



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۶- اگر در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب دو جمله هفتم و هفدهم برابر با ۶۴ باشد، جمله

دوازدهم کدام است؟

- ۱) ۶      ۲) ۸      ۳) ۱۲      ۴) ۱۶

۵۷- اگر  $A = (\frac{2m-4}{5}, +\infty)$  و  $B = (-\infty, \frac{m-3}{2})$  باشد، به ازای چند مقدار طبیعی  $m$  مجموعه

$A \cap B$  متناهی است؟

- ۱) ۶      ۲) ۵      ۳) ۷      ۴) هیچ مقدار

۵۸- از ۵۹ دانش‌آموز کلاس نهم، ۸ نفر در دو کلاس تقویتی ریاضی و فیزیک و ۳۳ نفر در کلاس ریاضی شرکت

کرده‌اند. اگر تعداد نفراتی که فقط در کلاس فیزیک شرکت کرده‌اند برابر با ۲۳ باشد، آن‌گاه چند نفر وجود

دارند. که در هیچ‌یک از این دو کلاس شرکت نکرده‌اند؟

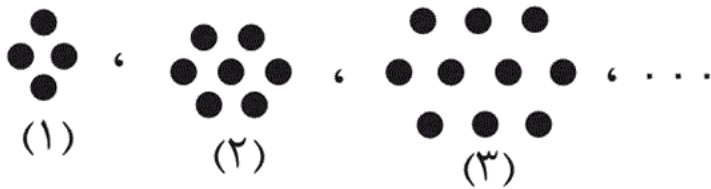
- ۱) ۲      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۵

۵۹- اگر  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشند و  $n(A \cap B') = ۱۵$ ،

$n(A' \cap B') = ۳۰$  و  $n(U) = ۶۰$  باشد، مقدار  $n(B)$  کدام است؟

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۵      ۳) ۲۰      ۴) ۲۵

۵۱- با توجه به الگوی زیر، در شکل سی‌ام چند دایره وجود دارد؟



(۱) ۹۱

(۲) ۸۸

(۳) ۱۱۹

(۴) ۱۲۰

۵۲- اگر  $t_n = (-3m+1)n^2 + (6m)n - m - \frac{2}{3}$  جمله عمومی یک الگوی خطی باشد، جمله ششم الگو کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

۵۳- در یک دنباله حسابی مجموع جملات پنجم و یازدهم برابر ۱۲ است. جمله هشتم دنباله کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

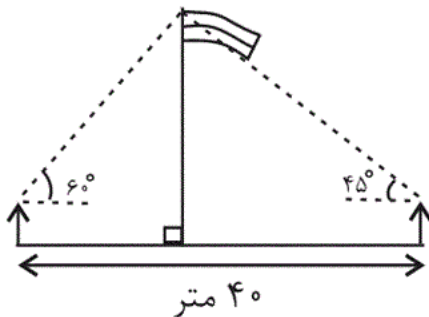
(۲) ۸

(۱) ۷

ریاضی ۱، مثلثات - ۳ سوال -

۵۴- مطابق شکل زیر، دو نفر که هم‌قد هستند به نوک میله یک پرچم نگاه می‌کنند. اگر فاصله دو نفر از هم ۴۰

متر باشد، نوک میله پرچم چند متر بالاتر از تراز دید این دو نفر است؟ (محل قرارگیری نفرات و پای پرچم در



یک راستا هستند.)

(۲)  $\frac{40}{3+\sqrt{3}}$

(۱)  $\frac{40}{3-\sqrt{3}}$

(۴)  $\frac{120}{3-\sqrt{3}}$

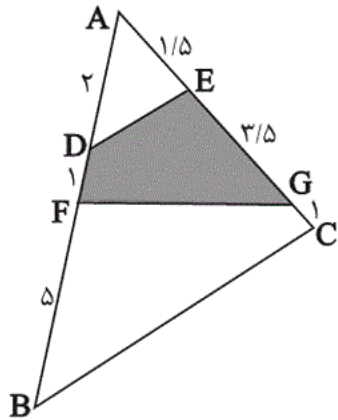
(۳)  $\frac{120}{3+\sqrt{3}}$

۵۵- طول دو ضلع مثلثی  $a = 2\sqrt{3}$  و  $b = 6$  و مساحت این مثلث برابر ۹ می‌باشد. اگر زاویه حاده بین این دو

