سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

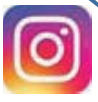
نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۱- به ازای چند عدد صحیح n، رابطهٔ $n^3 \mid n^2 + 4$ برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

۱۱۲- اگر در تقسیم اعداد ۳۴۵ و ۲۴۵ برعدد طبیعی b، باقی‌مانده‌ها به‌ترتیب برابر ۹ و ۵ باشد، آنگاه بیش‌ترین مقدار b کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۱۸ ۴) ۹۶

۱۱۳- اگر $x^3 - x$ بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد، تفاضل بیشترین و کمترین عدد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

۱) ۸۱ ۲) ۷۸ ۳) ۷۹ ۴) ۸۰

۱۱۴- به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n، عدد $5^n - 1$ بر ۱۱ بخش‌پذیر است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۱۵- اگر عدد $2^{68} + a$ بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، آنگاه کوچک‌ترین عدد طبیعی a به کدام دستهٔ هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۴ تعلق دارد؟

۱) [۰] ۲) [۱] ۳) [۲] ۴) [۳]

۱۱۶- اگر در یک سال، اول فروردین روز یکشنبه باشد، ۲۳ تیرماه آن سال چه روزی از هفته است؟ (۲۳ تیرماه سالگرد درگذشت مریم میرزاخانی استاد برجستهٔ ریاضی و برندهٔ مدال فیلدز است.)

۱) دوشنبه ۲) سه‌شنبه ۳) چهارشنبه ۴) پنج‌شنبه

۱۱۷- به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n، دو عدد $7n - 5$ و $5n + 4$ نسبت به هم اول نیستند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- در مجموعهٔ اعداد صحیح، معادله سیالهٔ $ax+by=۴۲$ دارای جواب و معادله سیالهٔ $ax+by=۲۸$ فاقد جـواب اسـت. (a,b)

کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۴

۱۱۹- معادلهٔ سیالهٔ $۷x+۹y=۵۹$، چند دسته جواب طبیعی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۰- مدیریت یک کارخانه برای جابه‌جایی کارکنان آن از درب ورودی تا محل کار از یک خودروی ون (با ظرفیت ۷ نفر) و یک خودروی سمند (با ظرفیت ۴ نفر) استفاده می‌کند. اگر تعداد کارکنان کارخانه ۶۷ نفر باشد و خودروها فقط با ظرفیت کامل حرکت کننـد، تعداد حالت‌های جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آمار و احتمال ، آشنايي با مباني رياضي -

۱۲۱- اگر p و q دو گزاره باشند،گزارهٔ شرطی $(p\wedge\sim q)\Rightarrow(p\vee q)$ با کدام گزاره هم‌ارزش است؟

۱) T ۲) q ۳) p ۴) F

۱۲۲- ارزش گزارهٔ $(p\Rightarrow(p\vee q))\Leftrightarrow(\sim q\Rightarrow q)$ برابر با کدام است؟

۱) q ۲) $\sim q$ ۳) F ۴) T

۱۲۳- اگر ارزش گزارهٔ $(\sim p\Leftrightarrow q)\Rightarrow(p\vee r)$ نادرست باشد، ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) $p\wedge q$ ۲) $q\Rightarrow r$ ۳) $r\vee p$ ۴) $p\Leftrightarrow r$

۱۲۴- کدام‌یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

۱) $\forall x\in\mathbb{R}\ ,\ \exists y\in\mathbb{R}\ ;\ x+y=۰$

۲) $\exists x\in\mathbb{R}\ ,\ \forall y\in\mathbb{R}\ ;\ xy=y$

۳) $\exists x\in\mathbb{R}\ ,\ \forall y\in\mathbb{R}\ ;\ xy=۰$

۴) $\forall x\in\mathbb{R}\ ,\ \exists y\in\mathbb{R}\ ;\ xy=۱$

۱۲۵- نقیض گزاره «$\exists x\in\mathbb{R}\ ;\ x<۰\wedge x^{۲}\leq۱$» کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) عدد حقیقی‌ای وجود دارد که نامنفی بوده و مربع آن بزرگتر از ۱ باشد.

۲) هر عدد حقیقی، نامنفی است یا مربع آن بزرگتر از ۱ می‌باشد.

۳) چنین نیست که هر عدد حقیقی، منفی بوده یا مربع آن کوچکتر یا مساوی با ۱ می‌باشد.

۴) هر عدد حقیقی، مثبت است یا مربع آن بزرگتر از ۱ می‌باشد.

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۶- در چند زیرمجموعه از مجموعهٔ $A=\{-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳\}$، حاصل‌ضرب اعضا عددی منفی است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

۱۲۷- چه تعداد از حالت‌های زیر، یک افراز برای مجموعهٔ اعداد صحیح محسوب می‌شود؟

الف) $A=\{x\mid x\in\mathbb{N}\}$ و $B=\{-x\mid x\in\mathbb{N}\}$

ب) $A=\{x\mid x\in W\}$ و $B=\{-x\mid x\in W\}$

پ) $A=\{x\mid x\in\mathbb{N}\}$ و $B=\{-x\mid x\in W\}$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۸- اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل عبارت $[(A-B)\cup(A'-B)]\cap[(A-B)\cup(B-A')]$ همواره برابر کدام مجموعه است؟ (U مجموعهٔ مرجع است.)

۱) $A\cap B$ ۲) $A'\cap B'$ ۳) $\varnothing$ ۴) U

۱۲۹- اگر $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x^۲\le ۱\}$ و $B=\{x\mid ۲x-۱\in A\}$ باشد، آنگاه مساحت ناحیهٔ $(A\times B)\cap(B\times A)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۳۰- دو مجموعهٔ $\{۱۲, x^۲+y^۲\}=A$ و $\{۲xy,۱۳\}=B$ مفروض‌اند. اگر $A\times B=B\times A$ باشد، آنگاه تعداد مجموعه‌ها به‌صورت $\{(x,y)\}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

حسابان ۲ ، تابع -

۸۱- اگر تابع $f=\left\{(۲,\left|۱-\frac{۱}{۲}m\right|),(۰,m),(۱,۲)\right\}$ اکیداً نزولی باشد، حدود m کدام است؟

۱) $(-\infty,-۲)$ ۲) $(۲,۶)$ ۳) $(-۲,۶)$ ۴) $(۶,+\infty)$

۸۲- جواب کلی معادلهٔ $\sin x-\sqrt{۳}\cos x=۲$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}$ ۲) $x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$

