



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

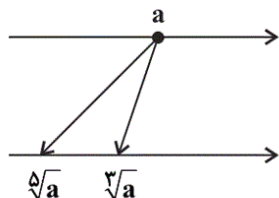
ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری

۶۹- اگر ریشه های پنجم و سوم عدد a به صورت زیر روی محور نمایش داده شود، کدام گزینه قطعاً نادرست است؟



(۱) $a^4 > a^2$

(۲) $a^2 > a^4$

(۳) $a^3 > a^4$

(۴) هیچ کدام

۷۰- عدد $\sqrt{\sqrt{20} + 3\sqrt{30}}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

(۲) ۵, ۴

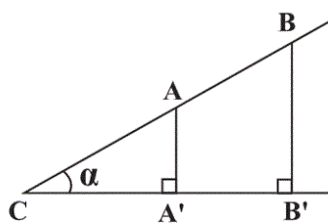
(۱) ۴, ۳

(۴) ۷, ۶

(۳) ۶, ۵

ریاضی ۱، مثلثات

۵۸- در شکل زیر، $BB' = 3AA'$ و $CB' = 2CA$ است. حاصل $\sin \alpha + \cos \alpha$ کدام است؟



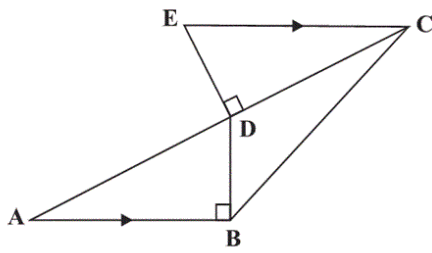
(۱) $\frac{3 + \sqrt{5}}{4}$

(۲) $\frac{2 + \sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$

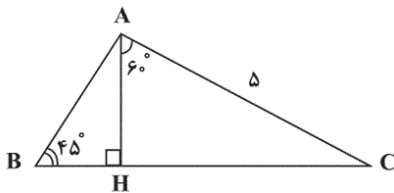
(۴) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

۵۹- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AC = 12$ و $\hat{A} = 30^\circ$ است. نسبت $\frac{EC}{AB}$ کدام است؟ $(EC \parallel AB)$



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

۶۰- در مثلث ABC شکل مقابل، مساحت مثلث ACH چند برابر مساحت مثلث ABH است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{3}$
- (۳) ۲
- (۴) $2\sqrt{2}$

۶۱- اگر زاویه θ از 180° تا 225° افزایش یابد، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- (۱) همواره مقدار $\sin \theta$ از مقدار $\cos \theta$ بیش‌تر است.
- (۲) مقدار $\cos \theta$ ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.
- (۳) مقدار $\sin \theta$ همواره افزایش می‌یابد.
- (۴) همواره $\cos \theta > \cot \theta$ است.

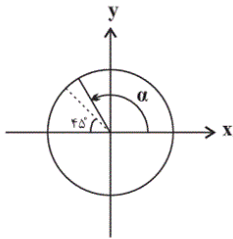
۶۲- اگر $45^\circ < \alpha < 180^\circ$ و $\sin \alpha = \frac{\Delta m + 1}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $\left[-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right]$
- (۲) $\left[-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right]$
- (۳) $\left[\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right]$
- (۴) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3\sqrt{2}-2}{10}\right)$

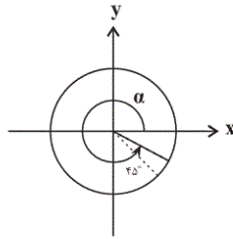
۶۳- اگر $\cot \theta \times \cos \theta > 0$ و $\sin^2 \theta \times \tan \theta > 0$ باشد، انتهای کمان زاویه θ در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

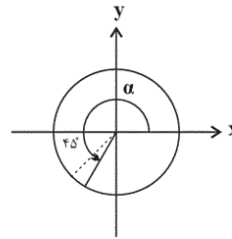
۶۴- کدام گزینه درست نیست؟ (خط چین‌ها نشان‌دهنده نیمساز هر ناحیه هستند).



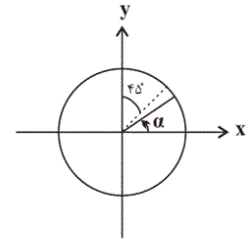
$\sin \alpha < \cos \alpha$ (۴)



$\cos \alpha > \cot \alpha$ (۳)



$\sin \alpha < \cos \alpha$ (۲)



$\tan \alpha < \cot \alpha$ (۱)

۶۵- انتهای کمان زاویه x در کدام ناحیه دایره مثلثاتی باشد تا $(1 - \tan x)(1 - \cot x)$ عددی مثبت شود؟

(۲) ربع اول یا سوم

(۱) ربع اول یا دوم

(۴) ربع دوم یا سوم

(۳) ربع دوم یا چهارم

۶۶- اگر خط $y = (m-1)x + n - 5$ ، با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد و از نقطه $(1, 3)$ عبور کند، در این صورت $m + n$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 5$

(۱) ۶

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 8$

(۳) ۹

۶۷- اگر $180^\circ < x < 225^\circ$ باشد، حاصل $\sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} \times \sqrt{1 + \cot^2 x}$ کدام است؟

(۲) $1 - \cot x$

(۱) $\cot x - 1$

(۴) $1 - \tan x$

(۳) $\tan x - 1$

۶۸- اگر $\frac{\tan x}{1 + \cos x} + \frac{\tan x}{1 - \cos x} = m$ باشد، حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر است).

(۲) $1 - \frac{4}{m^2}$

(۱) $\frac{4}{m^2}$

(۴) $1 - \frac{8}{m^2}$

(۳) $\frac{8}{m^2}$

۵۱- در یک کلاس ۳۵ نفره، ۱۵ نفر عضو گروه سرود و ۲۰ نفر عضو گروه تئاتر هستند. اگر ۵ نفر عضو هیچ کدام از این دو گروه نباشند، چند نفر فقط در یکی از

این دو گروه عضو هستند؟

۱۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۵۲- بازه $[2, a+1]$ ، دقیقاً شامل ۵ عدد صحیح فرد است. حدود a کدام است؟

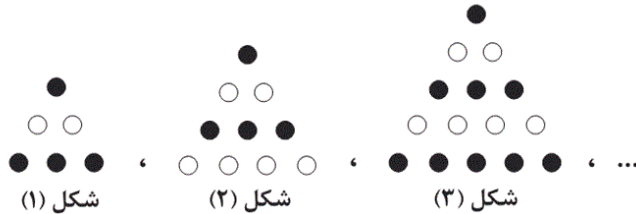
$6 \leq a < 7$ (۴)

$10 < a \leq 12$ (۳)

$6 < a \leq 7$ (۲)

$10 \leq a < 12$ (۱)

۵۳- در جمله بیستم الگوی زیر، تعداد دایره‌های توپر، چند تا است؟



۸۱ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۴۴ (۳)

۱۲۱ (۴)

۵۴- در دنباله حسابی با جمله عمومی f_n ، اگر قدرنسبت را مجذور کنیم، به جمله هفتم دنباله، ۱۲ واحد اضافه می‌شود. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(جمله اول ثابت است.)

۱ (۴)

۱ یا -۲ (۳)

۲ (۲)

۲ یا -۱ (۱)

۵۵- بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار واسطه هندسی قرار می‌دهیم. واسطه حسابی بین دو عدد وسط کدام است؟ (۴، جمله اول است.)

۲۴ (۴)

۷۲ (۳)

۱۶۲ (۲)

۱۴۴ (۱)

۵۶- چهار جمله ناصفر ab ، $\frac{ab}{2}$ ، b و $b - a + 1$ ، به ترتیب تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. مجموع این چهار جمله، کدام است؟ (ab ، جمله اول است.)

۴۵ (۴)

۵۵ (۳)

۳۵ (۲)

۲۵ (۱)

۵۷- اگر $a_1 = 3$ و $a_{n+1} = 2a_n + 4$ باشد، کدام یک از دنباله‌های زیر، یک دنباله هندسی را نمایش می‌دهد؟

$a_n + 4$ (۴)

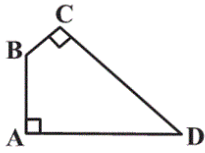
$a_n + 3$ (۳)

$a_n + 2$ (۲)

$a_n + 1$ (۱)

هندسه ۱، ترسیم هندسی و استدلال -

۸۰- در شکل زیر امتدادهای AD و BC در P و امتدادهای AB و CD در Q متقاطعند. امتداد BD لزوماً



(۱) بر PQ عمود است.

(۲) از وسط PQ می‌گذرد.

(۳) نیمساز زاویه ADC است.

(۴) نیمساز زاویه ABC است.

۷۱- پاره خط $AB = 7$ را در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به فاصله ۳ واحد باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) بی‌شمار

۷۲- فرض کنید که طول پاره خط AB برابر با ۱۲ واحد و طول پاره خط BC برابر با ۸ واحد باشد. اگر نقطه C روی خط گذرنده از A و B واقع نیابد، فاصله

بین دو نقطه A و C چند واحد می‌تواند باشد؟

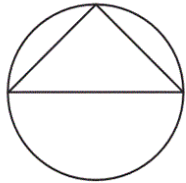
(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۷۳- در شکل روبه‌رو سه رأس مثلث روی محیط دایره واقع‌اند. مرکز این دایره ... مثلث است.



(۱) روی یکی از میانه‌های

(۲) نقطه هم‌مرسی نیمسازهای داخلی

(۳) نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های

(۴) نقطه هم‌مرسی ارتفاع‌های

۷۴- در اثبات عکس قضیه «در مثلث ABC اگر $AB > AC$ ، آن‌گاه $\hat{B} < \hat{C}$ »، با استفاده از برهان خلف، فرض اولیه کدام است؟

(۲) $AC > AB$

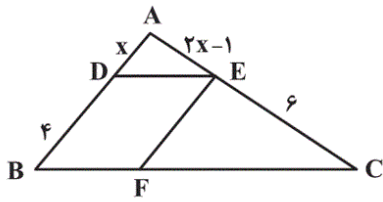
(۱) $AC \geq AB$

(۴) $\hat{B} \geq \hat{C}$

(۳) $\hat{B} > \hat{C}$

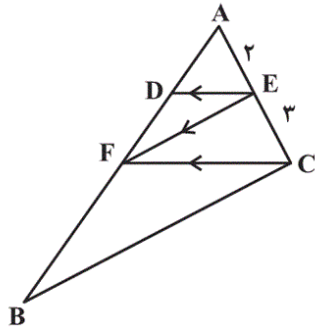
هندسه ۱، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن

۷۵- در شکل مقابل، چهارضلعی DEFB لوزی است. طول CF، کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵

۷۶- در شکل زیر اگر $DE \parallel FC$ و $EF \parallel BC$ ، آنگاه $\frac{AB}{AD}$ برابر با کدام است؟

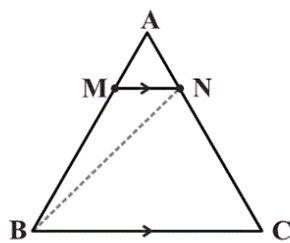


- (۱) $\frac{49}{25}$
- (۲) $\frac{25}{4}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{7}{2}$

۷۷- در مثلث ABC، نقطه D وسط میانه AM است، اگر امتداد BD، ضلع AC را در F قطع کند، آنگاه حاصل $\frac{AF}{AC}$ کدام است؟

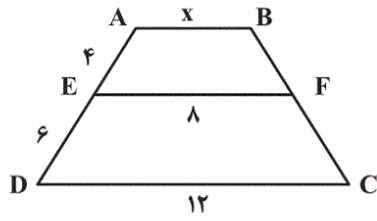
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

۷۸- در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $\frac{MN}{BC} = \frac{2}{7}$ ، مساحت مثلث BNC چند برابر مساحت مثلث ABN است؟



- (۱) $\frac{2}{7}$
- (۲) $\frac{7}{2}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

۷۹- در شکل زیر پاره‌خط‌های AB، EF و DC موازی‌اند. x کدام است؟



$$\frac{15}{3} \quad (1)$$

$$\frac{16}{3} \quad (2)$$

$$\frac{14}{3} \quad (3)$$

$$\frac{13}{3} \quad (4)$$

۶۹- گزینه «۳»

(امیر محمودیان)

زمانی ریشه سوم a از ریشه پنجم a بزرگ‌تر است که یا $a > 1$ یا $-1 < a < 0$

باشد اگر $a > 1$ باشد، $a^4 > a^3, a^4 > a^2$.

اگر $-1 < a < 0$ باشد، $a^4 > a^3$ و $a^2 > a^4$.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۷۰- گزینه «۲»

(امیر محمودیان)

$$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{20} < 5$$

$$\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{30} < 6 \Rightarrow 15 < 3\sqrt{30} < 18$$

$$\Rightarrow 19 < \sqrt{20} + 3\sqrt{30} < 23 \Rightarrow 16 < \sqrt{20} + 3\sqrt{30} < 25$$

$$\Rightarrow 4 < \sqrt{\sqrt{20} + 3\sqrt{30}} < 5$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

دو مثلث $CA'A$ و $CB'B$ متشابه‌اند. بنابراین:

$$\frac{BB'}{AA'} = \frac{CB'}{CA'} = \frac{CB}{CA} = 3, CB' = 3CA$$

$$\cos \alpha = \frac{CA'}{CA} = \frac{CA'}{\frac{1}{3}CB'} = \frac{2}{3}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2 + \sqrt{5}}{3}$$

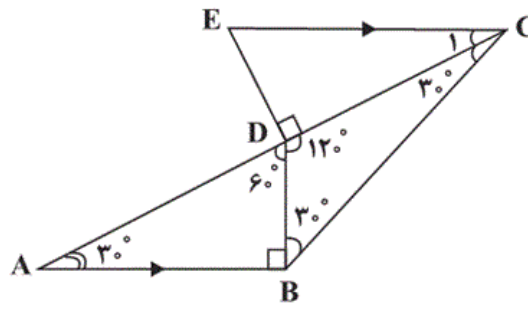
(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$EC \parallel AB$, مورب $AC \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_1 = 3^\circ$

$$\Rightarrow \cos 3^\circ = \frac{CD}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

با توجه به زوایای مشخص شده در شکل، مثلث BDC ، متساوی الساقین است. بنابراین:

$$CD = BD \quad (2)$$

$$\sin 3^\circ = \frac{BD}{12 - CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2CD = 12 - CD \Rightarrow CD = 4$$

$$\xrightarrow{(1)} CE = \frac{2}{\sqrt{3}} CD \Rightarrow CE = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 3^\circ = \frac{BD}{AB} \Rightarrow AB = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{12}{3}$$

$$\frac{CE}{AB} = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}}}{\frac{12}{3}} = \frac{2}{3}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

$$\Delta_{ACH} : \cos 60^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = 2/5$$

$$S_{\Delta_{ACH}} = \frac{1}{2} AH \times AC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{8}$$

$$\Delta_{ABH} : \tan 45^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow BH = 2/5$$

$$S_{\Delta_{ABH}} = \frac{1}{2} AH \times BH = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 2/5 = \frac{25}{8}$$

$$\frac{S_{\Delta_{ACH}}}{S_{\Delta_{ABH}}} = \frac{\frac{25\sqrt{3}}{8}}{\frac{25}{8}} = \sqrt{3}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

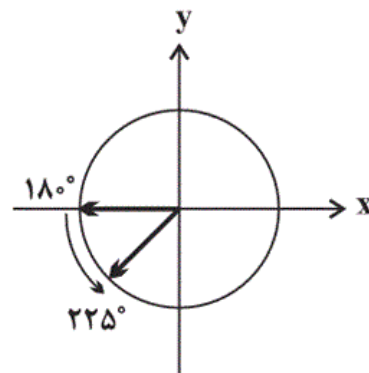
۴

۳

۲ ✓

۱

(عاطفه فان‌ممردی)



در این ناحیه، $0 < \sin \theta < \cos \theta$ است.

مقدار $\cos \theta$ همواره افزایش می‌یابد.

مقدار $\sin \theta$ همواره کاهش می‌یابد.

در این ناحیه $\cot \theta > 0$ است، بنابراین همواره $\cot \theta < \cos \theta$ می‌باشد.

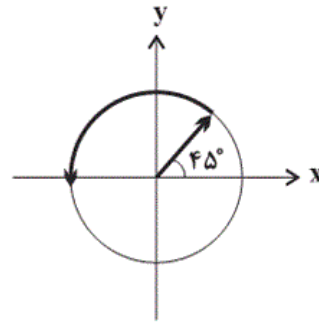
(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓



با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$0 < \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{5m+1}{3} \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < 5m+1 \leq 3 \Rightarrow -1 < 5m \leq 2 \Rightarrow -\frac{1}{5} < m \leq \frac{2}{5}$$

(مثلثات، صفحه ۳۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(معدری تک)

۱) $\cot \theta \times \cos \theta > 0 \Rightarrow$ هم‌علامت‌اند.

\Rightarrow انتهای کمان زاویه θ در ناحیه اول یا دوم است.

۲) $\sin^2 \theta \times \tan \theta > 0 \xrightarrow{\sin^2 \theta \geq 0} \tan \theta > 0$

\Rightarrow انتهای کمان زاویه θ در ناحیه اول یا سوم است.

انتهای کمان زاویه θ در ناحیه اول واقع شده است. \Rightarrow اشتراک

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

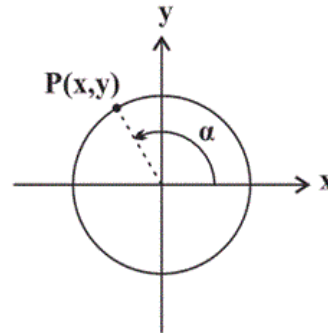
۳

۲

۱

در دایره مثلثاتی، برای نقطه P داریم:

$$\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$$



با توجه به این که زاویه 45° حکم نیمساز را دارد، بر اساس مقادیر X و Y به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1) 0^\circ < \alpha < 45^\circ \Rightarrow \cos \alpha > \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} \cot \alpha > 1 \\ 0 < \tan \alpha < 1 \end{cases}$$

$$2) 225^\circ < \alpha < 270^\circ \Rightarrow \sin \alpha < \cos \alpha$$

$$3) 315^\circ < \alpha < 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha > \cot \alpha$$

$$4) 90^\circ < \alpha < 135^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha > \cos \alpha$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$(1 - \tan x)(1 - \cot x) = \left(1 - \frac{\sin x}{\cos x}\right)\left(1 - \frac{\cos x}{\sin x}\right)$$

$$= \left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x}\right) = \frac{-(\sin x - \cos x)^2}{\sin x \cos x} > 0$$

عبارت $-(\sin x - \cos x)^2$ ، نامثبت است. بنابراین مخرج کسر باید منفی باشد.

بنابراین:

$$\sin x \cos x < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ناحیه چهارم} \Rightarrow \sin x < 0, \cos x > 0 \\ \text{یا} \\ \text{ناحیه دوم} \Rightarrow \sin x > 0, \cos x < 0 \end{cases}$$

در ناحیه‌های دوم و چهارم، عبارت داده شده، مقداری مثبت دارد.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = (m-1)x + n - 5$$

$$\text{شیب خط} = \tan 45^\circ = 1 = m-1 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow n = 7 \Rightarrow 3 = 1 + n - 5$$

$$m + n = 9$$

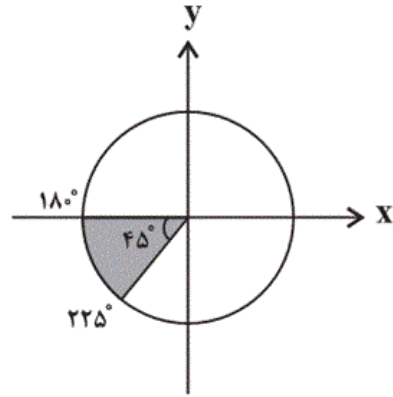
(مثلثات، صفحه‌های ۳۰ و ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به دایره مثلثاتی، در محدوده $180^\circ < x < 225^\circ$ عرض نقاط بیشتر از طولشان است، بنابراین $\sin x > \cos x$.

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} \times \sqrt{1 + \cot^2 x} \\ &= \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x} \times \sqrt{1 + \cot^2 x} \\ &= \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} \times \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \end{aligned}$$

$$= |\sin x - \cos x| \times \frac{1}{|\sin x|} = (\sin x - \cos x) \times \left(-\frac{1}{\sin x}\right)$$

$$= -1 + \cot x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{\tan x}{1 + \cos x} + \frac{\tan x}{1 - \cos x} = \tan x \left(\frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} \right)$$

$$= \tan x \left(\frac{2}{\sin^2 x} \right) = m \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{m}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{2}{m}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)^2 - 2(\sin x \cos x)^2$$

$$= 1 - 2 \times \frac{4}{m^2} = 1 - \frac{8}{m^2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۵۱ - گزینه «۲»

(علی ارجمند)

A: گروه سرود

B: گروه تئاتر

$$n((A \cup B)') = 5$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 35 - 5 = 30$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 30 = 15 + 20 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$n(A - B) + (B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 30 - 5 = 25$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

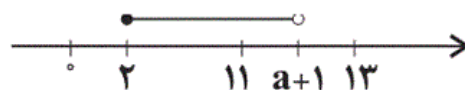
۵۲ - گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

چون بازه از ۲ شروع می‌شود، فقط اعداد فرد ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱ در این بازه قرار

$$11 < a+1 \leq 13 \Rightarrow 10 < a \leq 12$$

می‌گیرند. بنابراین:



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۵۳- گزینه «۴»

(میلار منصورى)

تعداد دایره‌های توپر در شکل اول و دوم با هم برابر است. به همین ترتیب در شکل‌های سوم و چهارم نیز تعداد دایره‌های توپر با هم برابر است. پس تعداد دایره‌های توپر در شکل نوزدهم و بیستم نیز با هم برابر است.

تعداد دایره‌های توپر در شکل اول و دوم : 2^2

تعداد دایره‌های توپر در شکل سوم و چهارم : 3^2

⋮

تعداد دایره‌های توپر در شکل $2n-1$ و $2n$: $(n+1)^2$

تعداد دایره‌های توپر در شکل نوزدهم و بیستم : $11^2 = 121$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۴- گزینه «۱»

(میلار منصورى)

$$t_7 = t_1 + 6d$$

فرض می‌کنیم قدرنسبت دنباله، d باشد:

$$t'_7 = t_1 + 6d^2$$

اگر قدرنسبت را مجذور کنیم، داریم:

$$t'_7 = t_7 + 12 \Rightarrow t_1 + 6d^2 = t_1 + 6d + 12$$

$$\Rightarrow d^2 - d - 2 = 0 \Rightarrow (d-2)(d+1) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d = -1 \\ \text{یا} \\ d = 2 \end{array} \right.$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$t_1 = 4$$

$$t_5 = t_1 r^5 = 972 \Rightarrow r^5 = \frac{972}{4} = 243 \Rightarrow r = 3$$

دو عدد وسطی = جمله سوم و چهارم

$$t_3 = t_1 r^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$t_4 = t_1 r^3 = 4 \times 27 = 108$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{t_3 + t_4}{2} = \frac{36 + 108}{2} = 72$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

۵۶ - گزینه «۴»

(ریم مشتاق نظم)

$$r = \frac{1}{2}$$

اگر قدرنسبت دنباله را با r نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} b = 2(b - a + 1) \\ ab = 2b \\ \frac{ab}{2} = 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 6 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$24, 12, 6, 3$$

جملات دنباله به صورت روبه‌رو است:

$$\text{مجموع جملات} = 3 + 6 + 12 + 24 = 45$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

۵۷ - گزینه «۴»

(میلاد منصوری)

دنباله داده شده: $3, 10, 24, 52, \dots$

با توجه به گزینه‌ها، اگر به هرکدام از جملات بالا، ۴ واحد اضافه کنیم، دنباله زیر را خواهیم داشت:

$$7, 14, 28, 56, \dots$$

این دنباله، یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

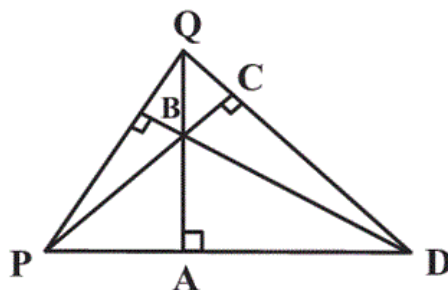
۴ ✓

۳

۲

۱

در مثلث PQD ، دو ارتفاع QA و PC در B متقاطعند.



پس اگر از D به B وصل کنیم و امتداد دهیم، ارتفاع دیگر این مثلث به دست می‌آید، یعنی امتداد DB بر PQ عمود است.

(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه ۱۹ کتاب درسی)

۴

۳

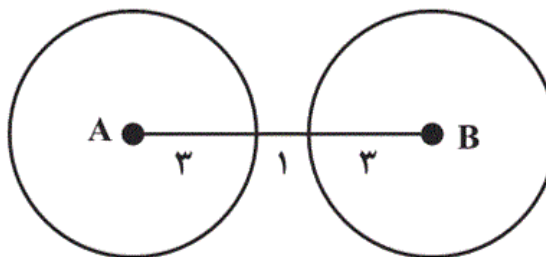
۲

۱ ✓

۷۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به شکل زیر، دایره‌هایی که به مرکزهای A و B و شعاع ۳ رسم می‌شوند، نقطه مشترک ندارند، پس هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که از هر دو نقطه A و B به فاصله ۳ واحد باشد.



(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

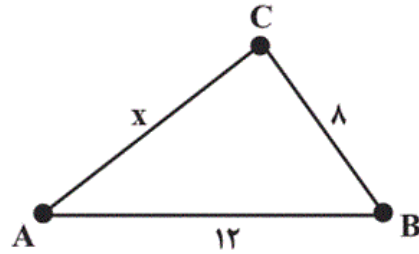
۲

۱

۷۲- گزینه «۴»

(معمد عظیم پور)

منظور سؤال این است که طول AC چقدر باشد تا بتوانیم مثلث را رسم کنیم؛ مطابق شکل زیر با توجه به نامساوی مثلثی، داریم:



$$\begin{cases} x+8 > 12 \Rightarrow x > 4 \\ x+12 > 8 \Rightarrow x > -4 \\ 12+8 > x \Rightarrow x < 20 \end{cases}$$

از اشتراک بین سه نامعادله بالا، داریم $4 < x < 20$ ، پس $x = 5$ امکان پذیر است.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

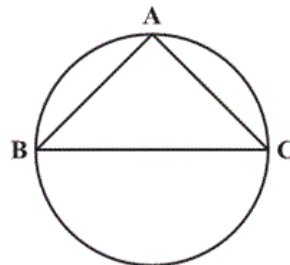
۲

۱

۷۳- گزینه «۳»

(مرتضی بهجت)

برای یافتن مرکز دایره دو وتر ناموازی را رسم و عمودمنصف آن‌ها را رسم می‌کنیم نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها مرکز دایره است.



AC ، AB و BC وترهایی از دایره هستند پس مرکز دایره روی عمودمنصف این وترها قرار می‌گیرد.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

عکس این قضیه به این صورت است: «در مثلث ABC اگر $\hat{B} < \hat{C}$ ، آنگاه $AB > AC$ »، که برای اثبات آن به روش برهان خلف باید فرض کنیم که حکم نادرست است، یعنی AB از AC بزرگتر نیست، یا به عبارت دیگر $AB \leq AC$.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۴ کتاب درسی)

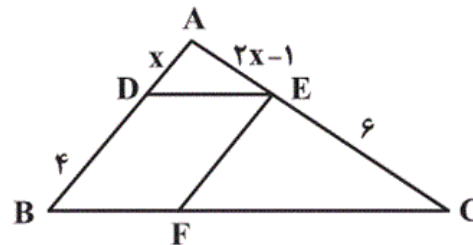
۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به لوزی بودن $DEFB$ خواهیم داشت:



$$DB = DE = EF = FB = 4, DE \parallel BC$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{2x-1}{6} \Rightarrow 6x = 8x-4 \Rightarrow x = 2$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{BC} = \frac{2}{6} \Rightarrow BC = 12 \Rightarrow CF = BC - BF = 8$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به شکل و با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{DE} \parallel \text{FC} \Rightarrow \frac{\text{AD}}{\text{AF}} = \frac{\text{AE}}{\text{AC}} = \frac{2}{5} \\ \text{EF} \parallel \text{BC} \Rightarrow \frac{\text{AF}}{\text{AB}} = \frac{\text{AE}}{\text{AC}} = \frac{2}{5} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{\text{AD}}{\text{AF}} = \frac{\text{AF}}{\text{AB}} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{AF} = \frac{2}{5} \text{AB} \\ \text{AF} = \frac{5}{2} \text{AD} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{2}{5} \text{AB} = \frac{5}{2} \text{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{AB}}{\text{AD}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{25}{4}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۷ کتاب درسی)

۴

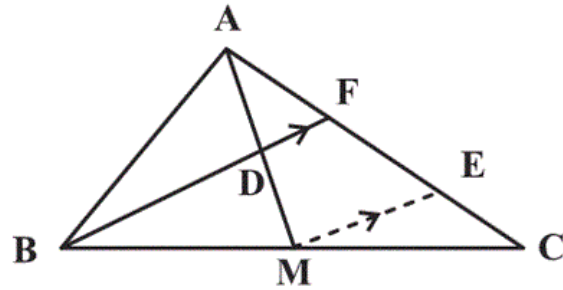
۳

۲ ✓

۱

از نقطه M خطی موازی BF رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه E قطع کند.

در مثلث AME طبق قضیه تالس داریم:



$$\frac{AD}{DM} = \frac{AF}{FE} \Rightarrow \frac{AF}{FE} = 1 \Rightarrow AF = FE$$

همچنین در مثلث CBF داریم:

$$\frac{CM}{MB} = \frac{CE}{EF} \Rightarrow \frac{CE}{EF} = 1 \Rightarrow CE = EF$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$$

در نتیجه $AF = EF = EC$ پس:

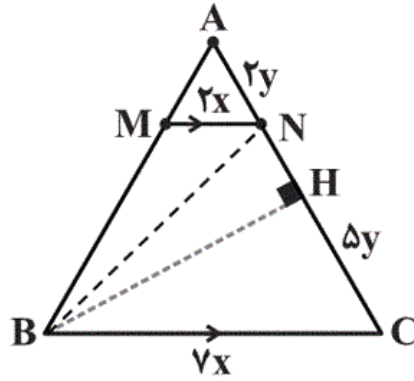
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AN = 2y \\ NC = 5y \end{cases}$$

ارتفاع مشترک این دو مثلث را رسم می‌کنیم (BH)، داریم:

$$\frac{S_{\Delta BNC}}{S_{\Delta ABN}} = \frac{\frac{1}{2} \times BH \times 5y}{\frac{1}{2} \times BH \times 2y} = \frac{5}{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵ کتاب درسی)

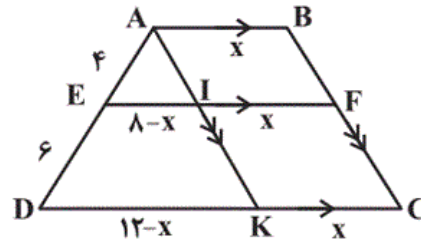
۴

۳ ✓

۲

۱

از نقطه A پاره خط AK را به موازات BC رسم می‌کنیم.



در مثلث ADK طبق نتیجه قضیه تالس داریم:

$$\frac{EI}{DK} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{8-x}{12-x} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 40 - 5x = 24 - 2x \Rightarrow 3x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{3}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