ضلع مثلث را  $\theta$  بنامیم، در مورد نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $\theta$  کدام مورد نادرست است؟

- (۱)  $\cos\theta < \sin\theta$     (۲)  $\tan\theta > \cot\theta$     (۳)  $\sin\theta < \tan\theta$     (۴)  $\sin\theta < \cot\theta$

۶۰- با توجه به شکل زیر، نسبت مساحت قسمت رنگی (چهارضلعی DEGF) به مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{4}{9}$

ریاضی ۱ - آشنا ، مجموعه ، الگو، دنباله - ۸ سوال -

۶۱- اگر  $A_n = (-n, n)$  باشد، حاصل  $(A_1 \cup A_2 \cup A_3) - (A_1 \cap A_2)$  برابر با کدام گزینه است؟

(۲)  $(-1, 1)$

(۱)  $(-3, 3)$

(۴)  $(-3, -1] \cup [1, 3)$

(۳)  $(-3, -1) \cup (1, 3)$

۶۲- اگر A مجموعه اعداد اول و B مجموعه اعداد طبیعی فرد باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۴)  $A - B$

(۳)  $B - A$

(۲)  $A \cap B$

(۱)  $A \cup B$

۶۳- اگر  $A = \{a \mid -a \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{1-b \mid -b \in \mathbb{W}\}$  باشد و مجموعه  $Z$  را مجموعه مرجع فرض کنیم،

مجموعه  $A' \cap B'$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{W}$       (۲)  $Z - \mathbb{N}$       (۳)  $\{0\}$       (۴)  $\emptyset$

۶۴- در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

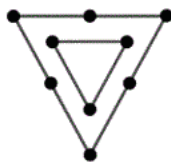
- (۱) ۱۲      (۲) ۷      (۳) ۱۳      (۴) ۱۹

۶۵- با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند نقطه توپر تشکیل شده است؟

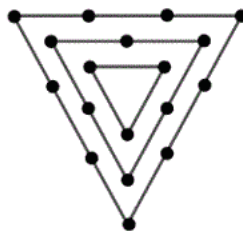
(شکل ۱)



(شکل ۲)



(شکل ۳)



...

(۱) ۳۲

(۲) ۴۳

(۳) ۵۳

(۴) ۶۳

۶۶- در دنباله‌های حسابی «۲، ۹، ۱۶، ۲۳، ...» و «۱۲، ۱۷، ۲۲، ۲۷، ...» چند عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است؟

- (۱) ۵      (۲) ۶      (۳) ۷      (۴) ۸

۶۷- در یک دنباله هندسی،  $t_1 = 3$  و  $t_7 = 1$  است. حاصل  $A = \frac{t_{21} + t_{23} + t_{25}}{t_{33} + t_{35} + t_{37}}$  کدام است؟

- (۱)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$       (۲)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{12}$       (۳)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-12}$       (۴)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-20}$

۶۸- بین دو عدد  $a^7$  و  $a^{37}$  چه تعداد واسطه هندسی با قدر نسبت  $a^3$  می‌توان درج نمود؟ ( $a \neq 1, -1$ )

۱۳ (۴)

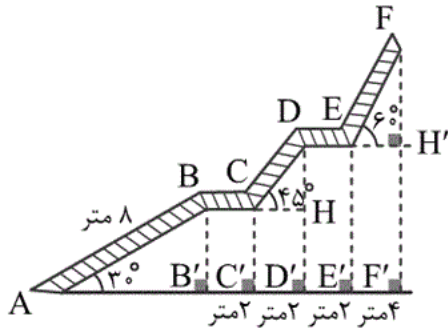
۱۱ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

ریاضی ۱ - آشنا، مثلثات - ۲ سوال -

۶۹- یک پله اضطراری در یک ساختمان، مطابق شکل زیر است. ارتفاع پله اضطراری تقریباً چقدر است؟



۱۲ متر (۱)

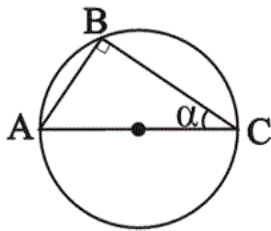
۱۳ متر (۲)

۱۶ متر (۳)

۱۵ متر (۴)

۷۰- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۲۴ واحد مربع و  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  و قطر دایره باشد،

مساحت دایره چند واحد مربع است؟



$25\pi$  (۱)

$100\pi$  (۲)

$64\pi$  (۳)

$36\pi$  (۴)

۵۶- گزینه «۲»

«علی غلام‌پور سرایی»

با استفاده از رابطه جمله عمومی دنباله هندسی یعنی  $a_n = a_1 r^{n-1}$ ، داریم:

$$a_7 \times a_{17} = 64 \xrightarrow{\substack{a_7 = a_1 r^6 \\ a_{17} = a_1 r^{16}}} a_1^2 r^{22} = 64$$

$$\Rightarrow a_1 r^{11} = 8 \Rightarrow a_{12} = 8$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۵۷- گزینه «۳»

«وهاب نادری»

اشتراک دو بازه باز تنها زمانی متناهی است که شامل هیچ عضوی نباشد یا به عبارتی تهی باشد. لذا اشتراک دو بازه باید تهی باشد.

$$\frac{2m-4}{5} \geq \frac{m-3}{2} \xrightarrow{\text{طرفین ضربدر ۱۰}} 4m-8 \geq 5m-15 \Rightarrow m \leq 7$$

پس به‌ازای مقادیر طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ از  $m$ ، اشتراک  $A$  و  $B$  متناهی می‌باشد.

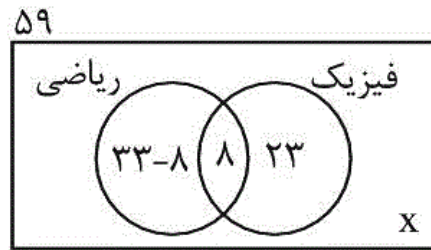
(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱



با توجه به نمودار ون، تعداد نفراتی که در هیچ یک از کلاس‌های ریاضی و فیزیک شرکت نکرده‌اند برابر است با:

$$x = 59 - (23 + 8 + 33 - 8) = 3$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۵۹- گزینه «۲»

«علی ارجمند»

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی،  $A' \cap B'$ ، متمم مجموعه  $A \cup B$  است و  $A \cap B'$  برابر با  $A - B$  است. در نتیجه:

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = 60 - 30 = 30$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 30 = 15 + n(B) \Rightarrow n(B) = 15$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



مرحله	۱	۲	۳	n
تعداددایره	۴	۷	۱۰	...
الگو	$3 \times 1 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$3 \times 3 + 1$	... $3n + 1$

$$a_n = 3n + 1 \xrightarrow{n=30} a_{30} = 91$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

می‌دانیم یک الگوی خطی به صورت  $t_n = an + b$  می‌باشد، پس درجه الگو

یک است و در نتیجه ضریب  $n^2$  باید صفر باشد:

$$-3m + 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$t_n = (6 \times (\frac{1}{3}))n - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow t_n = 2n - 1$$

$$\xrightarrow{n=6} t_6 = 2 \times 6 - 1 = 11$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

راه حل اول:

با استفاده از رابطه  $t_n = t_1 + (n-1)d$  داریم:

$$t_5 + t_{11} = 12 \quad \underline{t_5 = t_1 + 4d \text{ و } t_{11} = t_1 + 10d} \rightarrow t_1 + 4d + t_1 + 10d = 12$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 14d = 12 \Rightarrow 2(t_1 + 7d) = 12 \Rightarrow t_1 + 7d = 6 \Rightarrow t_8 = 6$$

راه حل دوم:

جمله هشت، دقیقاً وسط جملات پنجم و یازدهم است  $(n = \frac{5+11}{2})$ .

بنابراین مقدار جمله هشتم با میانگین جمله‌های ۵ و ۱۱ برابر است:

$$t_8 = \frac{t_5 + t_{11}}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

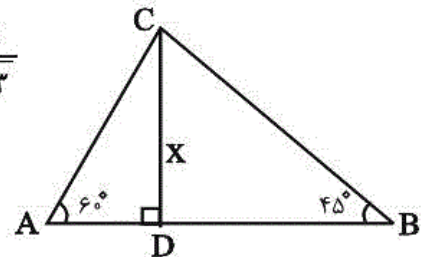
۲

۱

اگر نوک پرچم به اندازه  $x$  متر بالاتر از تراز دید دو نفر باشد، داریم:

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{x}{AD} \Rightarrow AD = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 45^\circ = 1 = \frac{x}{BD} \Rightarrow BD = x$$



$$AB = AD + DB = \frac{x}{\sqrt{3}} + x = 40 \Rightarrow x \left( \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 \right) = 40$$

$$\Rightarrow x = \frac{120}{\sqrt{3} + 3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

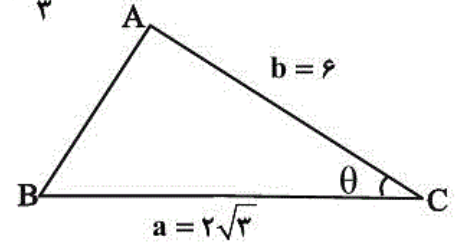
۲

۱

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} \sin \theta = 9 \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{حاده است}} \theta = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}, \tan \theta = \sqrt{3}, \cot \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \theta < \cot \theta < \sin \theta < \tan \theta$$



در نتیجه  $\sin \theta < \cot \theta$  نادرست است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1/5 \times \sin \hat{A} = 1/5 \sin \hat{A}$$

$$S_{AFG} = \frac{1}{2} AF \times AG \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \times \sin \hat{A} = 5 \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow S_{DEGF} = S_{AFG} - S_{ADE} = 6 \sin \hat{A} \quad (1)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \sin \hat{A} = 24 \sin \hat{A} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{S_{DEGF}}{S_{ABC}} = \frac{6 \sin \hat{A}}{24 \sin \hat{A}} = \frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱

هر یک از مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = (-1, 1) \quad , \quad A_2 = (-2, 2) \quad , \quad A_3 = (-3, 3)$$

$$\begin{cases} A_1 \cup A_2 \cup A_3 = (-3, 3) \\ A_1 \cap A_2 = (-1, 1) \end{cases}$$

$$\text{تفاضل} = (-3, 3) - (-1, 1) = (-3, -1] \cup [1, 3)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد اول}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} \text{ : مجموعه اعداد طبیعی فرد}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, \dots\} \text{ : نامتناهی: گزینه (۱)}$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7, 11, \dots\} \text{ : نامتناهی: گزینه (۲)}$$

$$B - A = \{1, 9, 15, 21, \dots\} \text{ : نامتناهی: گزینه (۳)}$$

$$A - B = \{2\} \text{ : متناهی: گزینه (۴)}$$

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

$$A = \{\dots, -3, -2, -1\} \Rightarrow A' = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow B' = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$A' \cap B' = \{0\}$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

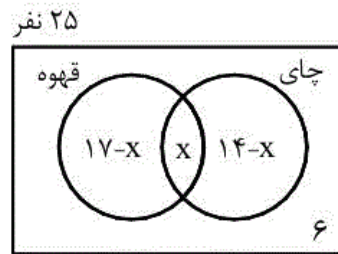
۱

۶۴- گزینه «۳»

«کتاب آبی»

اگر  $x$  تعداد نفراتی باشد که هم چای نوشیده‌اند و هم قهوه، با توجه به نمودار

ون زیر، خواهیم داشت:



$$25 = 17 - x + x + 14 - x + 6 \Rightarrow 25 = 37 - x \Rightarrow x = 12$$

(هر دو نوع نوشیدنی را نوشیده‌اند)  $n(U) - n$  (حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند)  $n$

$$= 25 - x = 25 - 12 = 13$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

۶۵- گزینه «۴»

«کتاب آبی»

با توجه به شکل داریم:

$a_1$	$a_2$	$a_3$	...	$a_6$
↓	↓	↓		↓
تعداد نقطه‌ها: ۳	$۳+۶$	$۳+۶+۹$		$۳+۶+...+۱۸$
↓	↓	↓		↓
$۳ \times ۱$	$۳ \times (۱+۲)$	$۳ \times (۱+۲+۳)$		$۳ \times (۱+۲+...+۶)$

$$a_6 = ۳(۱+۲+۳+۴+۵+۶) = ۳\left(\frac{۶ \times ۷}{۲}\right)$$

$$= ۳ \times ۲۱ = ۶۳$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

اعداد مشترک دو دنباله حسابی، خود یک دنباله حسابی تشکیل می دهند که جمله اول آن، اولین جمله مشترک دو دنباله و قدر نسبت آن برابر با ک.م.م قدر نسبت های دو دنباله است.

ابتدا اولین جمله مشترک دو دنباله را می یابیم:

$$\begin{aligned} 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, \dots \\ 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, \dots \end{aligned} \Rightarrow t_1 = 37$$

$$\text{ک.م.م قدر نسبت ها} : [7, 5] = 35 \Rightarrow d = 35$$

بنابراین جمله عمومی جملات مشترک دو دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = 37 + (n-1)(35) = 35n + 2$$

حال باید تعداد جملاتی از دنباله را بیابیم که سه رقمی و کوچکتر از ۳۰۰ باشند:

$$100 \leq t_n < 300 \Rightarrow 100 \leq 35n + 2 < 300$$

$$\Rightarrow \frac{98}{35} \leq n < \frac{298}{35}$$

$$\Rightarrow 2/8 \leq n < 8/51 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 3 \leq n \leq 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جملات مورد نظر} = 8 - 3 + 1 = 6$$

(صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$t_2 = t_1 r \xrightarrow{t_1=3} 1 = 3r \rightarrow r = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{t_{21} + t_{23} + t_{25}}{t_{22} + t_{24} + t_{26}} = \frac{t_1 r^{20} + t_1 r^{22} + t_1 r^{24}}{t_1 r^{22} + t_1 r^{24} + t_1 r^{26}} \\ &= \frac{t_1 r^{20} (1 + r^2 + r^4)}{t_1 r^{22} (1 + r^2 + r^4)} \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{r^{12}} = \left(\frac{1}{r}\right)^{12} = r^{-12} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-12}$$

(صفحه های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$a^7, \boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}}, \dots, \boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{00}}, a^{37}$$

واسطه‌ی هندسی

اگر فرض کنیم  $n$  واسطه بین دو جمله قرار داده‌ایم، پس این دنباله  $n+2$  جمله خواهد داشت.

جمله اول این دنباله،  $t_1 = a^7$ ، جمله آخر  $t_{n+2} = a^{37}$  و قدر نسبت  $r = a^3$  است. در نتیجه:

$$t_{n+2} = t_1 r^{(n+2)-1} \Rightarrow a^{37} = a^7 \times (a^3)^{n+1}$$

$$\Rightarrow a^{37-7} = (a^3)^{n+1} \Rightarrow a^{30} = a^{3(n+1)}$$

$$\Rightarrow 3(n+1) = 30 \Rightarrow n+1 = 10 \Rightarrow n = 9$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

در مثلث  $ABB'$ ،  $\sin 30^\circ = \frac{BB'}{AB}$ ، پس:

$$BB' = \left(\frac{1}{2}\right)(8) = 4 \text{ متر}$$

در مثلث  $CDH$ ،  $\tan 45^\circ = \frac{DH}{CH}$ ، پس:

$$1 = \frac{DH}{2} \Rightarrow DH = 2 \text{ متر}$$

در مثلث  $FEH'$ ،  $\tan 60^\circ = \frac{FH'}{EH'}$ ، پس:

$$\sqrt{3} = \frac{FH'}{4} \Rightarrow FH' = 4\sqrt{3} = 6/93 \text{ متر}$$

ارتفاع پله اضطراری برابر است با:

$$FF' = BB' + DH + FH'$$

$$= 4 + 2 + 6/93 = 12/93 = 13 \text{ متر}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲ ✓

۱



در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:

$$\tan \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AB = \frac{3}{4} BC \quad (*)$$

از طرفی:

$$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC = 24$$

$$\Rightarrow AB \times BC = 48 \Rightarrow \frac{3}{4} BC \times BC = 48 \quad (*)$$

$$\Rightarrow BC = 8 \Rightarrow AB = 6 \quad (*)$$

با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث  $ABC$  خواهیم داشت:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = AC^2 \Rightarrow AC = 10$$

$$\Rightarrow R = 5$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi R^2 = 25\pi$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