۳) $x=۲k\pi-\frac{۵\pi}{۶}$ ۴) $x=۲k\pi\pm\frac{۵\pi}{۶}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۳- اگر $\frac{۳\sin(\frac{\pi}{۲}+x)-\sin(۳\pi+x)}{\cos(۲\pi-x)-۲\cos(\frac{۳\pi}{۲}-x)}=۱$ باشد، حاصل عبارت $A=\frac{۱-\cos ۲x}{۱+\cos ۲x}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۸۴- دورهٔ تناوب نمودار تابع $y=\sin^۴ x+\cos^۴ x$ کدام است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{\pi}{۴}$

۸۵- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^۹-۱$ بر چندجمله‌ای $x^۲-۳x+۲$ کدام است؟

۱) ۵۱۱ ۲) ۲۵۵ ۳) $۲۵۵(x-۱)$ ۴) $۵۱۱(x-۱)$

۸۶- اگر $f(x)=\frac{(x^۲-۱)(x^{۱۰}+x^۸+x^۶+x^۴+x^۲+۱)}{x^{۱۱}+x^{۱۰}+x^۹+\ldots+۱}$ باشد، حاصل $f(\sqrt[۳]{۲}+۱)$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}$ ۲) $\sqrt[۳]{۴}$

۳) $۲\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $۲\sqrt[۳]{۴}$

۸۷- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(۲x-۱)$ بر $x^۲-۲x-۳$ برابر با $۳x+۱$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^۲-۲x-۱۵$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}x-\frac{۷}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}x+\frac{۷}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۲}x-\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}x+\frac{۵}{۲}$

۸۸- تابع $f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)+\sin x$ روی بازهٔ $[۰,a]$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) $\frac{\pi}{۲}$

۸۹- اگر $f(x)=۲^x$ و $g(x)=x(۲-x)$ باشد، نمودار fog از نظر یکنوایی چگونه است؟

۱) نزولی ۲) ابتدا صعودی سپس نزولی

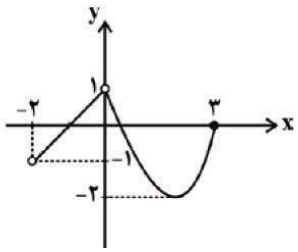
۳) صعودی ۴) ابتدا نزولی سپس صعودی

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- معادلهٔ $\sqrt[3]{\frac{x}{|x|}-x}=x^3$ چند جواب دارد؟

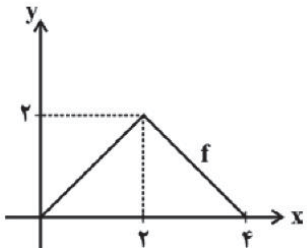
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۱- نمودار تابع f به‌صورت زیر است. اشتراک دامنه و بُرد تابع $g(x)=-f(2x-3)-3-4$، شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

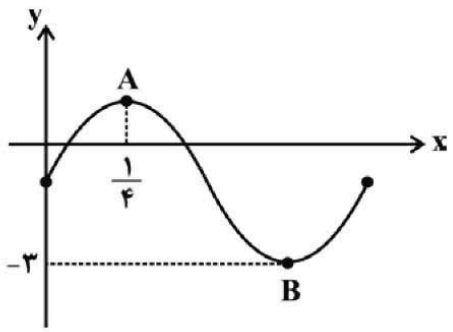
۹۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x)=f(2x)$ باشد، مساحت سطح محدود به نمودارهای دو تابع f و g کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

حسابان ۲ ، مثلثات -

۹۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=۲\sin b\pi x+c$ به‌صورت زیر رسم شده است. طول پاره‌خط AB کدام است؟



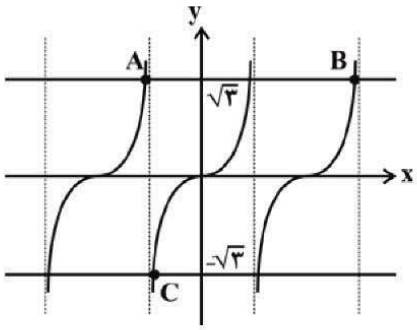
۱) $\frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۶۵}}{۴}$

۹۴- در تابع $f(x)=-۴a\sin^۲ ۲x+\cos ۴x+۲a+۳$، حدود a کدام باشد تا نمودار آن همواره زیر خط $y=۷$ قرار گیرد؟

۱) $-\frac{۵}{۲}<a<\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}<a<\frac{۵}{۲}$
۳) $-\frac{۵}{۲}<a<-\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}<a<\frac{۵}{۲}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- شکل زیر نمودار تابع $y = \tan ax$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر با $8\sqrt{3}\pi$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{5}{4}$

۹۶- مجموع اعداد صحیحی که در دامنهٔ تابع $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)\sqrt{4x - x^2}$ قرار دارند، کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۹۷- معادلهٔ $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x} = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ در بازهٔ $[0, 3\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۹۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan x = 4\cos 2x - \cot x$ در بازهٔ $[0, \pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{3\pi}{4}$ ۲) $\frac{4\pi}{3}$

۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۹۹- اگر $\tan\alpha = 3$ باشد، مقدار x در تساوی $\cot 3\alpha = \frac{x}{9}$ کدام است؟

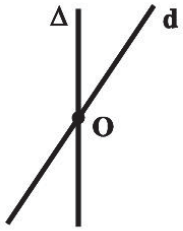
۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۱۰۰- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan x + \tan 2x + \tan x \tan 2x = 1$ در بازهٔ $\left(0, \frac{5\pi}{6}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{3\pi}{4}$ ۳) $\frac{5\pi}{4}$ ۴) π

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۷- مطابق شکل دو خط d و Δ یکدیگر را در نقطهٔ O قطع کرده‌اند. خط Δ را ثابت فرض کرده و خط d را در فضا حول Δ دوران داده و سپس رویهٔ حاصل را توسط صفحهٔ P برش می‌دهیم. اگر صفحهٔ P عمود بر Δ نباشد و موازی d نباشد و فقط یکی از دو نیمهٔ مخروط را قطع کند، مقطع حاصل چه شکلی خواهد بود؟



۱) دایره

۲) بیضی

۳) یک‌خط

۴) سهمی

۱۰۸- مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر دو خط متقاطع، مماس هستند، کدام است؟

۱) یک خط

۲) دو خط موازی

۳) دو خط عمود بر هم

۴) محیط یک مربع

۱۰۹- نقاط A، B و C در یک صفحه واقع‌اند به‌طوری که طول پاره‌خط AB برابر ۶ سانتی‌متر است. اگر فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطهٔ C به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشد، مثلث ABC لزوماً چه نوع مثلثی است؟

۱) متساوی‌الساقین

۲) متساوی‌الاضلاع

۳) قائم‌الزاویه

۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۱۱۰- اگر تنها سه نقطه روی دایرهٔ $C(O,5)$ وجود داشته باشد که از خط d به فاصلهٔ یک باشند، مساحت مثلثی که با این سه نقطه ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۲

