سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

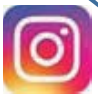
نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۱- در یک دنبالهٔ هندسی غیر صفر با قدر نسبت۲، مجموع ده جملهٔ اول چند برابر مجموع شش جملهٔ اول آن است؟

۱) $\frac{۳۷۱}{۲۲}$ ۲) $\frac{۳۴۱}{۱۱}$ ۳) $\frac{۳۷۱}{۱۱}$ ۴) $\frac{۳۴۱}{۲۱}$

۸۲- مجموع اعداد طبیعی دو رقمی مضرب عدد ۳ کدام است؟

۱) ۱۶۵۰ ۲) ۱۶۶۵ ۳) ۱۸۵۵ ۴) ۱۸۲۵

۸۳- در ۲۰ جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ است. اگر قدر نسبت دنباله $q=\frac{۲}{۳}$ باشد، مجموع جملات ردیف زوج در این ۲۰ جمله کدام است؟

۱) ۱۳۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۰۲ ۴) ۹۰

۸۴- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲-x-۴=۰$ باشند، آن‌گاه ریشه‌های کدام معادلهٔ درجه دوم زیر برابر با $\alpha^۲+۴\alpha$ و $\beta^۲+۴\beta$ هستند؟

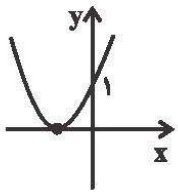
۱) $x^۲-\frac{۲۵}{۴}x-۳۲=۰$ ۲) $x^۲+\frac{۲۵}{۸}x-۳۲=۰$

۳) $x^۲-\frac{۲۵}{۴}x-۱۶=۰$ ۴) $۲x^۲-۲۵x+۱۶=۰$

۸۵- حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $(x^۲+x+۲)(-x^۲-x-۱)=-۱۲$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۸۶- اگر نمودار سهمی $f(x)=۲x^۲+ax+b-۱$ به صورت زیر باشد، حاصل $f(\sqrt{۲})$ کدام است؟



۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۶

۸۷- در مورد جواب‌های معادلهٔ $\frac{x-۱}{x+۳}-\frac{۲}{x+۲}=\frac{-x-۴}{x^۲+۵x+۶}$ کدام گزینه درست است؟

۱) یک جواب مثبت ۲) دو جواب قرینه ۳) یک جواب منفی ۴) دو جواب منفی

۸۸- قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادلهٔ $۲x^۲+x+۴\sqrt{۲x^۲+x}=۵$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۸۹- طول وتری که خط $y = 2x - 6$ در دایره‌ای به مرکز $(3, 2)$ و شعاع ۳ ایجاد می‌کند، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) ۴

۹۰- اگر $|x - \frac{3}{2}| < \frac{1}{4}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $|x-1| + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

۱) $2x - 3$ ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) $3 - 2x$

۹۱- مساحت محدود بین نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| + |x+1|$ و $g(x) = 6$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

۹۲- معادلهٔ $|x-1| = |x-2|x$ چند ریشهٔ مثبت دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

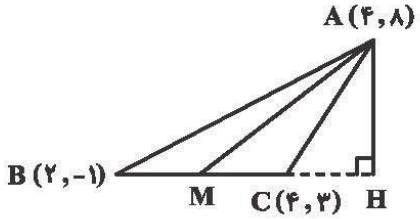
۹۳- دو رأس مجاور یک متوازی‌الاضلاع $(-1, 1)$ و $(1, 2)$ است و یکی از اضلاع آن روی خط $y - 2x = 1$ است. مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $4\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) ۴ ۴) ۲

۹۴- دایره‌ای به مرکز $O(-1, 1)$ از نقطهٔ $A(3, 4)$ می‌گذرد. عرض از مبدأ خط مماس بر دایره و گذرنده از نقطهٔ A کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) ۶

۹۵- در شکل زیر، اگر M و H به ترتیب پای میانهٔ AM و ارتفاع AH باشند، طول MH کدام است؟ (شکل فرضی است.)



۱) $\sqrt{5}$
۲) $2\sqrt{5}$
۳) $3\sqrt{5}$
۴) $4\sqrt{5}$

۹۶- چند تابع از مجموعهٔ $A = \{1, 2, 3\}$ به مجموعهٔ $B = \{3, 4, 5\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که به هیچ عضوی از A، عضو برابرش را نسبت ندهیم؟

۱) ۲۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۸

۹۷- اگر دامنهٔ تابع $f(x) = \frac{x^2 - 8x - b + 1}{x^2 + ax - 10}$ به صورت $D_f = \mathbb{R} - \{5, b\}$ و $f(c) = 1$ باشد، آن‌گاه c کدام است؟

۱) ۲/۶ ۲) ۲/۶- ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۴-

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- کدام زوج از توابع زیر با هم برابرند؟

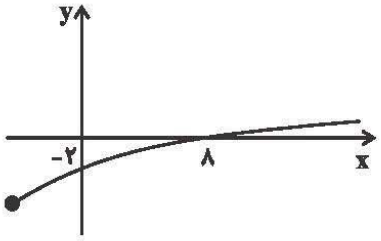
۱) $f(x)=\sqrt{x^{۲}(x-۱)}\ ,\ g(x)=|x|\sqrt{x-۱}$

۲) $f(x)=\sqrt[۶]{(x-۲)^{۲}}\ ,\ g(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$

۳) $f(x)=\sqrt{x+۲\sqrt{x-۱}}\ ,\ g(x)=\sqrt{x-۱}+۱$

۴) $f(x)=\dfrac{x^{۲}-۳x+۲}{x^{۲}-۵x+۶}\ ,\ g(x)=\dfrac{x-۱}{x-۳}$

۹۹- نمودار زیر متعلق به تابع $\begin{cases} f: A \to [a\ ,\ +\infty) \\ y=f(x) \end{cases}$ است و از انتقال تابع $g(x)=\sqrt{x}$ به دست آمده است. بیشترین مقدار a کدام است؟



۱) -۳

۲) -۴

۳) $-\dfrac{۵}{۲}$

۴) -۱

۱۰۰- به ازای چه مجموعه مقادیری از k معادلهٔ $\dfrac{۱}{x}+۵=k|x|$ سه ریشه دارد؟

۱) $(۰\ ,\ \frac{۲۵}{۴})$ ۲) $(۰\ ,\ \frac{۱}{۵})$ ۳) $(-\frac{۲۵}{۴}\ ,\ ۰)$ ۴) $(-\infty\ ,\ \frac{۲۵}{۴})$

هندسه ۲ -

۱۰۱- دو دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ و $C'(O'\ ,\ R')$ یکدیگر را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کنند. پاره‌خط AB ... دو دایره است.

