



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم ، معرفی مجموعه ها -

۷۱- چه تعداد از عبارتهای زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

- الف) سه عدد فرد بین ۱۰ و ۲۰
ب) بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد ۱۵۰ و ۴۰۲۰
پ) دمای هوای پنج روز گذشته شهر تهران
ت) افراد ۱۲ ساله
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷۲- تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های دو مجموعه A و B، برابر ۱۶ است. مجموع تعداد اعضای این دو مجموعه کدام است؟
(۱) ۹
(۲) ۱۶
(۳) ۴۸
(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

ریاضی نهم ، مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها -

۶۳- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x = x^2\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x = x^3\}$ باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱) $A \subset B$
(۲) $B \subset A$
(۳) $A = B$
(۴) $A \cap B = \emptyset$

ریاضی نهم ، مجموعه ها و احتمال

۶۴- از بین اعداد طبیعی زوج دو رقمی کوچک‌تر از ۵۰ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد مضرب ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{20}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{11}{24}$
(۴) $\frac{1}{3}$

ریاضی نهم ، عددهای گویا

۶۶- چند عدد طبیعی مانند a می‌توان یافت به طوری که به ازای آن، کسر کوچک‌تر از واحد $\frac{3a}{y_0}$ یک عدد اعشاری مختوم باشد؟

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) ۴
(۴) ۳

۷۳- کدام تعریف برای مجموعه اعداد گویا (Q) درست است؟ (N مجموعه اعداد طبیعی، Z مجموعه اعداد صحیح و W اعداد حسابی است.)

- (۱) $Q = \{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}\}$
(۲) $Q = \{\pm \frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{N}\}$
(۳) $Q = \{\pm \frac{a}{b} | a \in \mathbb{W}, b \in \mathbb{N}\}$
(۴) $Q = \{\pm \frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{W}\}$

۷۸- کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد اعشاری $\frac{0}{6}$ و $\frac{0}{7}$ قرار ندارد؟

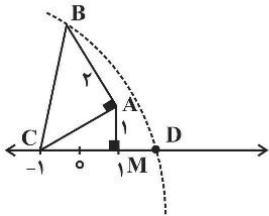
- (۱) $\frac{10}{15}$
(۲) $\frac{19}{30}$
(۳) $\frac{41}{60}$
(۴) $\frac{9}{12}$

ریاضی نهم ، عددهای حقیقی

۶۵- در صورتی که a و b اعداد گنگ باشند، چه تعداد از گزینه‌های زیر می‌توانند گویا باشند؟

(الف) $\frac{1}{\Delta a + b}$	(ب) $a^2 + b$	(پ) $\Delta a + 3$	(ت) ab	(ث) $\frac{3a}{b}$
۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)	

۷۴- در شکل زیر طول نقطه D کدام است؟ (کمان دایره به مرکز C و شعاع BC رسم شده است).



- (۱) $-1 + \sqrt{7}$
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۶۱- با توجه به مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$ ؛ چند تا از عبارتهای زیر درست است؟ (نگاه به گزینه)

(الف) $A \subseteq \mathbb{Q}$	(ب) $(2 - \sqrt{3}) \in A$	(پ) $A \subseteq W$	(ت) $A = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$
۳ (۱)	۲ (۲)	۱ (۳)	۴ (۴) صفر

ریاضی نهم ، قدر مطلق و محاسبه تقریبی

۶۴- حاصل عبارت $\sqrt{(-3x + \sqrt{10})^2} + \sqrt{(4x + \sqrt{x^2})^2}$ کدام است؟ ($x < -4$)

- (۱) $-\sqrt{10} + 8x$
- (۲) $-\sqrt{10} + 6x$
- (۳) $\sqrt{10} - 6x$
- (۴) $-\sqrt{10} + 2x$

۷۷- اگر $a > 0$ و $b < 0$ باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) $\frac{ a }{ b } = -\frac{a}{b}$	(۲) $ a^3 b^3 = -a^3 b^3$	(۳) $ a + b = a + b$	(۴) $ a^3 - b^3 = a^3 + b^3$
--------------------------------------	------------------------------	-------------------------	---------------------------------

ریاضی نهم ، استدلال

۶۷- کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۲) اگر در یک چهارضلعی قطرها با یکدیگر برابر باشند، چهارضلعی مستطیل است.
- (۳) اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند، چهارضلعی لوزی است.
- (۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند، چهارضلعی مربع است.

۷۵- با توجه به تساوی‌های زیر، کدام استدلال درست است؟

$5 + 3 = 8$
 $3 + 3 = 6$
 $7 + 5 = 12$

- (۱) مجموع دو عدد، همواره زوج است.
- (۲) مجموع دو عدد که یکی از آن‌ها ۳ باشد، همواره زوج است.
- (۳) مجموع دو عدد که حداقل یکی از آن‌ها فرد باشد، همواره زوج است.
- (۴) مجموع دو عدد فرد، همواره زوج است.

۷۰- برای رد کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقض مناسب است؟

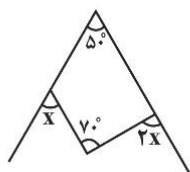
- (۱) هر سه نیمساز مثلث، درون آن به هم می‌رسند.
- (۲) حاصل تفریق هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- (۳) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، مثلثی متساوی‌الساقین نیز هست.
- (۴) همواره کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه، خط راستی است که دو نقطه را به یکدیگر متصل می‌کند.

۷۹- اگر هر سه زاویه داخلی یک مثلث تند باشد، آن گاه همواره ...

- (۱) محل برخورد ارتفاع‌های مثلث داخل مثلث است.
- (۲) محل برخورد نیمسازهای مثلث خارج مثلث است.
- (۳) مجموع دو ضلع این مثلث از ضلع سوم کوچک‌تر است.
- (۴) محل برخورد میانه‌های مثلث در خارج مثلث است.

ریاضی نهم ، آشنایی با اثبات در هندسه

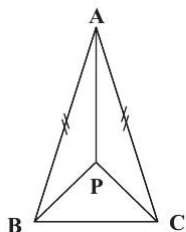
۷۶- در شکل زیر، مقدار X بر حسب درجه کدام است؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۳۵
- (۳) ۴۰
- (۴) ۴۵

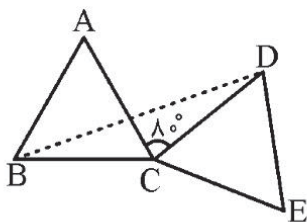
ریاضی نهم ، هم نهشتی مثلث ها

۸۰- در شکل زیر، $\hat{P}AC = \hat{P}AB$ و $AB = AC$ است. اگر $\hat{AP}C = 110^\circ$ ، آن گاه $\hat{P}BC$ چند درجه است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۷۰
- (۴) ۷۵

۶۸- در شکل روبه‌رو $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ و هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. اگر $\hat{ACD} = 80^\circ$ باشد، زاویه \hat{ABD} چند درجه است؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۴۰

۶۹- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به سه مثلث همنهشت تقسیم شده است. زاویه‌های هر مثلث همنهشت کدام است؟

- (۱) ۶۰, ۶۰, ۶۰
- (۲) ۳۰, ۳۰, ۱۲۰
- (۳) ۹۰, ۶۰, ۳۰
- (۴) ۹۰, ۴۵, ۴۵

-۷۱

(کتاب آبی)

عبارت‌های مربوط به «ب»، «پ» و «ت» یک مجموعه را مشخص می‌کنند ولی عبارت «الف» دارای عضوهای کاملاً مشخص نیست یعنی می‌توان ۳ عدد فرد سلیقه‌ای از اعداد ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ انتخاب کرد.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۲

(کتاب آبی)

فرض کنید تعداد عضوهای مجموعه A ، x تا بیش‌تر از تعداد اعضای مجموعه B باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} 2^{n(A)} - 2^{n(B)} &= 16 \Rightarrow 2^{n(B)+x} - 2^{n(B)} = 2^4 \\ \Rightarrow 2^{n(B)}(2^x - 1) &= 2^4 \Rightarrow 2^x - 1 = 2^4 \div 2^{n(B)} = 2^{4-n(B)} \end{aligned}$$

می‌دانیم $(2^x - 1)$ عددی فرد است $(x \in \mathbb{N})$. زیرا با جای‌گذاری هر عضو از اعداد طبیعی به جای x ، مقداری فرد به‌دست خواهد آمد.