هندسه ۳ ، ماتریس و کاربردها -

۱۰۱- اگر $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}x-y & ۴\\ ۳ & ۲x\end{bmatrix}$ و $A\times B$ یک ماتریس قطری باشد، دترمینان ماتریس $B\times A$ کدام است؟

۱) -۱۴

۲) ۱۴

۳) ۹۸

۴) ۱۰۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۲- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}$ و $\alpha A+\beta A^{-۱}=۲I$ باشد، حاصل $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۰۳- به ازای کدام مقدار m، دستگاه معادلات $\begin{cases}mx+(m+۱)y=۱\\ ۲x+(۳m+۱)y=۲m\end{cases}$، جواب ندارد؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) -۱

۳) ۱ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۰۴- در معادلهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix}m & -(m+۱)\\ n & n-۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۵\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۹\\ ۱۱\end{bmatrix}$، دترمینان ماتریس مربعی برابر (-۱) بوده و وارون آن با خود ماتریس برابر است. مقدار y برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲

۳) ۳ ۴) -۳

۱۰۵- در ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & -۲ & -۱\\ ۳ & ۰ & -۴\\ ۲ & ۱ & -۳\end{bmatrix}$ اگر درایه‌های هر سطر در شماره همان سطر ضرب شود، دترمینان ماتریس حاصل، برابر دترمینان کدام‌یک از ماتریس‌های زیر است؟

۱) $\begin{bmatrix}-۲ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۳ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۱\end{bmatrix}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ و -1

۲) $-\frac{1}{2}$ و 1

۳) $\frac{1}{3}$ و 2

۴) -2 و $-\frac{1}{3}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

$$\left.\begin{matrix} n^3 \mid n^2+4 \\ n^2 \mid n^3 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{خاصیت تعدی}} n^2 \mid n^2+4$$

$$\left.\begin{matrix} n^2 \mid n^2+4 \\ n^2 \mid n^2 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n^2 \mid 4 \Rightarrow \begin{cases} n^2=1 \Rightarrow n=\pm 1 \\ n^2=4 \Rightarrow n=\pm 2 \end{cases}$$

هر چهار مقدار $n=\pm 1,\pm 2$ در رابطهٔ $n^3 \mid n^2+4$ صدق می‌کنند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین خزایی)*

طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\begin{matrix} 345 = bq+9 \Rightarrow bq = 336 \Rightarrow b \mid 336 \\ 245 = bq'+5 \Rightarrow bq' = 240 \Rightarrow b \mid 240 \end{matrix} \Rightarrow b \mid (336,240)$$

$$\left.\begin{matrix} 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (336,240) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow b \mid 48$$

$$\Rightarrow \max(b) = 48$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$x^3 - x = 13q \Rightarrow x(x^2-1) = 13q$$

$$x(x-1)(x+1) = 13q$$

حاصل‌ضرب سه عامل x و $x-1$ و $x+1$ بر ۱۳ بخش‌پذیر است، بنابراین x یا $x-1$ یا $x+1$ باید مضرب ۱۳ باشد:

$$1)\ x = 13k \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 13,\ x_{max} = 91$$

$$2)\ x-1 = 13k \Rightarrow x = 13k+1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 14, x_{max} = 92$$

$$3)\ x+1 = 13k \Rightarrow x = 13k-1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 12, x_{max} = 90$$

در بین مقادیر فوق، کمترین مقدار x عدد ۱۲ و بیشترین مقدار x، ۹۲ است که تفاضل آنها $92-12=80$ می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق فرض $۵^n - ۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۰$ پس $۵^n \overset{۱۱}{\equiv} ۱$. حال باید دنبال توان‌هایی از ۵ بگردیم که باقی‌ماندهٔ تقسیم آنها بر ۱۱، برابر ۱ باشد:

$$۵^۲ = ۲۵ \overset{۱۱}{\equiv} ۳ \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} ۵^۴ \overset{۱۱}{\equiv} ۹ \xrightarrow{\times ۵} ۵^۵ \overset{۱۱}{\equiv} ۴۵ \overset{۱۱}{\equiv} ۱$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان k}} ۵^{۵k} \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \Rightarrow n = ۵k \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$۱۰ \le n < ۱۰۰ \Rightarrow ۱۰ \le ۵k < ۱۰۰ \Rightarrow ۲ \le k < ۲۰ \Rightarrow k = ۲,۳,...,۱۹$$

یعنی به ازای ۱۸ عدد طبیعی دو رقمی n، عدد $۵^n - ۱$ بر ۱۱ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

$$۲^۵ = ۳۲ \overset{۲۳}{\equiv} ۹ \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} ۲^{۱۰} \overset{۲۳}{\equiv} ۸۱ \overset{۲۳}{\equiv} ۱۲ \xrightarrow{\times ۲} ۲^{۱۱} \overset{۲۳}{\equiv} ۲۴ \overset{۲۳}{\equiv} ۱$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۶}} ۲^{۶۶} \overset{۲۳}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۲} ۲^{۶۸} \overset{۲۳}{\equiv} ۴ \Rightarrow ۲^{۶۸} + a \overset{۲۳}{\equiv} ۴ + a \overset{۲۳}{\equiv} ۰$$

$$\Rightarrow a \overset{۲۳}{\equiv} -۴ \overset{۲۳}{\equiv} ۱۹$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر ۱۹ است،که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۴، برابر ۳ بوده و در نتیجه به $[۳]_۴$ تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا فاصلهٔ بین اول فروردین تا ۲۳ تیر را محاسبه می‌کنیم:

$$۱۱۵ = \underset{\text{تیر}}{۲۳} + \underset{\text{اردیبهشت و خرداد}}{۲ \times ۳۱} + \underset{\text{فروردین}}{۳۰}$$

$$۱۱۵ = ۱۶ \times ۷ + ۳ \overset{۷}{\equiv} ۳$$

بنابراین روز ۲۳ تیرماه سه روز در هفته جلوتر از اول فروردین قرار دارد، یعنی ۲۳ تیرماه آن سال، روز چهارشنبه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۲۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

فرض کنید $(5n+4,7n-5)=d$ باشد. در این‌صورت داریم:

$$\left.\begin{matrix} d\mid 5n+4 \xrightarrow{\times 7} d\mid 35n+28 \\ d\mid 7n-5 \xrightarrow{\times 5} d\mid 35n-25 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid 53 \xrightarrow{d\neq 1} d=53$$

$$53\mid 5n+4 \Rightarrow 5n+4 \overset{53}{\equiv} 0 \Rightarrow 5n \overset{53}{\equiv} -4 \overset{53}{\equiv} -4+3\times 53$$

$$\Rightarrow 5n \overset{53}{\equiv} 155 \xrightarrow[(53,5)=1]{\div 5} n \overset{53}{\equiv} 31 \Rightarrow n=53k+31$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی n عبارت‌اند از: ۳۱ و ۸۴

