



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۶۱- اگر جواب معادله  $2ax - 8 = \frac{5}{2}x - a$  برابر ۴ باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۲      (۴)  $-\frac{1}{2}$

۶۲- جواب کدام معادله قرینه جواب معادله  $2x - 7 = 3(x - 3)$  است؟

$$(1) \quad (3x + 5) - (x + 1) = 0$$

$$(2) \quad \frac{x - 4}{2} + \frac{7x + 1}{3} = 4$$

$$(3) \quad x + 2x + 3x = 10$$

$$(4) \quad 4x + 1 = \frac{6 - x}{2}$$

۶۳- مجموع نصف و ربع عددی، هفت واحد، بیشتر از ثلث دو برابر آن عدد است. ثلث این عدد کدام است؟

- (۱) ۸۴      (۲) ۵۶      (۳) ۲۸      (۴) ۲۴

۶۴- مربع حاصل جمع عددی با عدد ۵، از مربع آن عدد  $30$  واحد بیشتر است. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳) ۴      (۴)  $\frac{1}{4}$

۶۵- جواب معادله  $(x - 1)^2 - (2x + 3)^2 = -3x^2 + 8$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{7}$       (۲)  $\frac{1}{7}$       (۳)  $-\frac{8}{7}$       (۴)  $\frac{8}{7}$

۶۶- عرض یک مستطیل از ربع طول آن، ۲ واحد کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۶ باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۲۴      (۳) ۱۳      (۴) ۱۸

۶۷- در یک مدرسه، تعداد دانش‌آموزان دهم تجربی ۳ نفر بیشتر از دانش‌آموزان دهم انسانی بوده و تعداد دانش‌آموزان دهم انسانی و دهم

ریاضی برابر است. اگر ثلث دانش‌آموزان ریاضی و ۳ نفر از دانش‌آموزان انسانی در این پایه به رشته تجربی تغییر رشته دهند، در حالت

جدید، ربع دانش‌آموزان دهمی، در رشته انسانی خواهند بود. این مدرسه چند دانش‌آموز مقطع دهم دارد؟

- (۱) ۴۲      (۲) ۴۸      (۳) ۵۱      (۴) ۵۴

۶۸- به ازای  $m < 0$ ،  $x = 2$  ریشه معادله  $(m^2 - 3)x^2 - 2mx - 12 = 0$  است. ریشه دیگر این معادله کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۳

۶۹- جواب معادله  $2x - \frac{1}{2} = 2x - 1 + \frac{1}{2x+1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) -۲

۷۰- ریشه کوچکتر کدام معادله دو برابر ریشه بزرگتر معادله  $2x^2 + x - 1 = 0$  است؟

- (۱)  $2x^2 - 2 = 0$  (۲)  $x^2 - 5x + 4 = 0$  (۳)  $x^2 - 2x + 6 = 0$  (۴)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

۷۱- الان مجموع سن سه برادر، ۲۷ سال است. اگر سه سال بعد مجموع سن دو برادر بزرگتر، پنج برابر سن برادر کوچکتر شود، سن برادر کوچکتر در حال حاضر چند سال است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۲- اگر تابع درآمد در یک کارگاه تولیدی  $R(x) = -4x^2 + 60x$ ، تابع هزینه  $C(x) = 40x + 24$  و تعداد کالای تولیدی باشد، نقاط سر به سر برای این کارگاه به ازای تولید چه تعداد کالا است؟

- (۱) ۴ یا ۵ (۲) ۶ یا ۸ (۳) ۲ یا ۳ (۴) ۴ یا ۶

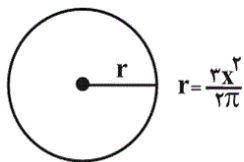
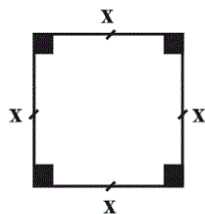
۷۳- سن دو برادر مجموعاً ۲۰ سال می باشد، اگر سن برادر کوچکتر از ۳ برابر سن دیگری ۴ سال کمتر باشد، حاصل ضرب سن آنها کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۸۴

۷۴- از مستطیلی به ابعاد  $4x + 2$  و  $9x + 3$ ، مربعی با ضلع  $6x$  برداشته ایم و مساحت شکل باقیمانده برابر ۳۶ است. طول مستطیل اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۲۱ (۴) ۳۰