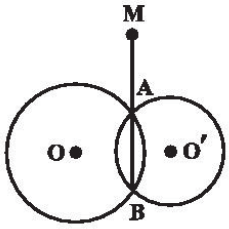
۱) وتر مشترک

۲) خط‌المرکزین

۳) مماس مشترک داخلی

۴) مماس مشترک خارجی

۱۰۲- در شکل زیر از نقطهٔ M مماس MT را بر دایرهٔ $C(O\ ,\ ۶)$ و مماس MT' را بر دایرهٔ $C'(O'\ ,\ ۴)$ رسم می‌کنیم. کدام گزینه در مورد نسبت MT و MT' صحیح است؟



۱) $\dfrac{MT}{MT'}<۱$

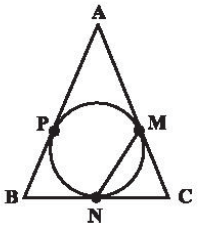
۲) $\dfrac{MT}{MT'}=۱$

۳) $\dfrac{MT}{MT'}>۱$

۴) نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- در شکل زیر، دایره‌ای به مرکز O در نقاط M، N و P بر اضلاع مثلث متساوی‌الساقین ABC (AB = AC) مماس است. اگر $\hat{A} = 40^\circ$ باشد، اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{MN}$ کدام است؟



۱) 110°

۲) 100°

۳) 120°

۴) 105°

۱۰۴- در یک دایره به شعاع R، وتر AB به اندازهٔ $R\sqrt{2}$ رسم شده است. از مرکز دایره قطری موازی AB رسم می‌کنیم تا دایره را در نقاط C و D قطع کند. قطری که از A در دایره رسم می‌شود با قطر CD کدام زاویهٔ حاده را می‌سازد؟

۱) 15°

۲) 30°

۳) 45°

۴) 60°

۱۰۵- دو دایرهٔ $C(O\ ,\ 2)$ و $C'(O'\ ,\ 4)$ مفروض‌اند. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره ۱/۵ برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها باشد، مربع طول خط‌المرکزین دو دایره کدام است؟

۱) ۶۰

۲) ۶۱/۶

۳) ۶۴/۸

۴) ۶۸

۱۰۶- دو خط L و L' و دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ مفروض‌اند. اگر فاصلهٔ مرکز دایره تا دو خط L و L'، ریشه‌های معادلهٔ $2x^2 - 5Rx + 3R^2 = 0$ باشد، آن‌گاه وضعیت دو خط L و L' نسبت به دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ کدام است؟

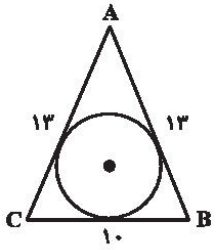
۱) هر دو خارج دایره قرار دارند.

۲) یکی مماس بر دایره- دیگری متقاطع

۳) یکی مماس بر دایره - دیگری خارج دایره

۴) هر دو خط با دایره متقاطع‌اند.

۱۰۷- در شکل زیر دایره در مثلث محاط است. کمترین فاصلهٔ رأس A تا دایره کدام است؟



۱) $\frac{16}{3}$

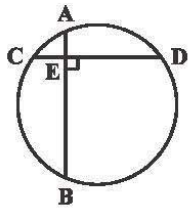
۲) $\frac{10}{3}$

۳) ۵

۴) ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- در دایرهٔ $C(O , R)$، وترهای AB و CD در نقطهٔ E بر یکدیگر عمودند. اگر $۶AE = ۳CE = EB = ۱۲$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ قطر دایره کدام است؟



۱) ۵

۲) $۵\sqrt{۲}$

۳) $۱۰\sqrt{۲}$

۴) ۱۰

۱۰۹- مساحت ناحیهٔ شامل نقاطی از صفحه که طول مماس رسم شده از آن‌ها بر دایرهٔ $C(O , ۶)$ کمتر از $۳\sqrt{۲}$ باشد، کدام است؟

۱) ۵۴π

۲) ۳۶π

۳) ۲۴π

۴) ۱۸π

۱۱۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ که طول اضلاع آن ۵، ۱۲ و ۱۳ است، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر شعاع‌های سه دایرهٔ محیطی مثلث‌های ABC، ABH و ACH را به ترتیب با R، R' و R'' نمایش دهیم، حاصل $R + R' + R''$ کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۵

۳) ۱۷

۴) ۱۸

آمار و احتمال -

۱۱۱- اگر گزارهٔ $r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ نادرست باشد، چه تعداد گزاره از میان گزاره‌های $q \Rightarrow p$، $r \Rightarrow q$ و $p \Rightarrow r$ درست هستند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۲- کدام یک از اعداد زیر مثال نقضی برای نقیض گزارهٔ سوری «$\exists x \in \mathbb{R} ; \; x < ۰ \wedge x^۲ \leq ۱$» است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۱۳- فرض کنید A مجموعهٔ اعداد طبیعی یک رقمی و B مجموعهٔ اعداد طبیعی فرد یک رقمی با مجموعهٔ مرجع اعداد طبیعی $(\mathbb{N})$ باشند. اگر $X \not\supseteq A$ و $B \subseteq X$ باشد، آن‌گاه مجموعهٔ X حداقل چند عضو دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۰