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

شرط لازم و کافی برای آن‌که معادله سیالهٔ $ax+by=c$ جواب داشته باشد آن است که $(a,b)\mid c$، یعنی $(a,b)\mid 42$ و $(a,b)\nmid 28$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۴۲ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۲۸ نباشند، در نتیجه داریم: $(a,b)=3$ یا 6 یا 21 یا 42

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(جواد حاتمی)*

$$7x+9y=59 \Rightarrow 9y \overset{7}{\equiv} 59 \Rightarrow 2y \overset{7}{\equiv} 3 \overset{7}{\equiv} 10$$

$$\xrightarrow[(2,7)=1]{\div 2} y \overset{7}{\equiv} 5 \Rightarrow y=7k+5 \ (k\in\mathbb{Z})$$

$$7x+9(7k+5)=59 \Rightarrow 7x=-63k+14 \Rightarrow x=-9k+2$$

$$\left.\begin{matrix} y>0 \Rightarrow 7k+5>0 \Rightarrow k>-\frac{5}{7} \\ x>0 \Rightarrow -9k+2 \Rightarrow k<\frac{2}{9} \end{matrix}\right\} \Rightarrow -\frac{5}{7}<k<\frac{2}{9} \xrightarrow{k\in z} k=0$$

بنابراین معادلهٔ سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید خودروی ون x بار و خودروی سمند y بار کارکنان کارخانه را جابه‌جا کنند. در این‌صورت داریم:

$$۷x+۴y=۶۷ \Rightarrow ۷x \overset{۴}{\equiv} ۶۷ \Rightarrow -x \overset{۴}{\equiv} -۱ \Rightarrow x \overset{۴}{\equiv} ۱ \Rightarrow x=۴k+۱ (k \in \mathbb{Z})$$

$$۷(۴k+۱)+۴y=۶۷ \Rightarrow ۴y=-۲۸k+۶۰ \Rightarrow y=-۷k+۱۵$$

$$\left.\begin{array}{l} x \geq ۰ \Rightarrow ۴k+۱ \geq ۰ \Rightarrow k \geq -\frac{۱}{۴} \\ y \geq ۰ \Rightarrow -۷k+۱۵ \geq ۰ \Rightarrow k \leq \frac{۱۵}{۷} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۱}{۴} \leq k \leq \frac{۱۵}{۷}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k=۰,۱,۲$$

بنابراین سه حالت برای جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با استفاده از قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

$$\sim q \Rightarrow q \equiv \sim (\sim q) \vee q \equiv q \vee q \equiv q$$

بنابراین ترکیب دو شرطی به‌صورت $q \Leftrightarrow T$ در می‌آید که ارزش آن با ارزش گزارهٔ q یکسان است، یعنی اگر q درست باشد، دو طرف ترکیب دو شرطی ارزش یکسان داشته و در نتیجه ارزش ترکیب دوشرطی درست است و درصورتی که q نادرست باشد، دو طرف ترکیب دوشرطی دارای ارزش‌های مخالف هستند و در نتیجه ارزش ترکیب دو شرطی نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

گزارهٔ شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} p \vee r \equiv F \Rightarrow (p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \\ (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv T \end{cases}$$

از طرفی گزارهٔ دو شرطی در صورتی درست است که دو طرف آن هم ارزش باشند. از آنجا که $\sim p \equiv T$، بنابراین: $q \equiv T$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $(p \equiv F) \wedge (q \equiv T) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$

۲) $(q \equiv T) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv F$

۳) $(r \equiv F) \wedge (p \equiv F) \Rightarrow (r \vee p) \equiv F$

۴) $(p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r) \equiv T$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

گزینهٔ «۱»: تعریف عضو قرینه است، که هر عدد حقیقی قرینه‌ای دارد.

گزینهٔ «۲»: به ازای $x = ۱$، رابطهٔ $xy = y$ همواره برقرار است.

گزینهٔ «۳»: به ازای $x = ۰$، رابطهٔ $xy = ۰$ همواره برقرار است.

گزینهٔ «۴»: تعریف عضو وارون است ولی به ازای $x = ۰$، هیچ مقداری برای y وجود ندارد که $xy = ۱$ باشد، بنابراین گزارهٔ سوری نادرست است.

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

نقیض گزارهٔ مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$\sim (\exists x \in \mathbb{R};\ x < ۰ \wedge x^۲ \leq ۱) \equiv \forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \geq ۰ \vee x^۲ > ۱$$

یعنی هر عدد حقیقی نامنفی است یا مربع آن بزرگتر از ۱ می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

برای این‌که حاصل‌ضرب اعضای یکی از زیر مجموعه‌های مجموعهٔ A، عددی منفی باشد، آن زیر مجموعه باید شامل یک یا سه عدد منفی از اعضای A باشد. از طرفی چنین زیرمجموعه‌ای لزوماً فاقد صفر بوده ولی می‌تواند شامل هر یک از سه عضو دیگر مجموعهٔ A یعنی ۱، ۲ و ۳ باشد یا نباشد. تعداد این زیر مجموعه‌ها برابر است با:

$$\underbrace{\left[\binom{۳}{۱}+\binom{۳}{۳}\right]}_{\text{انتخاب یک یا سه عدد منفی}} \times \underbrace{۲^{۳}}_{\text{تعداد زیر مجموعه‌های مجموعهٔ } \{۱,۲,۳\}} = (۳+۱)\times ۸ = ۳۲$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

الف) عدد صفر به هیچ‌کدام از دو مجموعهٔ A و B تعلق ندارد، پس این حالت یک افراز برای مجموعهٔ اعداد صحیح نیست.

ب) عدد صفر به هر دو مجموعهٔ A و B تعلق دارد، پس این حالت یک افراز برای مجموعهٔ اعداد صحیح نیست.

پ) $A = \{۱,۲,۳,\ldots\}$ و $B = \{۰,-۱,-۲,-۳,\ldots\}$

$$A \cup B = \{\ldots,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,\ldots\} = \mathbb{Z} \quad \text{و} \quad A \cap B = \varnothing$$

این حالت یک افراز برای مجموعهٔ اعداد صحیح محسوب می‌شود.