تنها حالتی که $2^{4-n(B)}$ برابر با عددی فرد می‌شود، حالتی است که $x = 1$ باشد. زیرا:

$$2^0 = 1$$

در نتیجه: $2^{4-n(B)} = 1$ پس: $n(B) = 4$ ، بنابراین $n(A) = 4 + 1 = 5$ و $n(A) + n(B) = 5 + 4 = 9$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

از آن جاکه $0^3 = 0$, $1^3 = 1$, $(-1)^3 = -1$ است، داریم:

$$A = \{0, 1, -1\}$$

هم چنین $0^2 = 0$, $1^2 = 1$ اما $(-1)^2 = 1$ است، بنابراین:

$$B = \{0, 1\}$$

در نتیجه $B \subset A$ و گزینه «۲» درست است.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

فضای نمونه‌ای برای انتخاب عدد برابر است با:

$$S = \{10, 12, 14, \dots, 48\} \Rightarrow n(S) = 20$$

A مجموعه اعداد مضرب ۳ که از مجموعه S انتخاب می‌شود:

$$A = \{12, 18, 24, \dots, 48\} \Rightarrow n(A) = 7$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{7}{20}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱✓

$$a \in \mathbb{N}$$

$$0 < \frac{3a}{70} < 1 \Rightarrow 0 < 3a < 70 \Rightarrow 1 \leq a \leq 23$$

$$\frac{3a}{70} = \frac{3a}{2 \times 5 \times 7} \xrightarrow[\text{با شرط } 1 \leq a \leq 23]{\text{باید } a \text{ مضربی از } 7 \text{ باشد}} a \in \{7, 14, 21\}$$

(عددهای منطقی، صفحه ۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

می‌دانیم که تعریف اعداد گویا به صورت $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$ است.

بنابراین در صورت کسر عدد صفر، همه اعداد منفی و مثبت صحیح قرار دارند

ولی مخرج کسر شامل صفر نمی‌شود و تعریف موجود در گزینه ۳ نیز گویای

همین مطلب است.

(عددهای حقیقی، صفحه ۲۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سه سطحی)

-۷۸

$$\left. \begin{array}{l} 0/6 = \frac{6}{10} = \frac{36}{60} \\ 0/7 = \frac{7}{10} = \frac{42}{60} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{10}{15} = \frac{40}{60}, \frac{19}{30} = \frac{38}{60}, \frac{9}{12} = \frac{45}{60} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{60} < \frac{38}{60} < \frac{40}{60} < \frac{41}{60} < \frac{42}{60} < \frac{45}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{10} < \frac{19}{30} < \frac{10}{15} < \frac{41}{60} < \frac{7}{10} < \frac{9}{12}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

سعی می‌کنیم، برای هر کدام از عبارت‌ها، a و b عدد گنگی مثال بزنیم، به طوری که حاصل عددی گویا شود.

$$\text{الف) } a = \sqrt{5}, b = -5\sqrt{5} + 2 \rightarrow \frac{1}{5\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } a = \sqrt{\sqrt{2}}, b = -\sqrt{2} \rightarrow (\sqrt{\sqrt{2}})^2 - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$\text{ت) } a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2} \rightarrow a \times b = 2$$

$$\text{پ) } a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2} \rightarrow \frac{3a}{b} = 3$$

عبارت «پ» همواره عددی گنگ است.

(عددهای حقیقی، صفحه ۲۳)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

-۷۴

بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\Delta AMC: AC^2 = (2)^2 + (1)^2 = 5 \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

$$\Delta ABC: BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (2)^2 = 9 \Rightarrow BC = CD = 3$$

$D: -1 + 3 = 2$ از آنجایی که مرکز دایره نقطه (-1) است، بنابراین:

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴

۳✓

۲

۱

بررسی عبارات:

الف) $A \subseteq \mathbb{Q} : x \in \mathbb{R}$ ، یعنی اعضای A وجود دارد که هم گویا و هم گنگ است. پس A الزاماً زیرمجموعه \mathbb{Q} نیست. \times

ب) $\sqrt{3} \approx 1/7$ است، پس $0/3 \approx (2 - \sqrt{3})$ است و این عدد عضو A است. \checkmark

پ) $A \subseteq \mathbb{W}$: عدد -1 عضو A هست اما در مجموعه اعداد حسابی (\mathbb{W}) جایی ندارد. \times

ت) $A = \{-1, 0, 1, \dots\}$: اعداد عضو A عضوی از \mathbb{R} هستند، یعنی شامل اعداد گویا و گنگ (حقیقی) هستند نه فقط اعداد صحیح. \times

(عددهای موقیقی، صفدهای ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

(محمد پیرهادی)

-۶۴

می‌دانیم که $\sqrt{a^2} = |a|$ بنابراین با توجه به $x < -4$ داریم:

$$\sqrt{(-3x + \sqrt{10})^2} = |-3x + \sqrt{10}| = -3x + \sqrt{10}$$

$$\sqrt{(4x + \sqrt{x^2})^2} = |4x + |x|| = |4x - x| = -3x$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(-3x + \sqrt{10})^2} + \sqrt{(4x + \sqrt{x^2})^2} &= -3x + \sqrt{10} - 3x \\ &= -6x + \sqrt{10} \end{aligned}$$

(عددهای موقیقی، صفدها ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

$$|b| = -b, |b^3| = -b^3$$

$$\frac{|a|}{|b|} = -\frac{a}{b}$$

چون b منفی است، بنابراین گزینه «۳» نادرست است.

$$|a| + |b| = a - b$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۷

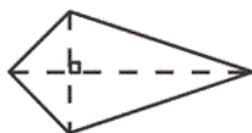
(محمدعلی جعفری)

برای رد کردن گزینه‌های دیگر به ترتیب از مثال نقض استفاده می‌کنیم؛ مثالی که نتیجه موجود در گزینه را نقض کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در دوزنقه متساوی‌الساقین نیز قطرها با یک‌دیگر برابرند.

گزینه «۳»: در کایت (شکل روبه‌رو) اقطار برهم عمودند.



گزینه «۴»: لوزی چهارضلعی‌ای است که اضلاع آن با هم برابرند اما می‌دانیم

که هر لوزی مربع نیست. چون لزوماً تمام زاویه‌های لوزی ۹۰ درجه نیست.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

راه حل اول: می‌توان با آزمایش و خطا دو عدد فرد را با یکدیگر جمع کرد و نتایج را بررسی نمود:

$$۱ + ۳ = ۴$$

$$۷ + ۱۱ = ۱۸$$

$$۹ + ۹ = ۱۸$$

$$۱۷ + ۳ = ۲۰$$

راه حل دوم: فرض می‌کنیم a و b دو عدد فرد باشند، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a = 2k + 1 \\ b = 2k' + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 2k + 1 + 2k' + 1 \\ = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1)$$

چون عبارت حاصل بر عدد ۲ بخش پذیر است، پس $a + b$ (مجموع دو عدد فرد) همواره زوج است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آرمان و کیلی)

-۷۰

$$\text{مثال نقض: } \underbrace{(۳ + \sqrt{۵})}_{\text{عدد گنگ}} - \underbrace{(۲ + \sqrt{۵})}_{\text{عدد گنگ}} = \underbrace{\quad}_{\text{عدد گویا}}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر هر سه زاویه داخلی مثلث تند باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث خواهد بود. محل برخورد ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه و محل برخورد ارتفاع‌های مثلثی که یک زاویه باز دارد، خارج از مثلث قرار دارد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

-۷۶

مجموع زوایای هر ۴ ضلعی محدب 360° درجه است. پس داریم:

$$50^\circ + 70^\circ + (180^\circ - 2x) + (180^\circ - x) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 120^\circ - 3x = 0 \Rightarrow x = 40^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سه‌سطمی)

-۸۰

$$\left\{ \begin{array}{l} AP = AP \\ AB = AC \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle PAC \cong \triangle PAB$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{PAC} = \hat{PAB} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \hat{APC} = \hat{APB} = 110^\circ$$

$$BP = CP \Rightarrow \hat{PBC} = \hat{PCB}$$

از طرفی: $\hat{APC} + \hat{APB} + \hat{BPC} = 360^\circ$ ، در نتیجه:

$$\hat{BPC} = 360^\circ - (110^\circ + 110^\circ) = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{PBC} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \Rightarrow \hat{PBC} = 20^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به این که دو مثلث هم‌زهشت هستند، پس $BC = CD$ و مثلث BCD متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\hat{BCD} = 80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$$

$$\hat{DBC} = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ$$

$$\hat{ABD} = \hat{ABC} - \hat{DBC} = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

 ۴

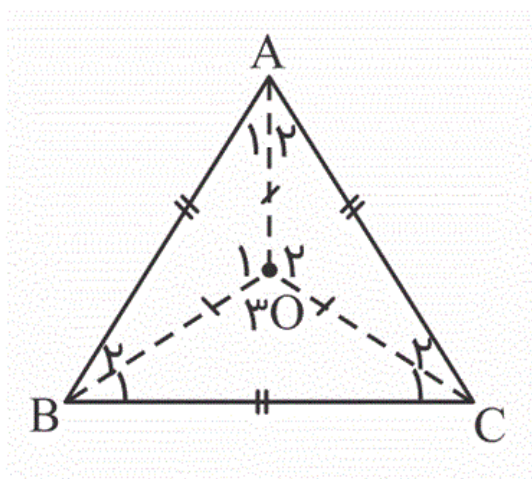
 ۳

 ۲

 ۱

(آرمان و کیلی)

-۶۹



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