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۴- در چند زیرمجموعه از مجموعهٔ $A = \{-۳ , -۲ , -۱ , ۰ , ۱ , ۲ , ۳\}$، حاصل‌ضرب اعضا عددی منفی است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

۱۱۵- اگر $X = \{a , b , c , d , e , f , g\}$ باشد، چه تعداد از موارد زیر، یک افراز برای X محسوب می‌شود؟

الف) $\{a , c, e\} , \{b\} , \{d , g\}$ ب) $\{a , e , g\}, \{c, d\} , \{b , e, f\}$

پ) $\{a , b , e , g\} , \{c , d\}, \{f , h\}$ ت) $\{a\}, \{b, c\} , \{d\} , \{f , g\} , \{e\}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۶- عکس کدام یک از قضایای زیر نادرست است؟

۱) اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه $A \cap B = A$ است.

۲) اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه $B' \subseteq A'$ است.

۳) اگر $A = B$ باشد، آن‌گاه $A \cup B = A \cap B$ است.

۴) اگر A مجموعه‌ای دلخواه و $B = \varnothing$ باشد، آن‌گاه $A - B = A$ است.

۱۱۷- فرض کنید $(A - B) - C = A - (B - C)$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه همواره برقرار است؟

۱) $A \cap C \subseteq B$ ۲) $A \cap B \subseteq C$ ۳) $A \cap B = \varnothing$ ۴) $A \cap C = \varnothing$

۱۱۸- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid ۲^x \leq ۱۶\}$ و $(B - C) \cup (C - B) \cup (B \cap C) = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq ۳\}$، آن‌گاه حاصل $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ کدام است؟

۱) $\{۱ , ۲ , ۳\}$ ۲) $\{-۳ , -۲ , -۱ , ۰\}$

۳) A ۴) $\{۰ , ۱ , ۲ , ۳\}$

۱۱۹- اگر $A = \{-۲ , -۱ , ۰\}$ و $B = \{۱ , ۲ , ۳\}$ باشد، در نمودار ضرب دکارتی $A \times B$، فاصلهٔ دورترین نقاط از یکدیگر کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۲۶}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۱۲۰- دو مجموعهٔ $A = \{x^۲ + y^۲ , ۱۲\}$ و $B = \{۲xy , ۱۳\}$ مفروض‌اند. اگر $A \times B = B \times A$ باشد، آن‌گاه تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x , y)\}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۱- گزینهٔ «۴» *(وحید راحتی)*

$$S_n = a_1 \times \frac{r^n - 1}{r - 1} \Rightarrow \begin{cases} S_{10} = a_1 \times \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = a_1 \times 1023 \\ S_6 = a_1 \times \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = a_1 \times 63 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{10}}{S_6} = \frac{a_1 \times 1023}{a_1 \times 63} = \frac{341}{21}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۲- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نادری)*

مضارب طبیعی دو رقمی عدد ۳ عبارتند از:

۱۲ , ۱۵ , ... , ۹۹ ⇒ دنباله‌ای حسابی است.

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 30$$

$$\begin{cases} a_1 = 12 \\ n = 30 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع اعداد} : S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1) \times d]$$

$$\xrightarrow{n=30} S_{30} = \frac{30}{2}[2 \times 12 + (30 - 1) \times 3]$$

$$= 15[24 + 29 \times 3] = 15[24 + 87] = 15 \times 111 = 1665$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۳- گزینهٔ «۴» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$S_{10} = \frac{a_1((q^2)^{10}-1)}{q^2-1} = \frac{a_1(q^{20}-1)}{q^2-1} = 135 \quad : \text{مجموع جملات ردیف فرد}$$

$$S'_{10} = \frac{a_2((q^2)^{10}-1)}{q^2-1} = \frac{a_1 q(q^{20}-1)}{q^2-1} \quad : \text{مجموع جملات ردیف زوج}$$

$$= q\left(\frac{a_1(q^{20}-1)}{q^2-1}\right) = \frac{2}{3}\times 135 = 90$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۴- گزینهٔ «۱» *(پدرام نیکوکار)*

ریشه‌های α و β را در معادلهٔ $2x^2 - x - 4 = 0$ جایگذاری کرده و ریشه‌های جدید را ساده می‌کنیم:

$$2\alpha^2 - \alpha - 4 = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 = \alpha + 4 \xrightarrow{\times\alpha} 2\alpha^3 = \alpha^2 + 4\alpha$$

$$2\beta^2 - \beta - 4 = 0 \Rightarrow 2\beta^2 = \beta + 4 \xrightarrow{\times\beta} 2\beta^3 = \beta^2 + 4\beta$$

بنابراین:

$$S_1 = \alpha + \beta = \frac{1}{2} \quad , \quad P_1 = \alpha\beta = -2$$

$$S_2 = 2\alpha^3 + 2\beta^3 = 2(\alpha^3 + \beta^3) = 2(S_1^3 - 3S_1P_1)$$

$$= 2\left(\frac{1}{8} + 3\right) = \frac{25}{4}$$

$$P_2 = (2\alpha^3)\times(2\beta^3) = 4P_1^3 = 4(-8) = -32$$

$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ درجهٔ ۲}} x^2 - \frac{25}{4}x - 32 = 0$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۸ و ۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- گزینهٔ «۴» *(مجتبی نادری)*

با ضرب طرفین معادله در (۱-) داریم:

$$(x^۲+x+۲)(x^۲+x+۱)=۱۲$$

با تغییر متغیر مناسب $x^۲+x+۱=t$ داریم:

$$(t+۱)t=۱۲\Rightarrow t^۲+t-۱۲=۰\Rightarrow (t-۳)(t+۴)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases} t=۳\Rightarrow x^۲+x+۱=۳\Rightarrow x^۲+x-۲=۰ \\ \xrightarrow{\text{ضرب ریشه‌ها}} P=\frac{c}{a}=-۲ \\ t=-۴\Rightarrow x^۲+x+۱=-۴\Rightarrow x^۲+x+۵=۰ \\ \Delta<۰\Rightarrow \text{فاقد ریشه} \end{cases}$$