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$(B - A') \cup (A - B) = (B \cap A) \cup (A \cap B') = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$
$$= A \cap (B \cup B') = A \cap U = A \quad (۱)$$
$$(A' - B) \cup (B - A) = (A' \cap B') \cup (B \cap A')$$
$$= (A' \cap B') \cup (A' \cap B) = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap U = A' \quad (۲)$$
$$(۱) \text{و} (۲) \Rightarrow A \cap A' = \varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

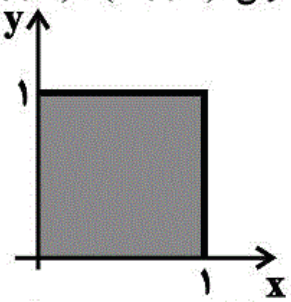
۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

$$۲x-۱\in A \Rightarrow -۱\le ۲x-۱\le ۱ \Rightarrow ۰\le x\le ۱ \Rightarrow B=[۰,۱]$$

از طرفی می‌دانیم ناحیهٔ $(A\times B)\cap(B\times A)$ همان ضرب دکارتی $(A\cap B)\times(A\cap B)$ است.

$$A\cap B=[-۱,۱]\cap[۰,۱]=[۰,۱]$$

و مساحت ناحیهٔ ضرب دکارتی $(A\cap B)\times(A\cap B)$ برابر یک است.



(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرهوشنگ خمسه)

$$A\times B=B\times A \xrightarrow{A,B\neq\varnothing} A=B \Rightarrow \begin{cases} x^۲+y^۲=۱۳ \\ ۲xy=۱۲ \end{cases}$$

$$(x^۲+y^۲)+۲xy=۱۳+۱۲ \Rightarrow (x+y)^۲=۲۵ \Rightarrow x+y=\pm ۵$$

$$\begin{cases} x+y=۵ \\ xy=۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y)=(۲,۳) \\ \text{یا} \\ (x,y)=(۳,۲) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-۵ \\ xy=۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y)=(-۲,-۳) \\ \text{یا} \\ (x,y)=(-۳,-۲) \end{cases}$$

بنابراین چهار مجموعه به صورت $\{(x,y)\}$ وجود دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۸۱- **گزینهٔ «۲»** (میلاد چاشمی)

تابع اکیداً نزولی است در نتیجه باید:

$$\begin{cases} \left|\frac{۱}{۲}m-۱\right|<۲ \Rightarrow -۲<m<۶ \\ m>۲ \end{cases} \Rightarrow ۲<m<۶$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۲- **گزینهٔ «۱»** (حمید مام‌قادری)

$$\sin x - \sqrt{۳}\cos x = ۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\sin x - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x = ۱$$

$$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{۳}\sin x - \sin\frac{\pi}{۳}\cos x = ۱ \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{۳}\right) = ۱$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۳- **گزینهٔ «۱»** (علی سلامت)

ابتدا عبارت A را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{۱ - \cos ۲x}{۱ + \cos ۲x} = \frac{۲\sin^۲ x}{۲\cos^۲ x} = \tan^۲ x$$

سپس از عبارت زیر مقدار $\tan x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۳\sin\left(\frac{\pi}{۲} + x\right) - \sin(۳\pi + x)}{\cos(۲\pi - x) - ۲\cos\left(\frac{۳\pi}{۲} - x\right)}$$

$$= \frac{۳\cos x + \sin x}{\cos x + ۲\sin x} \xrightarrow[\text{تقسیم‌بر } \cos x]{\text{صورت‌ومخرج}} \frac{۳ + \tan x}{۱ + ۲\tan x} = ۱ \Rightarrow \tan x = ۲$$

$$\Rightarrow A = \tan^۲ x = ۲^۲ = ۴$$

(حسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۴- **گزینهٔ «۳»** (محمد توحیدلو)

$$y = \sin^۴ x + \cos^۴ x = \left(\sin^۲ x + \cos^۲ x\right)^۲ - ۲\sin^۲ x\cos^۲ x$$

$$= ۱ - \frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲x = ۱ - \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}(۱ - \cos ۴x)$$

$$= \frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۴}\cos ۴x \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم اجلالی)*

اگر باقی‌مانده برابر $ax+b$ و خارج قسمت برابر $q(x)$ باشد، داریم:

$$x^9-1=(x^2-3x+2)q(x)+ax+b$$

در تساوی بالا به جای x مقادیر ۱ و ۲ (ریشه‌های مقسوم‌علیه) را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x=1: 0=0+a+b\Rightarrow b=-a & (1)\\ x=2: 512-1=0+2a+b & (2)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 511=2a-a\Rightarrow a=511\xrightarrow{(1)} b=-511$$

بنابراین باقیمانده برابر $511x-511$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۶- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

با ساده کردن صورت کسر داریم:

$$(x^2-1)(x^{10}+x^8+\ldots+1)$$

$$=(x^2-1)\left((x^2)^5+(x^2)^4+\ldots+1\right)$$

$$=(x^2)^6-1=x^{12}-1$$

$$=(x-1)(x^{11}+x^{10}+x^9+\ldots+1)$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{(x-1)(x^{11}+x^{10}+\ldots+1)}{x^{11}+x^{10}+\ldots+1}=x-1$$

$$\Rightarrow f(\sqrt[3]{2}+1)=\sqrt[3]{2}+1-1=\sqrt[3]{2}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(علی شهرابی)*

باقی‌ماندهٔ $f(2x-1)$ بر x^2-2x-3 برابر با $3x+1$ است:

$$f(2x-1)=(x-3)(x+1)q(x)+3x+1$$

$x=3$ و $x=-1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x=3: & f(5)=10 \\ x=-1: & f(-3)=-2 \end{cases}$$

باقی‌مانده را $ax+b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(x)=(x-5)(x+3)q'(x)+ax+b$$

با جای‌گذاری $x=5$ و $x=-3$ داریم:

$$\begin{cases} f(5)=5a+b=10 \\ f(-3)=-3a+b=-2 \end{cases} \Rightarrow b=\frac{5}{2},\ a=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{باقی‌مانده}=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

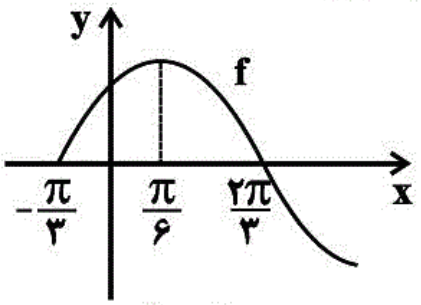
۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

$$f(x)=\cos x\cos\frac{\pi}{6}-\sin x\sin\frac{\pi}{6}+\sin x$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x+\sin x$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x=\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$$

نمودار تابع f به‌صورت زیر است.



واضح است که تابع f روی بازهٔ $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ اکیداً صعودی است و حداکثر مقدار a برابر $\frac{\pi}{6}$ است.

(حسابان ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

حسابان ۱ - مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(حمید مام‌قادری)*

اگر f صعودی و g نزولی باشد، fog نزولی است. همچنین اگر f و g هر دو صعودی باشند fog نیز صعودی است.

در تابع $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a<0)$ اگر $x\le -\frac{b}{2a}$ باشد، تابع f صعودی و اگر $x\ge -\frac{b}{2a}$ باشد، نزولی است.