۷۵- مجموع محیط‌های دو شکل زیر برابر ۲ است. اندازه ضلع مربع چقدر است؟



$$\frac{-1 + \sqrt{3}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{-2 + \sqrt{10}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4 - \sqrt{10}}{3} \quad (4)$$

۷۶- به ازای کدام مقدار  $a$ ، جدول زیر یک تابع را نشان می‌دهد؟

x	۴	۲	m+1	۴
y	2m-1	۵	-۴	$\frac{m}{2} + 2$

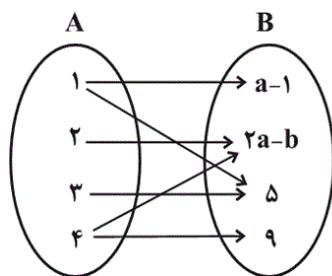
۲ (۲)

-۲ (۱)

۳ (۴)

-۳ (۳)

۷۷- اگر نمودار زیر مربوط به یک تابع باشد، حاصل  $(\frac{a}{b})^2$  کدام است؟



۴ (۱)

۹ (۲)

۱۶ (۳)

۲۵ (۴)

۷۸- اگر دو زوج مرتب  $(1, a+b)$  و  $(a^2 - b^2, ۴)$  با هم برابر باشند،  $a$  کدام است؟

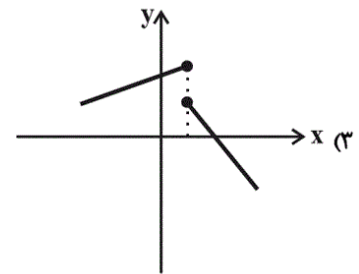
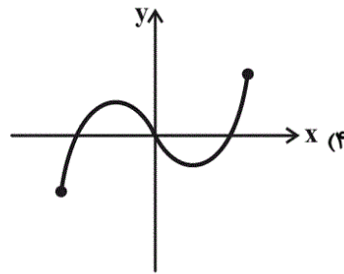
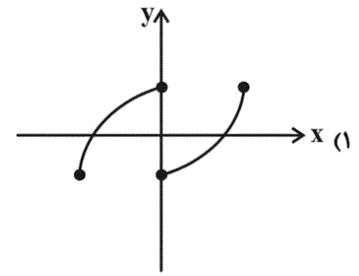
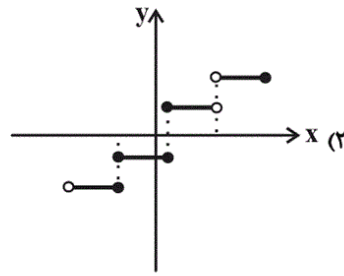
$$\frac{19}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{17}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{11}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۱)$$

۷۹- کدام نمودار نمایش یک تابع است؟



۸۰- اگر مجموعه  $R = \{(3, 5), (k, 5), (3, k^2 + 1), (2, 1)\}$  نشان دهنده یک تابع باشد،  $k$  کدام است؟

(۴)  $\pm 5$

(۳) فقط ۵

(۲) فقط -۲

(۱)  $\pm 2$

۶۱-

(امیر زرانروز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

ریشه معادله در معادله صدق می کند، یعنی:

$$2a(4) - 8 = \frac{5}{2}(4) - a$$

$$\Rightarrow 8a - 8 = 10 - a \Rightarrow 8a + a = 10 + 8 \Rightarrow 9a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{9} = 2$$

۴

۳

۲

۱

۶۲-

(امیر محمودیان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

ابتدا معادله داده شده را حل می کنیم:

$$2x - 7 = 3(x - 3) \Rightarrow 2x - 7 = 3x - 9 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ای قابل قبول است که جواب آن -۲ باشد:

$$(3x + 5) - (x + 1) = 0 \Rightarrow 3x + 5 - x - 1 = 0 \Rightarrow 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$$

جواب گزینه های «۲»، «۳» و «۴» به ترتیب برابر با ۲،  $\frac{5}{3}$  و  $\frac{4}{9}$  است.

۴

۳

۲

۱

۶۳-

(امیر محمودیان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

عدد مورد نظر را  $x$  در نظر می گیریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{2x}{3} + 7$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 ثلث دو برابر عدد    ربع عدد    نصف عدد

$$\times 12 \rightarrow 6x + 3x = 8x + 84 \Rightarrow x = 84$$

$$\frac{x}{3} = \frac{84}{3} = 28$$

ثلث عدد برابر است با:

۴

۳

۲

۱

-۶۴

(کوروش داوردی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

$$(x+5)^2 = x^2 + 30 \Rightarrow x^2 + 10x + 25 = x^2 + 30$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x - x^2 = 30 - 25 \Rightarrow 10x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۵

(امیر زراندوز، ترکیبی، صفحه ۱۰ تا ۲۲)

ابتدا با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای، طرفین معادله را ساده تر می‌کنیم:

$$(x-1)^2 - (2x+3)^2 = -3x^2 + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 - (4x^2 + 12x + 9) = -3x^2 + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 4x^2 - 12x - 9 = -3x^2 + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 4x^2 - 12x - 9 + 3x^2 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow -14x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow -14x = 16 \Rightarrow x = \frac{-16}{14} = -\frac{8}{7}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۶

(عمید اصلانی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

اگر طول مستطیل را  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$2x(\text{عرض} + \text{طول}) = 26$$

$$\Rightarrow 2(x + \frac{1}{4}x - 2) = 26 \Rightarrow x + \frac{1}{4}x - 2 = 13$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x = 15 \Rightarrow x = \frac{15 \times 4}{5} = 12$$

پس طول مستطیل ۱۲ و عرض آن  $1 - 2 = 12 - 2 = 10$  می‌باشد و در نتیجه مساحتمستطیل برابر  $S = 12 \times 10 = 120$  است.

۴

۳

۲

۱ ✓

تعداد دانش‌آموزان انسانی و ریاضی را در حالت اول  $x$  در نظر می‌گیریم. در این صورت، تعداد دانش‌آموزان تجربی  $x+3$  خواهد شد. پس از تغییر رشته، تعداد دانش‌آموزان رشته انسانی  $x-3$  نفر خواهد شد.

$$x-3 = \frac{1}{4}(\underbrace{x+x+x+3}_{\text{کل دانش‌آموزان دهم}}) \Rightarrow 4x-12 = 3x+3 \Rightarrow x=15$$

$$\text{کل دانش‌آموزان} : 3x+3 = 3(15)+3 = 48$$

۴

۳

۲ ✓

۱

چون  $x=2$  ریشه معادله است، پس در آن صدق می‌کند:

$$(m^2-3)(2)^2 - 2m(2) - 12 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 12 - 4m - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m - 24 = 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 - m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=3 & \text{غیرقابل قبول} \\ m=-2 & (m < 0) \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

به‌ازای  $m=-2$  معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-6 \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓



$$\frac{2x-1}{1} + \frac{1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{4x^2-1+1}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4x^2}{2x+1} = 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2 = (2x+1)(2x - \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 4x^2 - x + 2x - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر محمودیان، حل معادله درجه ۲ و کاربرددها، صفحه ۱۹ تا ۳۲)

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (2) \times (-1) = 9$$

$$x = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad x = \frac{-1-3}{4} = -1$$

$x = \frac{1}{2}$  ریشه بزرگتر است. بنابراین گزینه‌ای صحیح است که ریشه کوچکتر آن

$x = 1$  باشد.

$$1) \quad 2x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$2) \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \text{ ریشه کوچکتر} \end{cases}$$

$$3) \quad x^2 - 2x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta < 0. \text{ ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$4) \quad x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۱

(امیر مهوریان، معادله‌های شامل عبارتهای گویا، صفحه ۳۳ تا ۳۸)

سه سال بعد به سن هر کدام از برادرها ۳ سال افزوده می‌شود، بنابراین مجموع سن آنها برابر با  $36 = 3 \times 3 + 27$  سال خواهد شد.

سن برادر کوچکتر را در سه سال بعد،  $x$  در نظر می‌گیریم. بنابراین مجموع سن دو برادر دیگر در سه سال بعد،  $5x$  خواهد شد:

$$x + 5x = 36 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6$$

پس سن کوچکترین برادر هم‌اکنون  $3 = 6 - 3$  سال است.

۴

۳

۲

۱ ✓

-۷۲

(کوروش داودی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۱۹ تا ۳۲)

هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = -4x^2 + 60x - 40x - 24 \Rightarrow P(x) = -4x^2 + 20x - 24$$

در نقطه سربه‌سر مقدار سود صفر است:

$$\frac{-4x^2}{-4} + \frac{20x}{-4} - \frac{24}{-4} = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۳

(عمید زرین‌کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۷)

سن برادر کوچکتر را  $x$  فرض می‌کنیم، پس:

$$x + (3x - 4) = 20$$

$$4x = 20 + 4 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6 \text{ سن برادر کوچک}$$

$$\text{سن برادر بزرگتر} = 3 \times 6 - 4 = 14$$

$$\text{حاصل ضرب سن آنها} = 6 \times 14 = 84$$

۴ ✓

۳

۲

۱

مساحت مستطیل را به دست می آوریم و مساحت مربع را از آن کم می کنیم و برابر

۳۶ قرار می دهیم:

$$(9x+3)(4x+2) - 36x^2 = 36$$

$$\Rightarrow 36x^2 + 18x + 12x + 6 - 36x^2 = 36$$

$$\Rightarrow 30x + 6 = 36 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{طول مستطیل: } 9x + 3 = 9 \times 1 + 3 = 12$$

۴

۳

۲

۱ ✓

۲ = محیط دایره + محیط مربع

$$\Rightarrow 4x + 2\pi\left(\frac{3x^2}{2\pi}\right) = 2 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (3) \times (-2) = 16 + 24 = 40$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{2 \times (3)} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{6}$$

$$= \frac{2(-2 \pm \sqrt{10})}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

فقط جواب  $\frac{-2 + \sqrt{10}}{3}$  قابل قبول است، چون ضلع مربع نمی تواند منفی باشد.

۴

۳ ✓

۲

۱

چون تابع مؤلفه‌های اول یکسان دارد، باید مؤلفه‌های دوم آنها با هم برابر باشند. پس:

$$2m - 1 = \frac{m}{2} + 2 \quad \text{کل عبارت را در ۲ ضرب می‌کنیم.}$$

$$4m - 2 = m + 4 \Rightarrow 4m - m = 4 + 2 \Rightarrow m = \frac{6}{3} = 2$$

۴

۳

۲ ✓

۱

در نمایش پیکانی یک تابع، از هر عضو مجموعه اول باید دقیقاً یک فلش خارج شود.

پس اگر عضوی از مجموعه اول وجود دارد که از آن دو فلش خارج شده است، باید

این فلش‌ها به یک عضو از مجموعه دوم وصل شود. یعنی:

$$a - 1 = 5 \Rightarrow a = 6$$

$$2a - b = 9 \Rightarrow 2 \times 6 - b = 9 \Rightarrow -b = 9 - 12$$

$$\Rightarrow -b = -3 \Rightarrow b = 3$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 2^2 = 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

مؤلفه‌های اول را با هم و مؤلفه‌های دوم را نیز با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$a + b = 4, \quad a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 1 \Rightarrow (a - b) \times 4 = 1$$

$$\Rightarrow a - b = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 2a = 4 + \frac{1}{4} \Rightarrow 2a = \frac{17}{4} \Rightarrow a = \frac{\frac{17}{4}}{2} = \frac{17}{8}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هر خط موازی محور  $y$  ها باید نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، این ویژگی

فقط در منحنی گزینه «۴» دیده می‌شود. به عبارت دیگر در منحنی‌های رسم شده در

گزینه‌های «۱ تا ۳» حداقل یک خط عمودی یافت می‌شود که نمودار تابع را در بیش از

یک نقطه قطع کرده باشد، پس این نمودارها تابع نیستند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در نمایش زوج مرتبی یک تابع، اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب یکسان باشند، باید مؤلفه دوم آنها نیز یکسان باشند.

$$\left\{ \begin{array}{l} (3, 5) \in R \\ (3, k^2 + 1) \in R \end{array} \right. \xrightarrow{\text{R تابع است.}} k^2 + 1 = 5 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

تابع نیست.  $R = \{(3, 5), (2, 5), (2, 1)\}$  اگر  $k = 2$

تابع هست.  $R = \{(3, 5), (-2, 5), (2, 1)\}$  اگر  $k = -2$

پس فقط  $k = -2$  قابل قبول است.

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