بنابراین حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله برابر ۲- است.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۶- گزینهٔ «۱» *(وحید راهتی)*

طبق نمودار، سهمی f از نقطهٔ $(۰\ ,۱)$ می‌گذرد:

$$(۰,۱)\in f\Rightarrow ۱=۰+۰+b-۱\Rightarrow b=۲$$

طبق نمودار سهمی، معادلهٔ $f(x)=۰$ ریشهٔ مضاعف دارد، پس $\Delta=۰$ است:

$$f(x)=۲x^۲+ax+۱\xrightarrow{\Delta=۰}a^۲-۸=۰\Rightarrow a=\pm ۲\sqrt{۲}$$

از طرفی طول رأس سهمی منفی است، پس $\frac{-a}{۴}<۰$ و داریم $a>۰$، در نتیجه $a=۲\sqrt{۲}$.

$$f(x)=۲x^۲+۲\sqrt{۲}x+۱\Rightarrow f(\sqrt{۲})=۴+۴+۱=۹$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۷- گزینهٔ «۱» *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

معادله را در ک. م. م مخرج‌ها یعنی $(x+۲)(x+۳)$ ضرب می‌کنیم:

$$(x+۳)(x+۲)\left(\frac{x-۱}{x+۳}-\frac{۲}{x+۲}\right)=\frac{-x-۴}{x^۲+۵x+۶}(x+۳)(x+۲)$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x+۲)-۲(x+۳)=-x-۴$$

$$\Rightarrow x^۲+x-۲-۲x-۶=-x-۴$$

$$\Rightarrow x^۲-۴=۰\Rightarrow \begin{cases} x=+۲ & \text{ق} \\ x=-۲ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۸- گزینهٔ «۳» *(مجتبی نادری)*

با تغییر متغیر مناسب $\sqrt{۲x^۲+x}=t$ داریم:

$$t^۲+۴t=۵\Rightarrow t^۲+۴t-۵=۰\Rightarrow (t-۱)(t+۵)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+۵=۰\Rightarrow t=-۵\Rightarrow \sqrt{۲x^۲+x}=-۵ & \text{غ ق ق} \\ t-۱=۰\Rightarrow t=۱\Rightarrow \sqrt{۲x^۲+x}=۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+x-۱=۰\Rightarrow (۲x-۱)(x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۱=۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲} \\ x+۱=۰\Rightarrow x=-۱ \end{cases}$$

$$\text{قدرمطلق تفاضل جواب‌ها}=\left|-۱-\frac{۱}{۲}\right|=\left|-\frac{۳}{۲}\right|=\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۷، ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

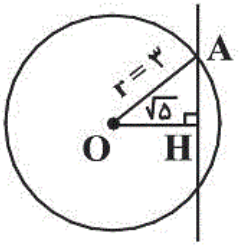
دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۹- گزینهٔ «۴» (محمدرضا حسین‌زاده)

ابتدا باید فاصلهٔ نقطهٔ $(۳ , ۲)$ را از خط $y - ۲x + ۶ = ۰$ به‌دست آوریم:

$$OH = \frac{|۳ - ۲(۲) + ۶|}{\sqrt{۴ + ۱}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

چون $\sqrt{۵} < ۳$، بنابراین خط در دایره وتر ایجاد می‌کند. با توجه به شکل، اندازهٔ AH را با استفاده از فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AH^۲ = OA^۲ - OH^۲$$
$$AH^۲ = ۳^۲ - (\sqrt{۵})^۲ = ۴ \Rightarrow AH = ۲$$

پس طول وتر مورد نظر برابر $۲AH = ۴$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۰- گزینهٔ «۲» (پدرام نیکوکار)

ابتدا مجموعه جواب نامعادلهٔ $|x - \frac{۳}{۲}| < \frac{۱}{۴}$ را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{۱}{۴} < x - \frac{۳}{۲} < \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۴} < x < \frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۴} < x < \frac{۷}{۴}$$

$$\sqrt{x^۲ - ۴x + ۴} + |x - ۱| = \sqrt{(x - ۲)^۲} + |x - ۱|$$

$$= |\underbrace{x - ۲}_{\text{منفی}}| + |\underbrace{x - ۱}_{\text{مثبت}}| = -x + ۲ + x - ۱ = ۱$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

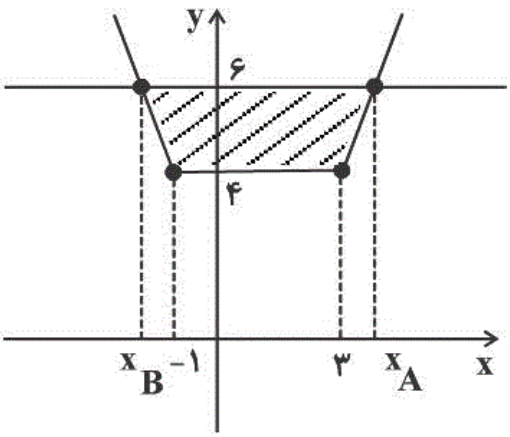
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- گزینهٔ «۲» (وحید راهتی)

$$\text{تابع گلدانی } f(x)=\begin{cases} x-۳+x+۱ & ; \quad x\geq ۳ \\ -x+۳+x+۱ & ; \quad -۱<x<۳ \\ -x+۳-x-۱ & ; \quad x\leq -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۲x-۲ & ; \quad x\geq ۳ \\ ۴ & ; \quad -۱<x<۳ \\ -۲x+۲ & ; \quad x\leq -۱ \end{cases}$$



$$۲x-۲=۶\Rightarrow x_A=۴$$

$$-۲x+۲=۶\Rightarrow x_B=-۲$$

$$S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{(۴+۶)\times ۲}{۲}=۱۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

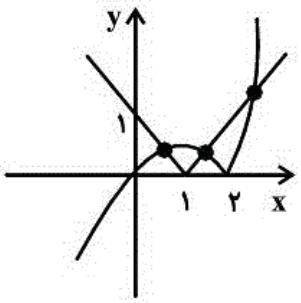
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- گزینهٔ «۴»

(میثم بهرامی‌جویا)

از روش هندسی استفاده می‌کنیم:

$$y = x|x-2| = \begin{cases} x^2 - 2x & ; \quad x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & ; \quad x < 2 \end{cases}$$



سه ریشه دارد و هر سه مثبت می‌باشند.

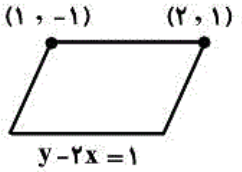
(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۱۴ و ۲۳ تا ۲۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۳- گزینهٔ «۳»

(میثم بهرامی‌جویا)

دو رأس روی خط داده شده قرار ندارند پس روی ضلع روبه‌رو (و موازی) ضلع مفروض قرار دارند.



فاصلهٔ دو نقطه: $\sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}$

فاصلهٔ نقطه تا خط: $\frac{|-1-2-1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

مساحت: $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 4$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۴- گزینهٔ «۴» *(امیرهوشنگ خمسه)*

می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است.

$$m_{OA} = \frac{۳-(-۱)}{۴-۱} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \text{شیب مماس} = -\frac{۳}{۴}$$

$$y - ۳ = -\frac{۳}{۴}(x-۴) \xrightarrow{x=۰} y = ۶$$

(حسابان ۱- جبر و معادله- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۵- گزینهٔ «۳» *(سهند فرهنگی)*

با توجه به شکل، M وسط دو نقطهٔ C و B می‌باشد. پس:

$$M(\frac{۴+۲}{۲}, \frac{۳-۱}{۲}) = (۳, ۱)$$

پس: $$AM = \sqrt{(۴-۳)^۲ + (۸-۱)^۲} = \sqrt{۵۰}$$

برای پیدا کردن طول ارتفاع (AH) ابتدا معادلهٔ خط گذرا از BC را نوشته سپس فاصلهٔ نقطهٔ A از خط BC را به دست آورده و AH را محاسبه می‌کنیم.

$$m_{BC} = \frac{۳-(-۱)}{۴-۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$y + ۱ = ۲(x-۲) \Rightarrow y - ۲x + ۵ = ۰$$

فاصلهٔ نقطهٔ A از خط BC : $$AH = \frac{|۸-۸+۵|}{\sqrt{۱^۲ + (-۲)^۲}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHM ، داریم:

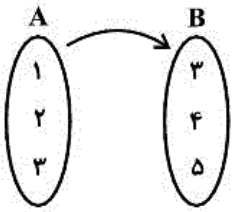
$$(AM)^۲ = (MH)^۲ + (AH)^۲ \Rightarrow ۵۰ = (MH)^۲ + ۵$$

$$\Rightarrow (MH)^۲ = ۴۵ \Rightarrow MH = ۳\sqrt{۵}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- گزینهٔ «۴» *(اکبر کلاه‌ملکی)*



برای عدد ۱ از مجموعهٔ A، ۳ انتخاب {۵ , ۴ , ۳}، برای عدد ۲، ۳ انتخاب {۵ , ۴ , ۳} و برای عدد ۳، ۲ انتخاب {۵ , ۴} را داریم. پس طبق اصل ضرب داریم:

$$۳\times۳\times۲=۱۸$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۷- گزینهٔ «۱» *(علی شهرابی)*

چون دامنهٔ تابع f به صورت $\mathbb{R}-\{۵ , b\}$ است، پس $x=۵$ ریشهٔ مخرج f است:

$$۵^۲+۵a-۱۰=۰\Rightarrow a=-۳$$

با جای‌گذاری $a=-۳$، مخرج تابع f را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا b نیز به دست آید:

$$x^۲-۳x-۱۰=۰\Rightarrow (x-۵)(x+۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۵ \\ x=-۲\Rightarrow b=-۲ \end{cases}$$

با جای‌گذاری $a=-۳$ و $b=-۲$، معادلهٔ $f(c)=۱$ را حل می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^۲-۸x+۳}{x^۲-۳x-۱۰}\xrightarrow{f(c)=۱}c^۲-۸c+۳=c^۲-۳c-۱۰$$

$$\Rightarrow ۵c=۱۳\Rightarrow c=\frac{۱۳}{۵}=۲/۶$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

گزینهٔ «۱»:

$0 \in D_f \ , \ 0 \notin D_g \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow$ برابر نیستند

گزینهٔ «۲»: $D_f = D_g = \mathbb{R}$

اما ضابطه‌ها با هم برابر نیستند چون حاصل تابع $f(x)$ همیشه نامنفی است اما حاصل تابع $g(x)$ می‌تواند منفی باشد، در نتیجه نابرابرند.

گزینهٔ «۳»:

$$f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = \sqrt{x-1}+1 = g(x)$$

$$\Rightarrow D_f = D_g = [1 , +\infty)$$

در نتیجه دو تابع با هم مساوی هستند.

گزینهٔ «۴»:

$$D_f = \mathbb{R} - \{2 , 3\} \ , \ D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

چون دامنه‌ها یکسان نیستند در نتیجه دو تابع با هم برابر نیستند.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۹- گزینهٔ «۱» *(اکبر کلاه‌ملکی)*

تابع f از انتقال تابع g به دست آمده است. پس:

$$\begin{cases} f(x) = k + \sqrt{x+b} \\ f(8) = 0 \\ f(0) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k + \sqrt{b} = -2 \Rightarrow k = -2 - \sqrt{b} \\ k + \sqrt{8+b} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 - \sqrt{b} + \sqrt{8+b} = 0 \Rightarrow \sqrt{8+b} = \sqrt{b} + 2$$

$$\Rightarrow 8 + b = b + 4 + 4\sqrt{b} \Rightarrow 4\sqrt{b} = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$, \ k = -2 - \sqrt{1} = -3 \Rightarrow f(x) = -3 + \sqrt{x+1}$$

برد تابع فوق بازه $(+\infty , -3]$ می‌باشد و مجموعه هم دامنه یعنی $[a , +\infty)$ باید شامل برد یعنی $(+\infty , -3]$ باشد. پس بیشترین مقدار a برابر با -3 است.

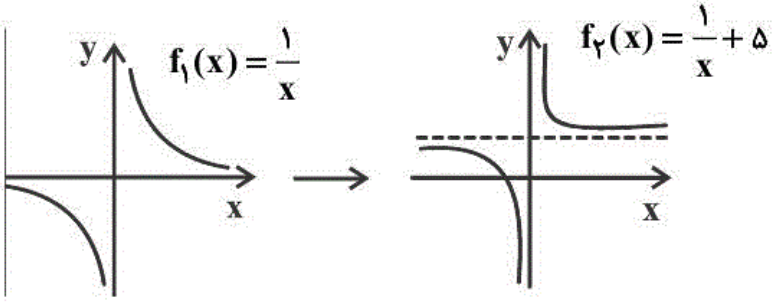
(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

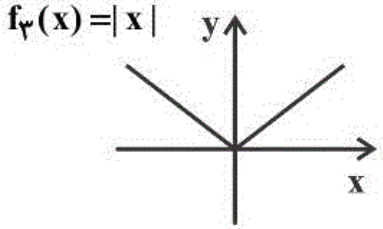
۱✓ ۲ ۳ ۴

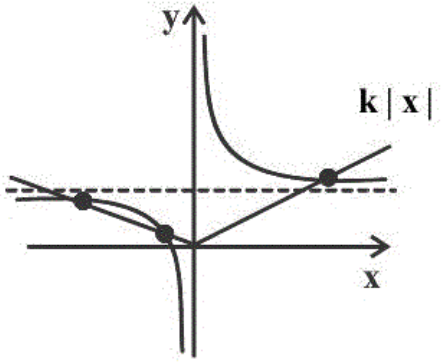
۱۰۰- گزینهٔ «۱» *(اکبر کلاه‌ملکی)*

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ابتدا نمودارهای توابع سمت چپ و راست معادله را رسم می‌کنیم:







با توجه به نمودار رسم شده برای این‌که دو تابع $f_3(x)=k|x|$ و $f_2(x)=\frac{1}{x}+5$ ، ۳ نقطهٔ برخورد داشته باشند باید $k>0$ (I)

بوده و از طرفی به ازای $x<0$ دو تابع در دو نقطه برخورد داشته باشند

پس:

$$x<0 \quad , \quad -kx=\frac{1}{x}+5 \Rightarrow \frac{kx^2+5x+1}{x}=0$$

$$\xrightarrow{\Delta>0} 25-4k>0 \Rightarrow k<\frac{25}{4} \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{I\ ,\ II} 0<k<\frac{25}{4}$$

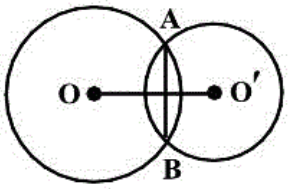
(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۴، ۱۷ تا ۱۹، ۴۴ و ۴۵)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱✓ ۲ ۳ ۴

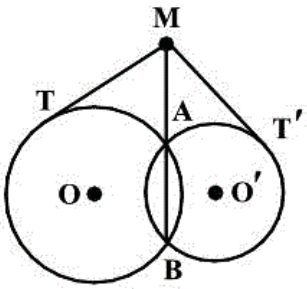
۱۰۱– گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

پاره‌خط AB که دو سر آن روی هر دو دایره است، وتر مشترک دو دایرهٔ متقاطع C و C′ نامیده می‌شود.



(هندسه ۲– صفحهٔ ۲۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴



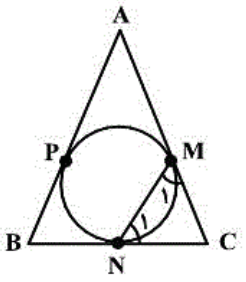
$$\left.\begin{matrix} MT^{۲} = MA \times MB \\ MT'^{۲} = MA \times MB \end{matrix}\right\} \Rightarrow MT = MT' \Rightarrow \frac{MT}{MT'} = ۱$$

(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- گزینهٔ «۱» *(میثم بهرامی جویا)*



$$\hat{A} = ۴۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = ۷۰^\circ$$

از C بر دایره، دو مماس رسم شده پس داریم:

$$CM = CN \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{N}_۱$$

$$\hat{C} = ۷۰^\circ \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{N}_۱ = ۵۵^\circ$$

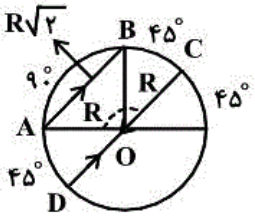
$\hat{M}_۱$ زاویهٔ ظلی است، پس نصف کمان MN است.

$$\overset{\frown}{MN} = ۵۵^\circ \times ۲ = ۱۱۰^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴- گزینهٔ «۳» *(محمدحسین حشمت‌الواعظین)*



در مثلث OAB، رابطهٔ $AB^۲ = OA^۲ + OB^۲$ برقرار است، بنابراین مثلث OAB قائم‌الزاویه و در نتیجه $\overset{\frown}{AB} = ۹۰^\circ$ است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD} = \frac{۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ}{۲} = ۴۵^\circ \Rightarrow A\hat{O}D = ۴۵^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$|AB| = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{d^2 - (4-2)^2} = \sqrt{d^2 - 4}$$

$$|MN| = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{d^2 - (4+2)^2} = \sqrt{d^2 - 36}$$

بنابراین:

$$\frac{|AB|}{|MN|} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{d^2-4}{d^2-36}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{d^2-4}{d^2-36} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 4d^2 - 16 = 9d^2 - 324 \Rightarrow 5d^2 = 308 \Rightarrow d^2 = 61/6$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۶- گزینهٔ «۳» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

«۱»: خط خارج دایره است (خط و دایره هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند) در صورتی که فاصلهٔ مرکز دایره تا خط از شعاع دایره بیشتر باشد.

«۲»: خط مماس بر دایره است (خط و دایره تنها یک نقطهٔ مشترک دارند) در صورتی که فاصلهٔ مرکز دایره تا خط برابر شعاع دایره می‌باشد.

«۳»: خط و دایره متقاطع‌اند (خط و دایره دو نقطهٔ مشترک دارند) در صورتی که فاصلهٔ مرکز دایره تا خط کمتر از شعاع دایره باشد.

$$2x^2 - 5Rx + 3R^2 = 0 \Rightarrow (x - R)(2x - 3R) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = R \\ x = \frac{3}{2}R \end{cases}$$

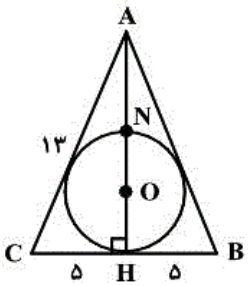
بنابراین یکی از خطوط مماس بر دایره و دیگری خارج دایره است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- گزینهٔ «۱» (میثم بهرامی‌جویا)



$$\overset{\Delta}{AHB}: AH^{۲} = ۱۳^{۲} - ۵^{۲} \Rightarrow AH = ۱۲$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{۱۰ \times ۱۲}{۲}}{\frac{۳۶}{۲}} = \frac{۶۰}{۱۸} = \frac{۱۰}{۳}$$

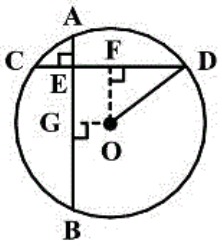
$$AN = AH - NH = ۱۲ - ۲ \times \frac{۱۰}{۳} = ۱۲ - \frac{۲۰}{۳} = \frac{۱۶}{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- گزینهٔ «۳» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*



از مرکز دایرهٔ $C(O , R)$ عمودهایی رسم می‌کنیم تا وترهای AB و CD را به ترتیب در نقاط G و F قطع کند. سپس از مرکز دایره به نقطهٔ D وصل می‌کنیم. طبق روابط طولی دایره می‌توان نوشت:

$$AE \times EB = CE \times ED \Rightarrow ۲ \times ۱۲ = ۴ \times ED \Rightarrow ED = ۶$$

از طرفی می‌دانیم در هر دایره، عمود رسم شده از مرکز دایره بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر را نصف می‌کند. بنابراین داریم:

$$FD = \frac{۱}{۲}CD = ۵ \quad , \quad AG = BG = ۷ \Rightarrow GE = AG - AE = ۵$$

چهارضلعی $EFOG$ از آنجا که سه زاویهٔ قائمه دارد، مستطیل خواهد بود. بنابراین $GE = FO = ۵$ می‌باشد. با به کار بردن قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OFD می‌توان شعاع دایره (OD) را به دست آورد.

$$\overset{\Delta}{OFD} : OF^۲ + FD^۲ = OD^۲ \Rightarrow OD^۲ = ۲۵ + ۲۵ = ۵۰$$
$$\Rightarrow OD = ۵\sqrt{۲}$$

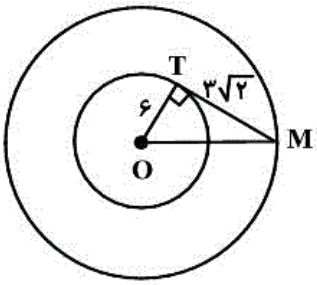
بنابراین طول قطر دایره برابر $۲R$ یعنی $۱۰\sqrt{۲}$ خواهد شد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- گزینهٔ «۴» (احسان خیراللهی)



فرض کنید از نقطهٔ M مماسی به طول $3\sqrt{2}$ بر دایرهٔ C رسم کنیم.

$$OM = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{6}$$

نقطهٔ M بر روی دایره‌ای به شعاع $3\sqrt{6}$ و هم مرکز با دایرهٔ C قرار دارد. بنابراین مساحت ناحیهٔ شامل نقاطی که طول مماس رسم شده از آن‌ها کمتر از $3\sqrt{2}$ است، برابر مساحت ناحیهٔ محدود بین دایرهٔ $C(O, 6)$ و $C'(O, 3\sqrt{6})$ می‌باشد. داریم:

$$S = \pi R'^2 - \pi R^2 = \pi(3\sqrt{6})^2 - \pi(6^2) = 18\pi$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- گزینهٔ «۲» *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

مطابق شکل، مرکز دایرهٔ محیطی مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر قرار دارد و شعاع دایرهٔ محیطی مثلث قائم‌الزاویه برابر نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABC}: R = \frac{BC}{۲} \\ \overset{\Delta}{ABH}: R' = \frac{AB}{۲} \\ \overset{\Delta}{ACH}: R'' = \frac{AC}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow R + R' + R'' = \frac{BC + AB + AC}{۲} = ۱۵$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۱- گزینهٔ «۳» *(مرتضی فهیم‌علوی)*

$$r \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \Rightarrow \begin{cases} r \equiv T \\ p \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \end{cases}$$

$$q \Rightarrow p \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

$$r \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

$$p \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۲- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقیض گزاره به صورت زیر است:

$$\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; x \geq 0 \vee x^2 > 1$$

از رابطهٔ $x^2 > 1$ نتیجه می‌شود $x > 1$ یا $x < -1$. از طرفی $x \geq 0$، بنابراین $x \in \mathbb{R} - [-1, 0)$. تنها عدد (-1) در بین گزینه‌ها خارج از این بازه قرار دارد و مثال نقض برای این گزاره محسوب می‌شود.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۳- گزینهٔ «۲» *(وحید کاویانی‌پور)*

مجموعهٔ B شامل ۵ عضو است و چون $B \subseteq X$، X نیز باید شامل این ۵ عضو باشد، اما از آنجایی که $X \not\supseteq A$، کافی است X یک عضو از اعضای A' را نیز داشته باشد. پس X باید حداقل دارای ۶ عضو باشد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۴- گزینهٔ «۲» *(مرتضی خویم‌علوی)*

برای این‌که حاصل‌ضرب اعضای یکی از زیرمجموعه‌های A منفی باشد، یا باید یک عدد منفی داشته باشد و یا سه عدد منفی. در مورد اعداد ۱ تا ۳ نیز محدودیتی وجود ندارد و هر کدام می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند، ولی صفر نباید در زیرمجموعه باشد.