حال تابع $f(x)=2^x$ یک تابع صعودی است و روی بازهٔ $(-\infty,1]$ تابع $g(x)=x(2-x)$ نیز صعودی است. در نتیجه تابع fog صعودی است. همچنین تابع g به ازای $x\in[1,+\infty)$ یک تابع نزولی است، پس fog نزولی است. در نتیجه تابع fog ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

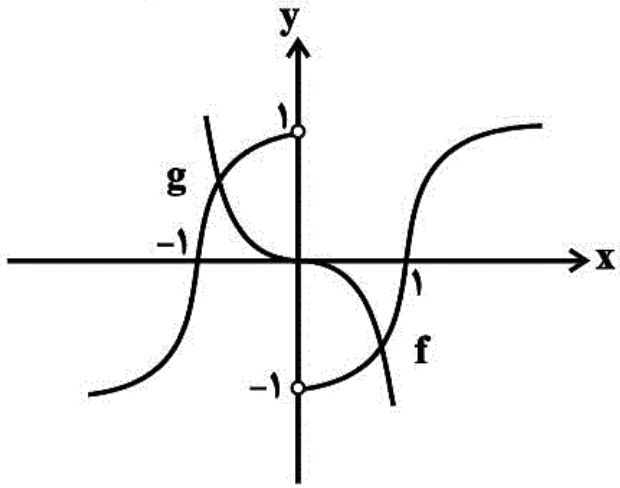
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

معادله به‌صورت $\sqrt[3]{x-\frac{x}{|x|}}=-x^3$ می‌نویسیم. نمودار تابع $f(x)=-x^3$ و $g(x)=\sqrt[3]{x-\frac{x}{|x|}}$ را رسم می‌کنیم و تعداد نقاط برخورد آنها را به‌دست می‌آوریم:

$$g(x)=\sqrt[3]{x-\frac{x}{|x|}}=\begin{cases}\sqrt[3]{x-1} & ;x>0\\ \sqrt[3]{x+1} & ;x<0\end{cases}$$



بنابراین معادلهٔ مورد نظر دو جواب دارد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید علم‌پور)*

طبق ضابطهٔ داده شده داریم:

$$D_f = (-2,3] - \{0\}$$

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} (1,6] - \{3\}$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط تقسیم بر ۲}} D_g = (\frac{1}{2},3] - \{\frac{3}{2}\}$$

$$R_f = [-2,1) \xrightarrow{\text{عرض‌ها ضرب‌در ۳-}} (-3,6]$$

$$\xrightarrow{\text{۴ واحد کم می‌کنیم}} R_g = (-7,2]$$

$$\Rightarrow D_g \cap R_g = (\frac{1}{2},2] - \{\frac{3}{2}\}$$

اعداد صحیح ۱ و ۲ در این مجموعه قرار دارند.

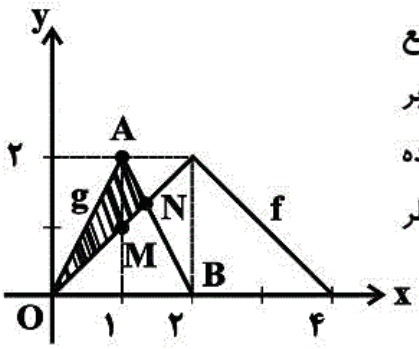
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. دقت کنید که نمودار تابع g از تقسیم طول نقاط روی نمودار f بر ۲ به دست می‌آید. مثلث هاشورخورده (AON) در شکل زیر سطح مورد نظر است.



ضابطه‌های دو تابع f و g را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}x & ;0\le x<2\\ -x+4 & ;2\le x\le 4\end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases}2x & ;0\le x<1\\ -2x+4 & ;1\le x\le 2\end{cases}$$

نقطهٔ N محل تلاقی دو خط $y=x$ و $y=-2x+4$ است، پس مختصات آن به‌صورت $N\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ است. حال داریم:

$$\begin{cases}S_{\underset{AOB}{\Delta}}=\frac{1}{2}(2)(2)=2\\ S_{\underset{NOB}{\Delta}}=\frac{1}{2}(2)(\frac{4}{3})=\frac{4}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\underset{NOA}{\Delta}}=S_{\underset{AOB}{\Delta}}-S_{\underset{NOB}{\Delta}}=\frac{2}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(حمید مام‌قادری)*

$$y_{min} = -|a| + c = -۲ + c = -۳ \Rightarrow c = -۱ \quad (۱)$$

با توجه به نمودار تابع $b > ۰$ است و هم‌چنین مشخص است که:

$$\frac{T}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = ۱ \xrightarrow{b>۰} b = ۲$$

از طرفی داریم:

$$y_{max} = |a| + c = ۲ - ۱ = ۱ \Rightarrow A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۴} \Rightarrow B\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ -۳\end{matrix}\right.\\ ۱\end{matrix}\right.$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{\frac{۱}{۴} + ۱۶} = \sqrt{\frac{۶۵}{۴}} = \frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

ابتدا ضابطه تابع را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$f(x) = -۴a\left(\frac{۱ - \cos ۴x}{۲}\right) + \cos ۴x + ۲a + ۳$$

$$= (۱ + ۲a)\cos ۴x + ۳$$

برای این که نمودار f زیر خط $y = ۷$ قرار گیرد، باید ماکزیمم تابع f کمتر از ۷ باشد. پس:

$$|۲a + ۱| + ۳ < ۷ \Rightarrow |۲a + ۱| < ۴$$

$$\Rightarrow -۴ < ۲a + ۱ < ۴ \Rightarrow -\frac{۵}{۲} < a < \frac{۳}{۲}$$

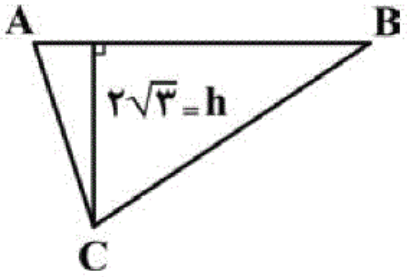
(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- **گزینهٔ «۲»** (علی شهرابی)

ارتفاع مثلث ABC، $۲\sqrt{۳}$ است.



از طرفی A و B به اندازهٔ ۲ برابر دورهٔ تناوب با هم فاصله دارند:

$$AB = ۲ \times \frac{\pi}{|a|}$$

با توجه به شکل $a > ۰$ است، پس داریم:

$$AB = \frac{۲\pi}{a}$$

مساحت را حساب می‌کنیم و مساوی $۸\sqrt{۳}\pi$ قرار می‌دهیم:

$$S = \frac{AB \times h}{۲} \Rightarrow ۸\sqrt{۳}\pi = \frac{\frac{۲\pi}{a} \times ۲\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow ۸\sqrt{۳}\pi = \frac{۲\sqrt{۳}\pi}{a} \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

توجه کنید که:

$$D_f = \left\{ x \mid ۴x - x^۲ \geq ۰, \frac{\pi x}{۲} \neq (۲k+۱)\frac{\pi}{۲}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

از طرف دیگر داریم:

$$\begin{cases} ۴x - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۴ \quad (۱) \\ \frac{\pi x}{۲} \neq (۲k+۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x \neq ۲k+۱ \, , \, k \in \mathbb{Z} \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} D_f = [۰,۴] - \{۱,۳\}$$

پس اعداد صحیح صفر، ۲ و ۴ در دامنهٔ تابع f قرار دارند که مجموع آنها برابر ۶ است.

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۷- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

$$\begin{cases} \cos^۲ x - \sin^۲ x = \cos ۲x \\ \cos\left(\frac{\pi}{۲} + x\right) = -\sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos ۲x}{\cos x} = -۲\sin x \xrightarrow{\cos x \neq ۰} \cos ۲x = -۲\sin x \cos x$$

$$\cos ۲x = -\sin ۲x \Rightarrow \tan ۲x = -۱$$

$$\Rightarrow ۲x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸} (k \in \mathbb{Z})$$

$$۰ \leq \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸} \leq ۳\pi \Rightarrow ۰ \leq k - \frac{۱}{۴} \leq ۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴} \leq k \leq ۶/۲۵ \Rightarrow k \in \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- **گزینهٔ «۱»** (میلاد سجادی لاریجانی)

$$\tan x = ۴\cos ۲x - \cot x \Rightarrow \tan x + \cot x = ۴\cos ۲x$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{\sin ۲x} = ۴\cos ۲x \Rightarrow \frac{۱}{\sin ۲x} = ۲\cos ۲x$$

$$\Rightarrow ۲\sin ۲x\cos ۲x = ۱ \Rightarrow \sin ۴x = ۱$$

$$\Rightarrow ۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}; k \in \mathbb{Z}$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{۸}$	$\frac{۵\pi}{۸}$	$\frac{۹\pi}{۸}$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۸} + \frac{۵\pi}{۸} = \frac{۶\pi}{۸} = \frac{۳\pi}{۴}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۹- **گزینهٔ «۳»** (علی شهرابی)

ابتدا $\tan ۲\alpha$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^۲\alpha} = \frac{۲(۳)}{۱ - ۳^۲} = -\frac{۳}{۴}$$

حال به کمک رابطهٔ $\tan(\alpha+\beta)$، مقدار $\tan ۳\alpha$ را حساب می‌کنیم:

$$\tan ۳\alpha = \tan(۲\alpha + \alpha) = \frac{\tan ۲\alpha + \tan\alpha}{۱ - \tan ۲\alpha \tan\alpha}$$

$$= \frac{-\frac{۳}{۴} + ۳}{۱ - \left(-\frac{۳}{۴}\right)(۳)} = \frac{\frac{۹}{۴}}{۱ + \frac{۹}{۴}} = \frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۱۳}{۴}} = \frac{۹}{۱۳}$$

پس $\cot ۳\alpha = \frac{۱۳}{۹}$ و در نتیجه $x = ۱۳$ است.

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(جوانبخش نیکنام)*

$$\tan x+\tan 2x=1-\tan x\tan 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 2x+\tan x}{1-\tan x\tan 2x}=1\Rightarrow \tan 3x=1\Rightarrow 3x=k\pi+\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\Rightarrow \begin{cases} k=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{12} \\ k=1\Rightarrow x=\frac{5\pi}{12} \\ k=2\Rightarrow x=\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها}=\frac{\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$$

دقت کنید که $x=\frac{3\pi}{4}$ در دامنهٔ $\tan 2x$ قرار ندارد.

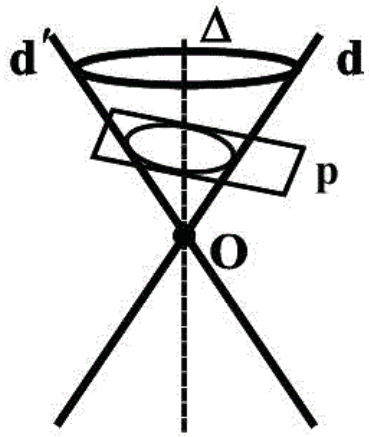
(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با ثابت نگه داشتن خط Δ و دوران خط d حول Δ، یک رویهٔ مخروطی به‌دست می‌آید. (این رویهٔ مخروطی از هر دو طرف نامحدود است.)

اگر صفحهٔ P فقط یکی از دو نیمهٔ مخروط را قطع کند و بر محور Δ عمود نباشد و با مولد d نیز موازی نباشد، بیضی پدید می‌آید.



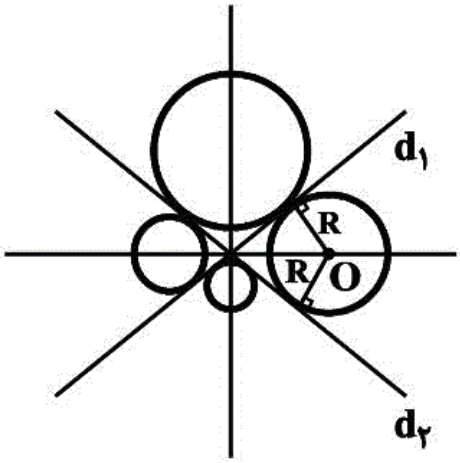
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

مطابق شکل اگر O مرکز دایره‌ای باشد، که بر دو خط d_2 و d_1 مماس باشد، فاصلهٔ O از خطوط d_1 و d_2 یکسان است، پس O روی نیمساز زاویهٔ بین خط قرار دارد که می‌دانیم نیمسازهای زوایای بین دو خط متقاطع، دو خط عمود برهم است.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

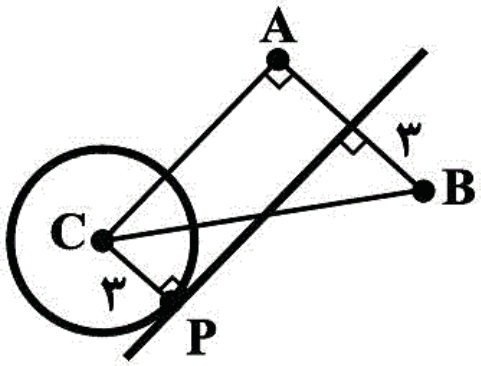
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصّه‌خان)*

نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشند، بر عمودمنصف پاره‌خط AB واقع‌اند و مجموعهٔ نقاطی که از نقطه C به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشد. دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ سانتی‌متر است.

با توجه به این‌که خط و دایره تنها یک نقطهٔ مشترک دارند، پس عمودمنصف پاره‌خط AB بر دایره در نقطهٔ P مماس است. اگر نقاط A و C در یک طرف این عمودمنصف قرار داشته باشند، پاره‌خط AC موازی عمودمنصف پاره‌خط AB است (A و C فاصله‌ای یکسان از عمودمنصف دارند) و در نتیجه CA بر AB عمود است،یعنی مثلث ABC قائم‌الزاویه می‌باشد.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

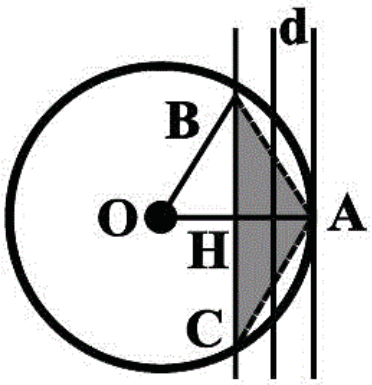
نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ یک از خط d قرار دارند، روی دو خط موازی با d در دو طرف آن قرار دارند، پس یکی از این خطها بر دایره مماس است و مطابق شکل داریم:

$$OA = ۵ \ , \ AH = ۲ \Rightarrow OH = ۳$$

$$\overset{\Delta}{OHB} : BH = \sqrt{OB^۲ - OH^۲} = ۴$$

$$\Rightarrow BC = ۲BH = ۸$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{AH.BC}{۲} = ۸$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد فرامرزی)*

ابتدا ماتریس $A\times B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A\times B=\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x-y & ۴\\ ۳ & ۲x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-x+y+۶ & -۴+۴x\\ ۳x-۳y+۳ & ۱۲+۲x\end{bmatrix}$$

برای این‌که $A\times B$ قطری باشد، باید درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر باشند:

$$\begin{cases}-۴+۴x=۰\\ ۳x-۳y+۳=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ y=۲\end{cases}\Rightarrow AB=\begin{bmatrix}۷ & ۰\\ ۰ & ۱۴\end{bmatrix}$$

از رابطهٔ $|B||A|=|A\times B|=|B\times A|$ که برای ماتریس‌های مربعی هم مرتبه برقرار است، می‌توانیم حاصل $|B\times A|$ را به‌دست آوریم:

$$|BA|=|AB|=۷\times۱۴=۹۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۱،۲۳ و ۲۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

روش اول:

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{-۳}\begin{bmatrix}-۱ & -۱\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\alpha A+\beta A^{-۱}=۲I\Rightarrow \alpha\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}-\frac{۱}{۳}\beta\begin{bmatrix}-۱ & -۱\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۲\alpha+\frac{۱}{۳}\beta & \alpha+\frac{۱}{۳}\beta\\ \alpha+\frac{۱}{۳}\beta & -\alpha-\frac{۲}{۳}\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\frac{۱}{۳}\beta=۰\\ ۲\alpha+\frac{۱}{۳}\beta=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۲\\ \beta=-۶\end{cases}$$

مقادیر به‌دست آمده در رابطهٔ $-\alpha-\frac{۲}{۳}\beta=۲$ نیز صدق می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\alpha+\beta=۲-۶=-۴$$

روش دوم: هر ماتریس ۲×۲ به فرم $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ در رابطهٔ $A^{۲}-(a+d)A+|A|I=\overline{O}$ صدق می‌کند.

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}-(۲-۱)A+(۲\times(-۱)-۱\times۱)I=\overline{O}$$

$$\Rightarrow A^{۲}-A-۳I=\overline{O}\quad (۱)$$

$$\alpha A+\beta A^{-۱}=۲I\xrightarrow{\times A}\alpha A^{۲}+\beta I=۲A$$

$$\alpha A^{۲}-۲A+\beta I=\overline{O}\xrightarrow{\div\alpha}A^{۲}-\frac{۲}{\alpha}+\frac{\beta}{\alpha}I=\overline{O}\quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}-\frac{۲}{\alpha}=-۱\Rightarrow\alpha=۲\\ \frac{\beta}{\alpha}=-۳\Rightarrow\beta=-۳\alpha=-۶\end{cases}\Rightarrow\alpha+\beta=-۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ درصورتی جواب ندارد که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{2}=\frac{m+1}{3m+1}\neq\frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2}=\frac{m+1}{3m+1}\Rightarrow 3m^2+m=2m+2$$

$$\Rightarrow 3m^2-m-2=0\Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{-2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m}{2}\neq\frac{1}{2m}\Rightarrow m^2\neq 1\Rightarrow m\neq 1,-1$$

بنابراین به ازای $m=-\frac{2}{3}$، دستگاه جواب ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۲۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

چون وارون ماتریس با خود ماتریس برابر است، پس داریم:

$$AX=B\Rightarrow X=A^{-1}B\xrightarrow{A=A^{-1}}X=AB\Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} m & -(m+1) \\ n & n-3 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 19 \\ 11 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ y \end{bmatrix}\Rightarrow 19m-11m-11=5\Rightarrow m=2$$

و چون دترمینان ماتریس برابر (-1) است، بنابراین داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ n & n-3 \end{vmatrix}=-1\Rightarrow 2n-6+3n=-1\Rightarrow n=1$$

$$y=19n+11(n-3)\xrightarrow{n=1}y=19(1)+11(-2)=-3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم اگر درایه‌های هر سطر یا ستون یک ماتریس مربعی را در عددی ضرب کنیم، دترمینان آن ماتریس نیز در همان عدد ضرب می‌شود. سطر اول در ۱، سطر دوم در ۲ و سطر سوم در ۳ ضرب می‌شود و دترمینان نهایی برابر $|A|=۶|A|$ می‌گردد. پس کافی است دترمینان ماتریس A را محاسبه کرده و سپس آن را در ۶ ضرب کنیم. با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$|A|=\begin{vmatrix}۱ & -۲ & -۱\\ ۳ & ۰ & -۴\\ ۲ & ۱ & -۳\end{vmatrix}=(۰+۱۶-۳)-(۰-۴+۱۸)=-۱$$

$$\Rightarrow ۶|A|=-۶$$

چون دترمینان یک ماتریس قطری برابر حاصل‌ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است، بنابراین گزینهٔ «۴» جواب این سؤال خواهد بود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

ابتدا دترمینان داده شده را برحسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix}x & ۱ & x\\ x & x & ۱\\ ۱ & x & x\end{vmatrix}=۰\Rightarrow x(x^۲-x)-۱(x^۲-۱)+x(x^۲-x)=۰$$

$$\Rightarrow x^۲(x-۱)-(x-۱)(x+۱)+x^۲(x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)\left[x^۲-x-۱+x^۲\right]=۰\Rightarrow (x-۱)(۲x^۲-x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-۱=۰\Rightarrow x=۱\\ ۲x^۲-x-۱=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=-\frac{۱}{۲}\end{cases}\end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا