



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مجموعه، الگو، دنباله

۵۷- در یک دنباله هندسی با جمله عمومی a_n ، اگر $a_7 = x - 2$ و $a_{11} = x$ و $a_{15} = x + 4$ باشد، جمله بیست و هفتم چند برابر جمله نوزدهم است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۵۹- اگر مجموع جملات دهم و دوازدهم یک دنباله هندسی برابر ۴۰ و تفاضل جمله دهم از چهاردهم $(t_{14} - t_{10})$ برابر ۶۰۰ باشد، قدر نسبت این دنباله هندسی کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۴- اگر بین اعداد $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-8\sqrt{2}$ ، سه واسطه هندسی با قدرنسبت مثبت درج کنیم، حاصل ضرب این سه واسطه کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) $-16\sqrt{2}$ (۳) ۱۶ (۴) $16\sqrt{2}$

۶۲- در دنباله حسابی ... و $x + 5$ و $x - 1$ و $x + 1$ ، اگر به جمله اول y ، به جمله دوم $2y$ و به جمله سوم $4y$ اضافه کنیم، این سه جمله، با همان ترتیب، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۸

۶۸- اگر در دنباله هندسی a_n ، رابطه $a_3 \cdot a_{21} = k$ برقرار باشد، حاصل $a_2 \cdot a_{12} \cdot a_{22}$ بر حسب k همواره کدام است؟ ($k > 0$)

k^2 (۴)

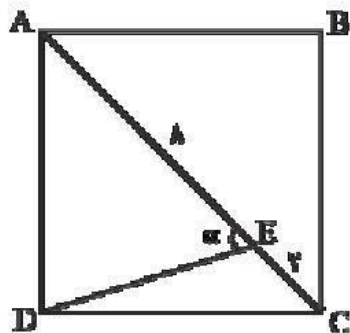
$k\sqrt{k}$ (۳)

$k^2\sqrt{k}$ (۲)

$\frac{k^2}{2}$ (۱)

ریاضی ۱، مثلثات

۶۹- در شکل زیر، اگر ABCD یک مربع باشد، آن گاه $\tan \alpha$ کدام است؟ ($EC = 2, AE = 8$)



$\frac{3}{2}$ (۱)

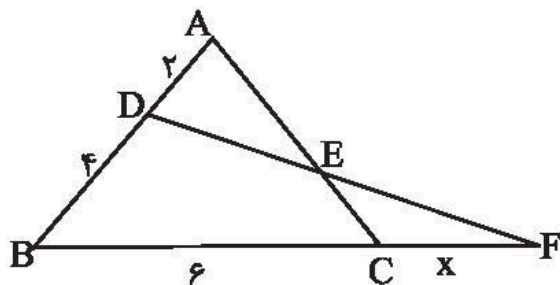
$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۴)

۷۰- در شکل زیر، نقاط A و F به ترتیب در امتداد پاره خطهای BC و BD هستند. اگر مساحت $\triangle ADE$

و $\triangle ECF$ با هم برابر باشند، مقدار x کدام است؟



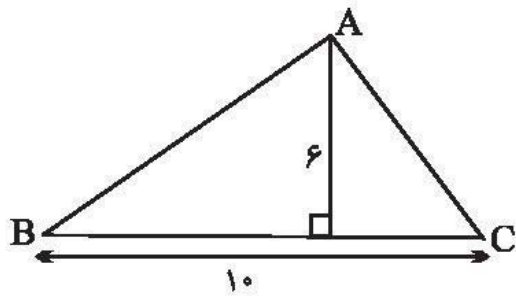
۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۱ (۴)

۶۳- مطابق شکل زیر، اگر در مثلث ABC ، رابطه $\hat{B} = \hat{C}$ برقرار باشد، طول ضلع AB کدام است؟



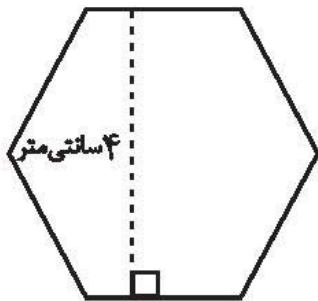
(۱) ۶

(۲) $6\sqrt{2}$

(۳) ۹

(۴) $9\sqrt{2}$

۶۵- مساحت شش ضلعی منتظم زیر کدام است؟



(۱) $16\sqrt{3}$

(۲) $24\sqrt{3}$

(۳) $8\sqrt{3}$

(۴) $\frac{9\sqrt{3}}{32}$

۶۶- اگر $\frac{2 \sin x + \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = 2$ و x بر حسب درجه $(0 \leq x \leq 180^\circ)$ باشد، حاصل عبارت

$$A = \sin(180^\circ + x) + \cos(180^\circ + x) + \cos 2x$$

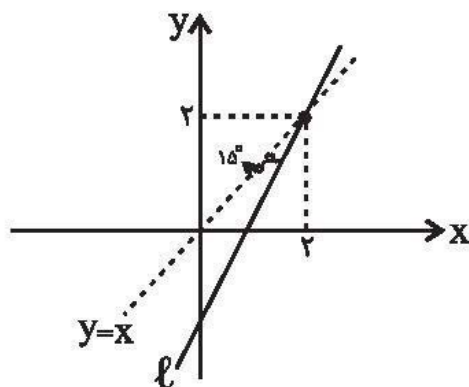
(۴) -۱

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) ۲

۶۷- در شکل زیر، خط ℓ در کدام عرض، محور y ها را قطع می‌کند؟



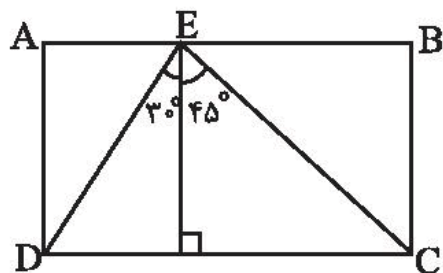
(۱) $1 - 2\sqrt{3}$

(۲) $2 - 2\sqrt{3}$

(۳) $1 - 2\sqrt{2}$

(۴) $2 - 2\sqrt{2}$

۶۰- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD مستطیل و $AE = 10$ است. طول ضلع DC تقریباً کدام است؟



$$(\sqrt{3} \approx 1.7)$$

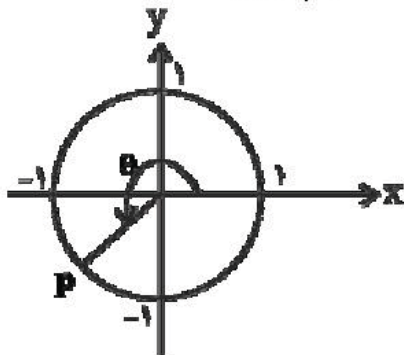
۲۷ (۲)

۱۷ (۱)

۲۴ (۴)

۳۴ (۳)

۶۱- در شکل زیر، اگر $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{3} \tan \theta - 2 \sin \theta}{\cot \theta}$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

۵۸- کدام نامساوی زیر درست است؟

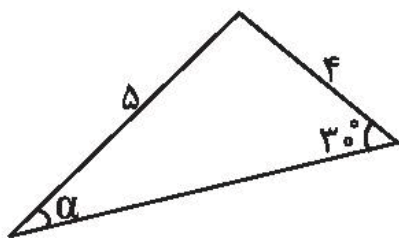
$\sin 120^\circ > \sin 150^\circ$ (۲)

$\sin 40^\circ > \sin 50^\circ$ (۱)

$\sin 270^\circ > \sin 90^\circ$ (۴)

$\sin 210^\circ < \sin 240^\circ$ (۳)

۵۱- در شکل زیر، حاصل $\sin \alpha$ کدام است؟



$0/5$ (۱)

$\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (۲)

$0/4$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

۵۲- اگر $\cos x = \frac{m+1}{5}$ و انتهای کمان x در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، آن گاه مجموعه مقادیر قابل قبول برای

m کدام است؟

(۲) (۱, ۳)

