این سوال بوده است.

دلتای معادله را به دست می آوریم:

$$(b+1)^2 - 4 \times 2c = 25 \Rightarrow b^2 + 2b + 1 - 8c = 25$$

$$\Rightarrow b^2 + 2b - 8c = 24 \quad (1)$$

از طرفی ریشه معادله در آن صدق می کند، پس:

$$(-2)^2 + (b+1)(-2) + 2c = 0 \Rightarrow 4 - 2b - 2 + 2c = 0 \Rightarrow 1 - b + c = 0$$

$$\Rightarrow c = b - 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (1)}} b^2 + 2b - 8b + 8 = 24 \Rightarrow b^2 - 6b - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (b-8)(b+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=8 \xrightarrow{(2)} c=7 \Rightarrow b+c=15 \\ b=-2 \xrightarrow{(2)} c=-3 \Rightarrow b+c=-5 \end{cases}$$

(صفحه های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی - معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱ ✓