حالت اول: زیرمجموعه‌ها شامل یک عدد منفی:

$$\binom{۳}{۱} \times \underbrace{۲^۳}_{\text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ } \{۱,۲,۳\}} = ۲۴$$

$\binom{۳}{۱}$: انتخاب یک عدد منفی

حالت دوم: زیرمجموعه‌های شامل ۳ عدد منفی:

$$\binom{۳}{۳} \times \underbrace{۲^۳}_{\text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ } \{۱,۲,۳\}} = ۸$$

$\binom{۳}{۳}$: انتخاب سه عدد منفی

بنابراین مجموعهٔ A دارای $۲۴ + ۸ = ۳۲$ زیرمجموعه است که حاصل‌ضرب اعضای آن‌ها منفی باشد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۵- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

تنها حالت «ت» یک افراز برای مجموعهٔ X است. در حالت «الف»، f در هیچ کدام از زیرمجموعه‌ها وجود ندارد. در حالت «ب»، e به دو زیرمجموعه تعلق دارد. در حالت «پ»، h عضو مجموعهٔ X نیست.

(آمار و احتمال- مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۲۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶– گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

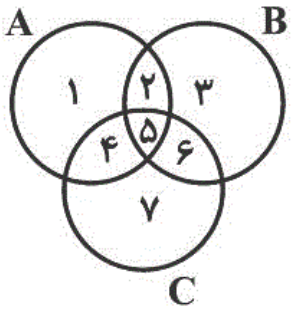
عکس قضیهٔ گزینهٔ «۴» نادرست است، زیرا اگر $A - B = A$ باشد، آن‌گاه دو مجموعهٔ A و B جدا از هم هستند و لزومی ندارد $B = \varnothing$ باشد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۷– گزینهٔ «۴» *(میلاد منصوری)*

اگر ناحیه‌ها را مطابق شکل شماره‌گذاری کنیم، داریم:



$$(A - B) - C = \{۱ , ۴\} - \{۴ , ۵ , ۶ , ۷\} = \{۱\}$$

$$A - (B - C) = \{۱ , ۲ , ۴ , ۵\} - \{۲ , ۳\} = \{۱ , ۴ , ۵\}$$

$$(A - B) - C = A - (B - C) \Rightarrow \{۱\} = \{۱ , ۴ , ۵\}$$

این تساوی تنها در صورتی امکان‌پذیر است که ناحیه‌های ۴ و ۵ تهی باشند که در این صورت $A \cap C = \varnothing$ است.

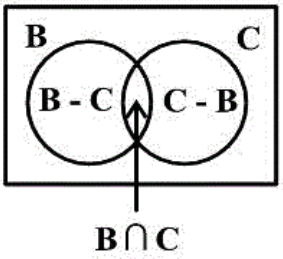
(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸– گزینهٔ «۱» *(فرشاد فرامرزی)*

از روی نمودار ون مشخص است که:



$$(B-C)\cup(C-B)\cup(B\cap C)=B\cup C$$

$$A=\{x\in\mathbb{N}\,|\,2^x\le 16\}=\{1,2,3,4\}$$

$$B\cup C=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,|x|\le 3\}=\{\pm3,\pm2,\pm1,0\}$$

طبق خاصیت توزیع‌پذیری داریم:

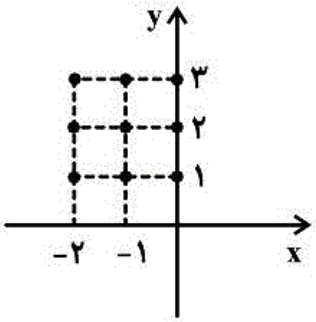
$$(A\cap B)\cup(A\cap C)=A\cap(B\cup C)=\{1,2,3\}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۱۹– گزینهٔ «۳» *(مرتضی فهیم‌علوی)*

نمودار این ضرب دکارتی را رسم می‌کنیم:



در این نمودار دورتـرین نقـاط از یکـدیگر دو نقطـهٔ $(3,0)$ و $(1,-2)$ یا $(3,-2)$ و $(1,0)$ هستند. اگر $A=(0,3)$ و $B=(-2,1)$ باشـند، آن‌گاه داریم:

$$AB=\sqrt{(0-(-2))^2+(3-1)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۲۰- گزینهٔ «۳» *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$A\times B=B\times A\xrightarrow{A,B\neq\varnothing}A=B\Rightarrow\begin{cases}x^{۲}+y^{۲}=۱۳\\ ۲xy=۱۲\end{cases}$$

$$(x^{۲}+y^{۲})+۲xy=۱۳+۱۲$$

$$\Rightarrow (x+y)^{۲}=۲۵\Rightarrow x+y=\pm ۵$$

$$\begin{cases}x+y=۵\\ xy=۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲\ ,\ y=۳\\ \text{یا}\\ x=۳\ ,\ y=۲\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=-۵\\ xy=۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-۲\ ,\ y=-۳\\ \text{یا}\\ x=-۳\ ,\ y=-۲\end{cases}$$

بنابراین چهار مجموعه به صورت $\{(x\ ,\ y)\}$ وجود دارد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir