



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...**

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

<https://t.me/riazisara>



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



ریاضی پایه ، آمار و احتمال -

۱۰۱- علی با وزن ۷۰kg در دسته نیمه سنگین مسابقات کشتی المپیاد ورزشی به مقام دوم مسابقات دست یافت. وزن علی و مقام

او در مسابقات به ترتیب چه نوع متغیرهایی هستند؟

- (۱) کمی پیوسته - کمی گسسته
(۲) کمی پیوسته - کیفی ترتیبی
(۳) کمی گسسته - کیفی اسمی
(۴) کیفی ترتیبی - کیفی اسمی

۱۰۲- چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

الف) اولین قدم در استفاده از علم آمار جمع آوری داده‌هاست.

ب) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

ج) به تعداد اعضای جامعه، اندازه نمونه می‌گویند.

د) اندازه نمونه کم‌تر از اندازه جامعه نیست.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۸- در داده‌های مثبت روبه‌رو، اگر ضریب تغییرات با دامنه تغییرات برابر باشد، میانه کدام است؟

$x, 2x, 3x, 3x, x$

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ریاضی پایه ، آمار و احتمال

۱۰۹- اختلاف مقادیر ۷ داده از میانگین آن‌ها اعداد متمایز، متوالی و صحیح هستند. انحراف معیار داده‌ها چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۱۱۰- یک سری داده‌های آماری، شش عدد طبیعی یک رقمی هستند. حداکثر انحراف معیار آن‌ها چه قدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) ۶۴

۱۰۳- اگر میانگین ۸ داده آماری برابر ۱۲ باشد و داده ۲۰ را حذف کنیم و به جای آن داده ۱۲ قرار دهیم، میانگین داده‌های جدید

کدام است؟

- (۱) $10\frac{1}{5}$ (۲) ۱۱ (۳) $11\frac{1}{5}$ (۴) ۱۰

۱۰۴- در داده‌های آماری روبه‌رو، واریانس داده‌های مابین چارک اول و چارک سوم کدام است؟

۱, ۹, ۲, ۴, ۱, ۴, ۲, ۵, ۷, ۸, ۱, ۸

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۰۵- داده‌های $X_i = 6, 6, 8, 8, 9, 11$ مفروض هستند. ضریب تغییرات داده‌های $U_i = 10X_i + 5$ تقریباً کدام است؟
 (۱) ۰/۱۷ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۳

۱۰۶- در داده‌های مرتب‌شده $1-3a$ و $a+2$ و a و $\frac{a}{3}$ میانه و میانگین با هم برابر است؛ دامنه تغییرات کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۷- واریانس ۹ داده آماری با میانگین ۱۵ برابر $\frac{2}{5}$ است. اگر داده ۱۵ را در کنار این داده‌ها قرار دهیم، ضریب تغییرات این ۱۰ داده آماری کدام است؟
 (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۱

ریاضی پایه - آشنا ، آمار و احتمال

۱۱۴- نوع متغیرهای آماری «طول قد دانش آموزان، میزان دمای هوا بر حسب درجه سانتی‌گراد، تعداد بیماران مراجعه کننده به پزشک، میزان هوش (بالا، متوسط، پایین)» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
 (۱) کمی گسسته، کمی گسسته، کمی گسسته، کیفی اسمی.
 (۲) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته، کیفی ترتیبی.
 (۳) کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته، کیفی اسمی.
 (۴) کمی پیوسته، کمی پیوسته، کمی گسسته، کیفی ترتیبی.

ریاضی پایه - آشنا ، آمار و احتمال

۱۱۵- در ۲۰ داده آماری مجموع اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است. اگر مجموع مجزورات اختلاف داده‌ها از ۱۲ برابر ۱۸۰ باشد، ضریب تغییرات چند درصد است؟
 (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۳/۳

۱۱۶- پس از حذف داده‌های بیشتر از چارک سوم و کمتر از چارک اول در داده‌های زیر، تفاضل دامنه تغییرات داده‌های جدید از دامنه تغییرات داده‌های اولیه کدام است؟
 ۱، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۸، ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۰، ۳
 (۱) ۱۳ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۷

۱۱۷- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید تقریباً کدام است؟
 (۱) ۹/۲۵ (۲) ۹/۳۶ (۳) ۹/۵۲ (۴) ۹/۶۳

۱۱۸- به ۲ برابر هر یک از ۱۰ داده آماری موجود، ۱۰ واحد اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود. مجموع داده‌های اولیه کدام است؟
 (۱) ۳۱ (۲) ۲۵ (۳) ۴۶ (۴) ۷۵

۱۱۹- اگر میانگین ۹ عدد ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷ و a ، برابر ۱۳ باشد، میانه آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۲۰- پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس $\frac{7}{6}$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه

یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{3}{50}$ (۳) $\frac{3}{25}$ (۴) $\frac{3}{20}$

۱۱۱- در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ از بین آنها

حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، تقریباً کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{72}$ (۲) $\frac{14}{81}$ (۳) $\frac{15}{33}$ (۴) $\frac{16}{66}$

۱۱۲- اگر دامنه تغییرات داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۰، ۸، ۱۱، ۱۴، ۶، a ، ۱۲، ۱۳ برابر ۱۵ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a

کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۶۴ (۳) ۴۸ (۴) ۲۶

۱۱۳- در یک نمونه‌گیری آماری تعداد داده‌ها ۱۰ و مجموع مربعات تفاضل داده‌ها از میانگین برابر $\frac{14}{4}$ است. اگر ضریب تغییرات

داده‌ها ۴ درصد باشد، میانگین آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۰

ریاضی ۳، مثلثات

۹۳- مساحت متوازی‌الاضلاعی با قطرهای به طول ۱۴ و ۸ سانتی‌متر که زاویه بین دو قطر آن 120° باشد، کدام است؟

- (۱) $32\sqrt{2}$ (۲) $28\sqrt{3}$ (۳) $32\sqrt{3}$ (۴) $28\sqrt{2}$

ریاضی ۳، تابع

۹۹- اگر برد تابع $f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right] + 3$ به صورت بازه $[a, b]$ باشد، آن‌گاه $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

ریاضی ۳، تابع

۹۸- نمودار تابع $f(x) = x|2x| - 4x$ در فاصله $[-a, a]$ یک‌به‌یک است. بیش‌ترین مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۱

۹۴- اگر $f^{-1} = \{(2,1), (2,-1), (4,3)\}$ و $g(x) = x^3 + x$ باشد، حاصل $g^{-1}(f(-1))$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۳

ریاضی ۳، مثلثات

۹۵- برد تابع $y = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} + 2x)}{\sin x}$ کدام است؟
 (۱) $[-1, 1]$ (۲) $(0, 1] \cup [-1, 0)$ (۳) $\{0\} - [-2, 2]$ (۴) $(-2, 2)$

۹۶- حاصل عبارت $f(x) = \frac{8 \cos 2x \cos 4x}{\tan x + \cot x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{48}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

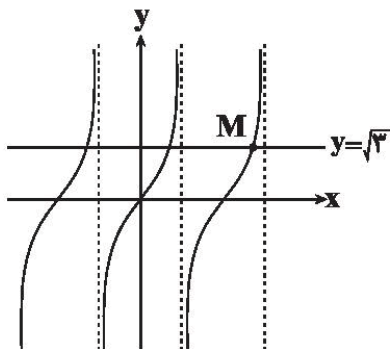
۹۷- تمام جواب‌های معادله $\cos 4x + \cos 2x = 0$ به صورت $x = k\pi + \frac{i\pi}{6}$ است. مجموعه کل مقادیر قابل قبول برای i کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
 (۱) $\{7, 5\}$ (۲) $\{5, 3, 1\}$ (۳) $\{1, 3, 5\}$ (۴) $\{1, 5\}$

۱۰۰- مجموع جواب‌های معادله $(3 \sin^2 x - 1)(3 \sin^2 x - 2)(3 \sin^2 x - 3) \dots (3 \sin^2 x - 100) = 0$ در $[0, 2\pi]$ کدام است؟
 (۱) 9π (۲) 10π (۳) 8π (۴) 21π

۹۱- در کدام تابع زیر، ماکزیمم تابع از مینیمم آن ۵ واحد بیش‌تر بوده و دوره تناوب آن $\frac{1}{3}$ است؟

(۱) $y = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \sin(2\pi x)$ (۲) $y = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \sin(6x)$
 (۳) $y = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cos(6\pi x)$ (۴) $y = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \cos(6\pi x)$

۹۲- با توجه به نمودار تابع $y = \tan x$ و خط $y = \sqrt{3}$ ، طول نقطه M کدام است؟



- (۱) $\frac{\pi}{3}$
 (۲) $\frac{4\pi}{3}$
 (۳) $\frac{\pi}{6}$
 (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۱۰۱- گزینه «۲»

(سعید تن آرا)

وزن یک متغیر کمی پیوسته است. مقام و رتبه که با شماره گذاری مشخص می شود در حقیقت کیفی ترتیبی است و این اعداد صرفاً نشان دهنده جایگاه ورزشکار می باشند.

۴

۳

۲✓

۱

۱۰۲- گزینه «۳»

(مهمدرس سلامی مسینی)

ج و د غلط است.

ج: به تعداد اعضای جامعه ، اندازه جامعه می گویند.

د: اندازه نمونه کم تر از اندازه جامعه یا مساوی آن است.

(آمار) (ریاضی ، ا. صفحه های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

۱۰۸- گزینه «۱»

(سعید تن آرا)

ابتدا داده ها را مرتب سازی کرده و سپس ضریب تغییرات و دامنه تغییرات را مساوی قرار می دهیم:

$$x, x, 2x, 3x, 3x$$

$$\bar{x} = \frac{10x}{5} = 2x$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{x^2 + x^2 + 0^2 + x^2 + x^2}{5}} = \sqrt{\frac{4x^2}{5}} = \frac{2x}{\sqrt{5}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{2x}{\sqrt{5}}}{2x} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

لذا ضریب تغییرات برابر $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ به دست می آید.

از طرفی دامنه تغییرات برابر $R = 3x - x = 2x$ می باشد؛ در نتیجه:

$$2x = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

در داده های مسأله، میانه (داده وسط) برابر $2x$ است. $\bar{x} = 2x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ میانه

(آمار) (ریاضی ، ا. صفحه های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱✓

۱۰۹- گزینه «۲»

(وهاب نادری)

با توجه به این که مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است لذا اختلاف از میانگین‌ها به صورت ۳، ۲، ۱، ۰، -۱، -۲، -۳ است.

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + (1)^2 + (2)^2 + (3)^2}{7}} \\ &= \sqrt{\frac{28}{7}} = \sqrt{4} = 2\end{aligned}$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۷ تا ۱۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۱۰- گزینه «۱»

(وفیر ون آباری)

برای این که بیش‌ترین پراکندگی و واریانس و انحراف معیار داشته باشیم داده‌ها را سه تا یک و سه تا ۹ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}\bar{x} = 5 \Rightarrow \sigma &= \sqrt{\frac{(1-5)^2 \times 3 + (9-5)^2 \times 3}{6}} = \sqrt{\frac{48 + 48}{6}} \\ \sigma &= \sqrt{16} = 4\end{aligned}$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۷ تا ۱۶۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۳- گزینه «۲»

(محمدرضا مرسنی)

۹۶ = مجموع داده‌ها $\Rightarrow$ $\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{8} = 12$: میانگین قدیم
مجموع جدید ۸ واحد کم‌تر است و برابر ۸۸ می‌شود:

$$\text{میانگین جدید} = \frac{88}{8} = 11$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۴- گزینه «۴»

(سپهر ولی زاده)

۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۷, ۸, ۸, ۹ → مرتب سازی داده ها

۲, ۲, ۴, ۴, ۵, ۷ ⇒ داده های ما بین چارک اول و سوم

$$\bar{x} = \frac{2+2+4+4+5+7}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\delta^2 = \frac{4+4+0+0+1+9}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۵۳ تا ۱۶۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۰۵- گزینه «۲»

(علی رستمی مهر)

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده ها را به دست می آوریم:

$$\bar{X} = \frac{6+6+8+8+9+11}{6} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (11-8)^2}{6}$$

$$= 3 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3}$$

داده ها ۱۰ برابر شده و با عدد ۵ جمع شده اند در نتیجه انحراف معیار نیز ۱۰ برابر شده و میانگین علاوه بر ۱۰ برابر شدن با عدد ۵ نیز جمع می شود.

$$CV_{10 \cdot X_i + 5} = \frac{10 \sigma_x}{10 \bar{X} + 5} = \frac{10 \sqrt{3}}{10(8) + 5} \simeq \frac{10 \times 1.7}{85} = \frac{17}{85} = 0.2$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۵۳ تا ۱۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۶- گزینه «۳»

(رضا سیدنیفی)

در داده‌های مرتب‌شده $a-1$ و $a+2$ و a و $\frac{a}{2}$ با توجه به این که تعداد داده‌ها زوج می‌باشد بنابراین میانه برابر است با:

$$\text{میانه} = \frac{a+a+2}{2} = a+1$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{a}{2} + a + a + 2 + 3a - 1}{4} = \frac{\frac{11a}{2} + 1}{4} = \frac{11a}{8} + \frac{1}{4}$$

$$a+1 = \frac{11a}{8} + \frac{1}{4}$$

آن‌گاه داریم:

$$\Rightarrow 8a + 8 = 11a + 2 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$R = 3a - 1 - \frac{a}{2} = \frac{5a}{2} - 1 \xrightarrow{a=2} 5 - 1 = 4$$

پس:

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۰۷- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

$$\delta^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_9 - 15)^2}{9} = 2/5$$

$$\Rightarrow (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_9 - 15)^2 = 22/5$$

با اضافه کردن عدد ۱۵، میانگین تغییری نمی‌کند.

$$\delta^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1 - 15)^2 + \dots + (x_9 - 15)^2 + (15 - 15)^2}{10}$$

$$= \frac{22/5 + 0}{10} = 2/25$$

$$\Rightarrow \delta_{\text{جدید}} = 1/5$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{1/5}{15} = 0/1$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۱۴- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

طول قد دانش‌آموزان و میزان دمای هوا متغیرهای کمی پیوسته هستند. تعداد بیماران مراجعه کننده به پزشک یک متغیر کمی گسسته و میزان هوش که به صورت (بالا، متوسط، پایین) طرح می‌شود، یک متغیر کیفی ترتیبی است.

(آمار) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۱۵- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

$\bar{x} = 12 \Rightarrow$ مجموع اختلاف داده‌ها از ۱۲ صفر است.

$$\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2 = 180$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 12)^2}{20} = \frac{180}{20} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲✓

۱

۱۱۶- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 10, 11, 15, 17 \Rightarrow R_1 = 17 - 1 = 16$$

$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$

چارک اول، میانه نیمه اول داده‌ها و چارک سوم میانه نیمه دوم داده‌هاست.

$$5, 6, 7, 8, 8, 10 \Rightarrow R_2 = 10 - 5 = 5$$

داده‌ها پس از حذف:

بنابراین اختلاف بین دو دامنه تغییرات برابر با $11 = 16 - 5$ است.

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۶، ۱۵۷ و ۱۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$\text{واریانس} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{18}$$

$$\Rightarrow (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 18 \times 9 = 162$$

چون میانگین سه داده آماری اضافه شده برابر ۲۵ است
 $(\frac{20+27+28}{3} = 25)$ بنابراین میانگین داده‌های جدید همان ۲۵ است.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{21} \\ &= \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} \simeq 9.52 \end{aligned}$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳✓

۲

۱

۱۱۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

فرض کنید $\bar{X}$ میانگین داده‌های اولیه و σ انحراف معیار آن‌ها باشد.
 میانگین دو برابر به اضافه ۱۰ می‌شود:
 $\bar{X}_{\text{جدید}} = 2\bar{X}_{\text{قدیم}} + 10$
 انحراف معیار ۲ برابر می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{1}{3} CV_{\text{قدیم}} \Rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{X} + 10} = \frac{1}{3} \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

$$\Rightarrow 6\bar{X} = 2\bar{X} + 10 \Rightarrow 4\bar{X} = 10 \Rightarrow \bar{X} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{X_1 + \dots + X_{10}}{10} = \bar{X} \Rightarrow X_1 + \dots + X_{10} = 10 \times \frac{10}{4} = 25$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲✓

۱

میانگین ۹ عدد برابر ۱۳ است. بنابراین:

$$\frac{a+7+10+14+11+16+18+9+20}{9} = 13$$

$$\Rightarrow 105 + a = 117 \Rightarrow a = 12$$

با مرتب کردن داده‌ها داریم:

$$7, 9, 10, 11, \boxed{12}, 14, 16, 18, 20$$



میانه

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۵)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی)

واریانس ۱۵ داده، ۱۲ است، پس با توجه به فرمول واریانس، خواهیم داشت:

$$12 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 = 180$$

و واریانس ۱۰ داده دیگر برابر ۷/۶ است، لذا:

$$7/6 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_{10} - \bar{y})^2}{10}$$

$$\Rightarrow (y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_{10} - \bar{y})^2 = 76$$

از آن جا که طبق فرض $\bar{x} = \bar{y}$ ، می‌توان نوشت:

$$\sigma^2 = \frac{180 + 76}{15 + 10} = \frac{256}{25} \Rightarrow \sigma = \frac{16}{5} = 3.2$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

میانگین داده‌ها بعد از حذف داده‌های ناجور:

$$\bar{x} = \frac{25 \times 30 - (50 + 45 + 15 + 10)}{25 - 4} = \frac{750 - 120}{21} = \frac{630}{21} = 30$$

با حذف داده‌ها، میانگین تغییری نکرد، بنابراین برای محاسبه واریانس داده‌های باقیمانده، کافی است جملات مربوط به داده‌های ناجور را از واریانس حذف کنیم:

$$\sigma^2 = (8)^2 = 64$$

$$(\sigma')^2 = \frac{64 \times 25 - [(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2]}{25 - 4}$$

$$= \frac{1600 - 1250}{21} = \frac{350}{21} = 16 \frac{6}{7}$$

(آمار)، (ریاضی)، (صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۱۲- گزینه ۱»

(کتاب آبی)

اگر $6 \leq a \leq 17$ ، آنگاه دامنه تغییرات داده‌های زیر:

$$13, 12, a, 6, 14, 11, 8, 10, 15, 17$$

$$17 - 6 = 11$$

برابر است با:

که این مقدار با فرض سوال که دامنه تغییرات را برابر ۱۵ در نظر گرفته است، متناقض است، پس دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$R = 15 \Rightarrow 17 - a = 15 \Rightarrow a = 2 \quad (1) \text{ } a \text{ کوچک‌ترین داده باشد:}$$

$$R = 15 \Rightarrow a - 6 = 15 \Rightarrow a = 21 \quad (2) \text{ } a \text{ بزرگ‌ترین داده باشد:}$$

پس a یا برابر با دو است یا ۲۱، پس حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a ، برابر است با $2 \times 21 = 42$.

(آمار)، (ریاضی)، (صفحه‌های ۱۵۶ و ۱۵۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

با توجه به مفروضات مسأله داریم:

$$\sigma^2 = \frac{14/4}{10} = 1/44 \Rightarrow \sigma = 1/2$$

از طرفی با توجه به رابطه ضریب تغییرات داریم:

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{4}{100} = \frac{1/2}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1/2 \times 100}{4} = 30$$

(آمار) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

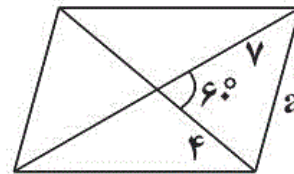
۴ ✓

۳

۲

۱

(مسئله معفریان)



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = 4 \times 7\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی فافیان)

می‌دانیم: $0 \leq x - [x] < 1$. بنابراین داریم:

$$f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right] + 3 = 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) + 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right] < 1 \xrightarrow{\times 5} 0 \leq 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) < 5$$

$$\xrightarrow{+3} 3 \leq R_f < 8$$

$$a = 3, b = 8 \Rightarrow b - a = 8 - 3 = 5$$

در نتیجه:

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳

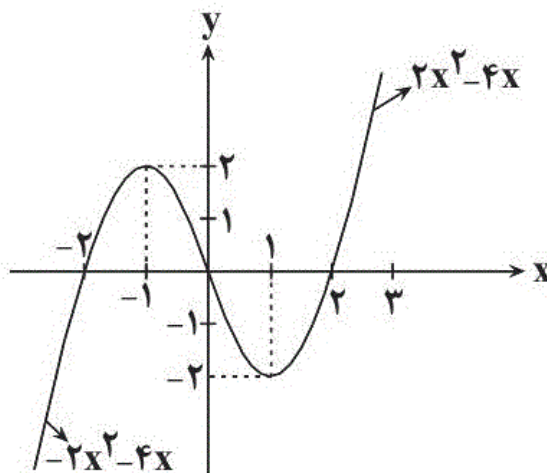
۲ ✓

۱

اول نمودار تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = x|2x| - 4x = \begin{cases} 2x^2 - 4x & x \geq 0 \\ -2x^2 - 4x & x < 0 \end{cases}$$

مطابق شکل نمودار تابع در فاصله $[-1, 1]$ یک‌به‌یک است. پس بیش‌ترین مقدار a برابر ۱ می‌باشد.



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$f^{-1}(2) = -1$ است پس $f(-1) = 2$ می‌شود. ما حاصل $g^{-1}(f(-1))$ یعنی

$g^{-1}(2)$ را می‌خواهیم. پس باید $g(x)$ را برابر ۲ بگذاریم:

$$g(x) = x^3 + x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow g(1) = 2 \Rightarrow g^{-1}(2) = 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲ تا ۲۶)

۴

۳

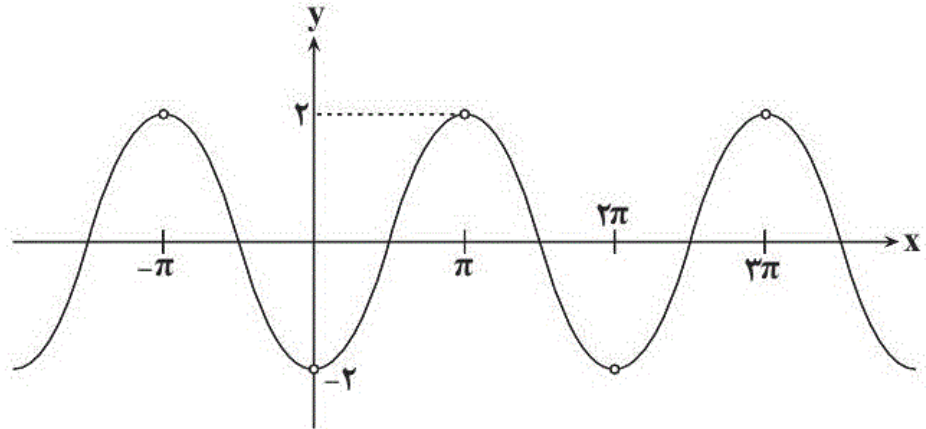
۲

۱ ✓

عبارت را با رعایت دامنه ساده می‌کنیم:

$$y = \frac{-\sin 2x}{\sin x} = \frac{-2 \sin x \cos x}{\sin x} = -2 \cos x$$

$\sin x \neq 0$



از نمودار، برد تابع $(-2, 2)$ به دست می‌آید.

(مثلاًت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$

$$f(x) = \frac{8 \cos 2x \cos 4x}{\sin 2x} = \frac{8}{2} \frac{\sin 2x \cos 2x \cos 4x}{\frac{1}{2} \sin 4x}$$

$$f(x) = \frac{8}{4} \sin 4x \cos 4x = \frac{8}{4} \times \frac{1}{2} \sin 8x = \sin 8x$$

$$f\left(\frac{\pi}{48}\right) = \sin\left(8 \times \frac{\pi}{48}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

(مثلاًت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\cos 2x = t \Rightarrow \cos 4x = 2t^2 - 1$$

$$\cos 4x + \cos 2x = 0 \Rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{3\pi}{6}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow i \in \{1, 2, 5\}$$

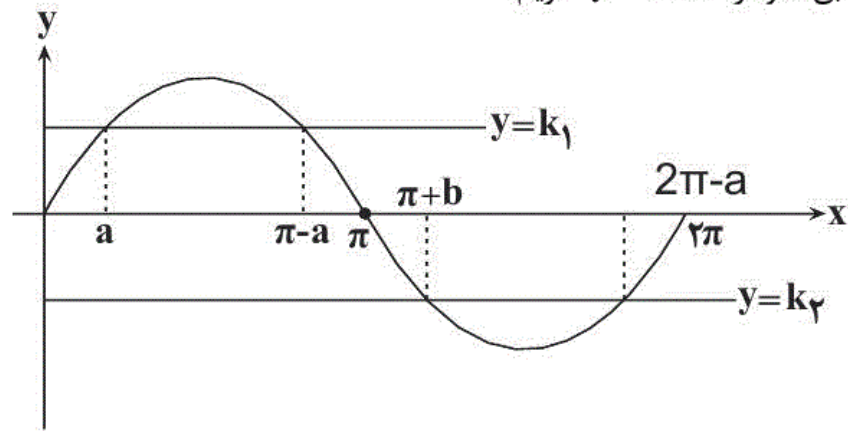
(مثال‌ات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق نمودار $y = \sin x$ داریم:مجموع جواب‌های معادله $\sin x = k_1 > 0$ در $[0, 2\pi]$ می‌باشد.مجموع جواب‌های معادله $\sin x = k_2 < 0$ در $[0, 2\pi]$ می‌باشد.

$$(\sqrt{3} \sin^2 x - 1)(\sqrt{3} \sin^2 x - 2) \dots (\sqrt{3} \sin^2 x - 100) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x = -\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} \text{ قابل قبول نمی‌باشد.}$$

⋮

پس مجموع جواب‌ها $4\pi + 4\pi + 2\pi = 10\pi$ است.

(مثال‌ات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۴

۳

۲✓

۱

۹۱- گزینه «۳»

(مفسر جعفریان)

در گزینه «۳» داریم:

$$\begin{cases} \text{Max} = \frac{3}{2} + \left| -\frac{5}{2} \right| = 4 \\ \text{Min} = \frac{3}{2} - \left| -\frac{5}{2} \right| = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = 4 - (-1) = 5$$

$$T = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$$

(مثال‌ات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶، ۴۰ و ۴۱)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۹۲- گزینه «۲»

(ممبرجوار مفسری)

M دومین نقطه مثبت است که در آن مقدار تانژانت برابر $\sqrt{3}$ می‌شود.

$$\tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots \right\}$$

$$x_M = \frac{4\pi}{3}$$

(مثال‌ات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