(۱) (-۳, -۱)

(۴) (۱, ۶)

(۳) (-۶, -۱)

۵۳- حاصل عبارت $A = \frac{\tan ۳۰^\circ}{1 - \tan^2 ۳۰^\circ} \times \frac{1 + \cot^2 ۶۰^\circ}{\cot^2 ۶۰^\circ - 1}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $-\sqrt{3}$

۵۴- نقطه P به طول $\frac{-1}{3}$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه دوم قرار دارد. اگر θ زاویه بین نیم خط OP با محور

Ox باشد، $\sin \theta$ کدام است؟ (O ، مبدأ مختصات است.)

(۴) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۵۵- اگر $\sin x \cdot \cot x > 0$ و $\sin x \cdot \cos x < 0$ ، آن گاه انتهای کمان x در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۵۶- اگر $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی نقطه P باشد که در ناحیه دوم محورهای مختصات

واقع است، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم مختصات نقطه P کدام است؟

(۲) $\frac{2 - \sqrt{5}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{5} - 2}{3}$

(۴) $\frac{-2 - \sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{5} + 2}{3}$

۵۷- گزینه «۲»

«مهوری نصرالهی»

راه حل اول:

$$a_7 = a_1 q^6, a_{11} = a_1 q^{10}, a_{15} = a_1 q^{14}$$

$$a_7 \times a_{15} = a_1 q^6 \times a_1 q^{14} = a_1^2 q^{20} = (a_1 q^{10})^2 = a_{11}^2$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+4) = x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = x^2 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

۴

۳

۲

۱

۵۹- گزینه «۴»

«علی ارجمند»

$$t_{10} + t_{12} = t_1 r^9 + t_1 r^{11} = t_1 r^9 (r^2 + 1) = 40$$

$$t_{14} - t_{10} = t_1 r^{13} - t_1 r^9 = t_1 r^9 (r^4 - 1) = 600$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^9 (r^2 + 1)}{t_1 r^9 (r^4 - 1)} = \frac{40}{600} \Rightarrow \frac{1}{r^2 - 1} = \frac{1}{15} \Rightarrow r^2 - 1 = 15$$

$$\Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = \pm 4$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

طبق گفته سوال $a_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $a_5 = -8\sqrt{2}$ است:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}, \square, \square, \square, -8\sqrt{2}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a_1 \quad a_1q \quad a_1q^2 \quad a_1q^3 \quad a_1q^4$$

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1q^4}{a_1} = \frac{-8\sqrt{2}}{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow q^4 = 16 = 2^4 \xrightarrow{q>0} q = 2$$

حاصل ضرب سه واسطه هندسی:

$$a_1q \times a_1q^2 \times a_1q^3 = (a_1)^3 q^6 = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^3 \times 2^6$$

$$= \frac{-1}{2\sqrt{2}} \times 2^6 = -16\sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

با استفاده از رابطه واسطه حسابی، داریم:

$$2(2x-1) = x+1+x+5$$

$$\Rightarrow 4x-2=2x+6 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4 \quad (1)$$

دنباله حسابی: ۵, ۷, ۹, ...

دنباله هندسی: $5+y$, $7+2y$, $9+4y$

$$(7+2y)^2 = (5+y)(9+4y) \Rightarrow 4y^2 + 28y + 49 = 4y^2 + 29y + 45$$

$$\Rightarrow y=4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} x+y=8$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$a_3 \cdot a_{21} = k \Rightarrow a_1 r^2 \cdot a_1 r^{20} = a_1^2 r^{22} = k \xrightarrow{k > 0} a_1 r^{11} = \sqrt{k}$$

$$a_2 \cdot a_{12} \cdot a_{22} = a_1 r \cdot a_1 r^{11} \cdot a_1 r^{21} = a_1^3 r^{33}$$

$$= (a_1 r^{11})^3 = (\sqrt{k})^3 = k\sqrt{k}$$

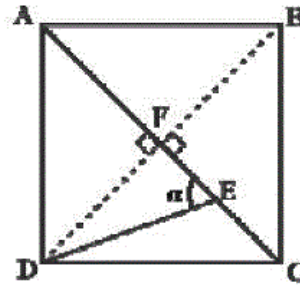
(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱



اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همدیگر را در نقطه F قطع کنند

می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجه به

این‌که قطر مربع ۱۰ می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$$\tan \alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div 2}{CF - CE} = \frac{10 \div 2}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

چون مساحت‌های $\triangle ADE$ و $\triangle CEF$ برابر هستند، پس داریم:

$$S_{ADE} = S_{CEF} \xrightarrow{+S_{BCED}} S_{ADE} + S_{BCED} = S_{CEF} + S_{BCED}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BDF} \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{B} = \frac{1}{2} BD \times BF \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow AB \times BC = BD \times BF$$

$$\Rightarrow (6)(6) = (4)(6 + x)$$

$$\Rightarrow 36 = 4(6 + x) \Rightarrow 6 + x = 9 \Rightarrow x = 3$$

(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

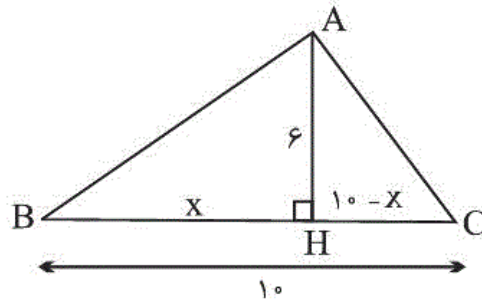
۴

۳

۲ ✓

۱

مطابق شکل، داریم:



$$\begin{cases} \tan \hat{B} = \frac{6}{x} \\ \tan \hat{C} = \frac{6}{10-x} \end{cases}$$

$$2 \cot \hat{B} = 3 \cot \hat{C} \Rightarrow 2 \times \frac{x}{6} = 3 \times \frac{(10-x)}{6}$$

$$\Rightarrow 2x = 30 - 3x \Rightarrow x = 6$$

$$\triangle ABH \text{ در رابطه فیثاغورس در } AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

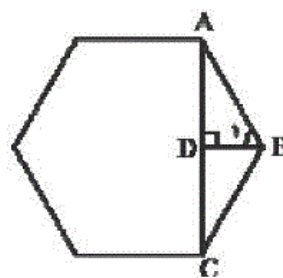
(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$AD = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}, \hat{B}_1 = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\sin \hat{B}_1 = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times 6$ است، پس:

$$S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{3} = 8\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثال‌ت)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{2 \sin x + \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = 2 \Rightarrow 2 \sin x + \cos x = 2 \sin x + 4 \cos x$$

$$\Rightarrow 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \xrightarrow{0^\circ \leq x \leq 180^\circ} x = 90^\circ$$

$$A = \sin(180^\circ + x) + \cos(180^\circ + x) + \cos 2x$$

$$= \sin 270^\circ + \cos 270^\circ + \cos 180^\circ = -1 + 0 - 1 = -2$$

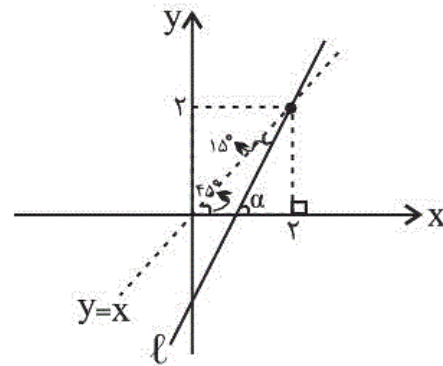
(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثال‌ت)

۴

۳

۲

۱



$$\begin{cases} \text{شیب خط } l = \tan \alpha \\ \alpha = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow m_l = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x + d \xrightarrow{(2,2) \in l} 2 = 2\sqrt{3} + d \Rightarrow d = 2 - 2\sqrt{3}$$

بنابراین محل تقاطع l با محور y ها در $y = 2 - 2\sqrt{3}$ است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

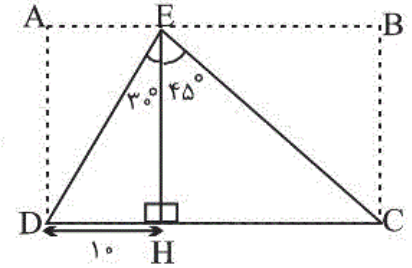
۲ ✓

۱

$$AE = DH = 10$$

$$\triangle EHD : \tan 30^\circ = \frac{DH}{EH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{EH}$$

$$EH = 10\sqrt{3} = 17$$



$$\triangle EHC : \tan 45^\circ = \frac{HC}{EH} \Rightarrow 1 = \frac{HC}{17} \Rightarrow HC = 17$$

$$DC = DH + CH = 10 + 17 = 27$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲ ✓

۱

برای نقطه p که روی دایره مثلثاتی قرار دارد، $x_p = \cos \theta$ و

$y_p = \sin \theta$ است. از طرفی:

$$x_p^2 + y_p^2 = 1 \xrightarrow{x_p = \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + y_p^2 = 1$$

$$\Rightarrow y_p^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{y_p < 0, y_p = \sin \theta} \sin \theta = y_p = -\frac{1}{2}$$

همچنین:

$$\tan \theta = \frac{y_p}{x_p} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot \theta = \frac{x_p}{y_p} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

با جایگذاری در عبارت A داریم:

$$A = \frac{\sqrt{3} \tan \theta - 4 \sin \theta}{\cot \theta} = \frac{\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - 4 \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1+2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

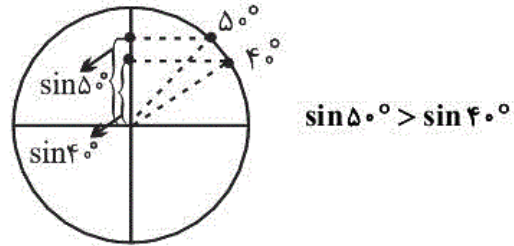
۲

۱

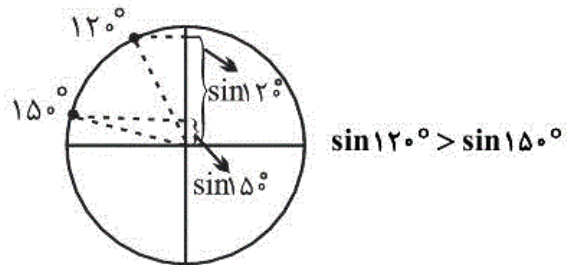
در یک دایره مثلثاتی، تصویر نقطه انتهایی یک کمان بر روی محور y ها،

مقدار سینوس آن کمان را نشان می‌دهد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

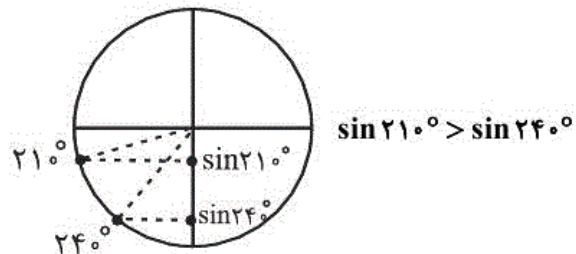
گزینه «۱» نادرست است:



گزینه «۲» درست است.



گزینه «۳» نادرست است.



گزینه «۴» نادرست است، زیرا: $\sin 27^\circ < \sin 90^\circ \Leftarrow \begin{cases} \sin 90^\circ = 1 \\ \sin 27^\circ = -1 \end{cases}$

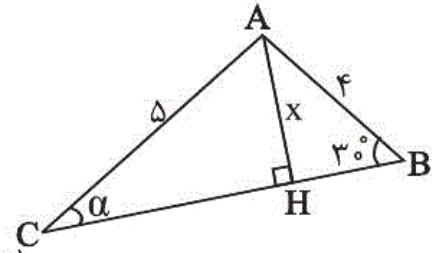
(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۵۱- گزینه «۳»

«شکلیب ریبی»

$$\triangle ABH : \sin 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\triangle ACH : \sin \alpha = \frac{x}{AC} = \frac{2}{5} = 0.4$$



(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

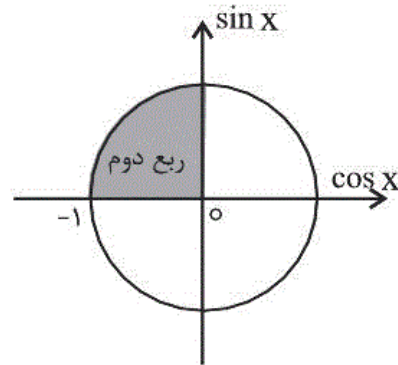
۱

۵۲- گزینه «۳»

«معدی هابی نژادیان»

با توجه به دایره مثلثاتی، در ناحیه دوم مثلثاتی $\cos x$ بین صفر و -۱

است. پس:



$$-1 < \cos x < 0 \Rightarrow -1 < \frac{m+1}{5} < 0$$

$$\Rightarrow -5 < m+1 < 0 \xrightarrow{+(-1)} -6 < m < -1 \Rightarrow m \in (-6, -1)$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ و } \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \times \frac{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} \times \frac{\frac{4}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

«سپار (اوپلب»

۵۴- گزینه ۱»

اگر $P(x, y)$ نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی بوده و θ زاویه بین نیم‌خط OP

و محور OX باشد، آن‌گاه:

$$x = \cos \theta, y = \sin \theta, x^2 + y^2 = 1$$

طبق فرض $x = -\frac{1}{3}$ ، پس:

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

در ناحیه دوم، y مثبت است. پس داریم:

$$\sin \theta = y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

اگر $\sin x \cdot \cot x > 0$ باشد، آن‌گاه:

$$\sin x \times \frac{\cos x}{\sin x} > 0 \Rightarrow \cos x > 0$$

انتهای کمان x در ناحیه اول یا چهارم است. از طرفی:

$$\sin x \cos x < 0 \xrightarrow{\cos x > 0} \sin x < 0$$

انتهای کمان x در ناحیه سوم یا چهارم است:

از اشتراک دو شرط بالا نتیجه می‌گیریم که انتهای کمان x در ناحیه چهارم

است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

نقطه P روی دایره مثلثاتی است، پس $x_P = \cos \alpha$, $y_P = \sin \alpha$ و

$$\tan \alpha = \frac{y_P}{x_P} \text{ است.}$$

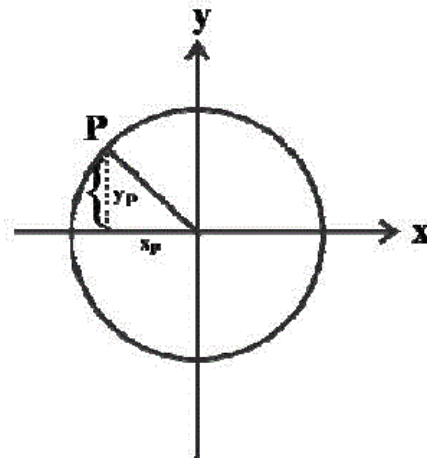
$$\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{y_P}{x_P} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow y_P = -\frac{2\sqrt{5}}{5} x_P \quad (1)$$

$$\xrightarrow{x_P^2 + y_P^2 = 1} \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5} x_P\right)^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} x_P^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5} x_P^2 = 1 \Rightarrow x_P^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x_P = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم است}} x_P = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (1) \rightarrow y_P = \frac{2}{3}$$



$$P\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{2 - \sqrt{5}}{3}$$

(صفحه‌های ۵۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)