



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

-۵۱- اگر  $A = [a, b]$  به طوری که  $a, b \in \mathbb{Z}$  و  $A \cap [-4, 0] \cup [-3, 2]$  شامل فقط یک عدد صحیح و شامل هفت عدد صحیح باشد، حداقل مقدار  $a + b$  کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

-۵۲- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۶ نفر در هیچ کدام از این دو المپیاد ریاضی و فیزیک شرکت کرده‌اند و ۹ نفر در هیچ کدام از این دو المپیاد شرکت نکرده‌اند. اگر تعداد افرادی که در المپیاد ریاضی شرکت کرده‌اند، ۳ نفر بیشتر از تعداد افرادی باشد که در المپیاد فیزیک شرکت کرده‌اند، چند دانش‌آموز از این کلاس، فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده‌اند؟

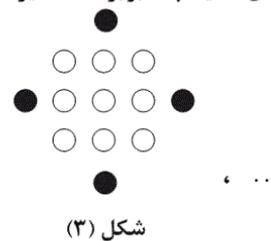
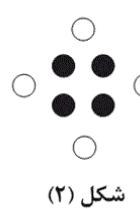
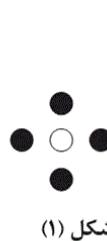
۱) ۱۲

۲) ۱۵

۳) ۹

۴) ۶

-۵۳- در شکل ششم الگوی زیر، تعداد دایره‌های سفید چند برابر تعداد دایره‌های سیاه است؟



۱) ۱۰

۲)  $\frac{1}{9}$

۳) ۹

۴)  $\frac{1}{10}$

-۵۴- در دنباله ...، ۱۲، ۶، ۰، ۲، ۶، ۱۲، ۰، چندمین جمله برابر ۴۲۰ است؟

۱) ۲۱

۲) ۲۰

۳) ۱۶

۴) ۱۵

-۵۵- به ازای چه مقدار از  $k$ ، عدد  $5\sqrt{3}$  واسطه حسابی بین  $-\sqrt{3} + k$  و  $7\sqrt{3} + k$  است؟

۱) ۳

۲)  $\sqrt{3}$

۳)  $2\sqrt{3}$

۴) ۲

-۵۶- در یک دنباله حسابی، جمله ششم از ۲ برابر جمله چهارم، ۳ واحد کمتر است. جمله دهم نیز از نصف جمله دوازدهم، ۶ واحد بزرگ‌تر است. جمله دوازدهم چند برابر جمله ششم است؟

۱)  $\frac{5}{4}$

۲) ۲

۳)  $\frac{3}{2}$

۴)  $\frac{1}{3}$

-۵۷- اگر  $a_n$ ، دنباله حسابی با جمله اول ۱۰ و قدرنسبت ۲ و  $b_n$ ، دنباله هندسی با جمله اول ۲ و قدرنسبت ۳ باشد، در این صورت، اشتراک دو مجموعه  $A = \{n \mid a_n \leq 20\}$  و  $B = \{n \mid b_n \geq 162\}$  شامل چند عضو است؟

۱) ۴) بی‌شمار

۲) ۳

۳) ۲

۴) صفر

-۵۸- اگر جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، به ترتیب سه جمله متولی از یک دنباله هندسی با جملات متمایز باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

۱)  $\frac{7}{3}$

۲)  $\frac{9}{4}$

۳)  $\frac{7}{4}$

۴)  $\frac{5}{3}$

-۵۹ - مقدار کسر  $A = \frac{\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{1 - 2\sin^2 30^\circ + \frac{\cos^2 30^\circ}{2}}$  کدام است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

-۶۰ - در مثلث ABC، طول اضلاع برابر ۳، ۴ و ۶ است. حاصل  $\frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} + \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} + \frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{A}}$  کدام است؟ (a > b > c)

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

ریاضی ۱ - آشنا - ۱۵ سوال -

-۶۱ - اگر  $C = \{n \in W \mid \frac{1}{n} < 1\}$  و  $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\}$ ،  $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{4}{n} \in \mathbb{Z}\}$

۱) A و C نامتناهی و B متناهی است.

۲) A و B نامتناهی و C متناهی است.

۳) B و C نامتناهی و A متناهی است.

-۶۲ - اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 2 - x \leq 5\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x+3}{x} \in W\}$ ، آنگاه مجموعه  $A \cap B'$  شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) هیچ

۲) یک

۳) دو

۴) سه

-۶۳ - شکل زیر، چوبکبریت‌های استفاده شده در هر مرحله طرح، تعداد چوبکبریت‌های استفاده شده، ۲۴۵ تا خواهد بود؟



مرحله (۱)

مرحله (۲)

مرحله (۳)

۳۸ (۱)

۴۸ (۲)

۳۴ (۳)

۴۴ (۴)

-۶۴ - در الگوی زیر، تفاضل تعداد صفرهای تاپر در دو شکل دهم و یازدهم کدام است؟

● ، ● ○	● ○ ●	● ○ ● ○	...	۱) صفر
شکل (۱)	○ ○ ، ○ ○ ●	○ ○ ○ ● ○		۱۷ (۲)
شکل (۲)	● ● ●	● ● ● ○ ○		۱۹ (۳)
شکل (۳)	○ ○ ○ ○			۲۱ (۴)

-۶۵ - اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد. ...، (۱)، (۱)، (۱)، (۱)، (۱)، (۱). مجموع دو جمله اول و آخر دسته سیام، کدام است؟

۱) ۸۵۰

۲) ۱۸۰۰

۳) ۱۷۵۰

۴) ۱۷۰۰

-۶۶ اگر  $a + b$ ،  $a - 2$ ،  $a - 6$ ،  $2b - a$  جملات متولی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه  $a - b$  کدام است؟

۲۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۱۶ (۱)

-۶۷  $a_n$  جمله عمومی یک دنباله حسابی است و در آن  $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100$  و  $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 200$  حاصل  $a_2 - a_1$  برابر است با:

۰/۱ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۰۰۱ (۲)

۰/۰۰۰۱ (۱)

-۶۸ اگر در یک دنباله،  $a_{2n-1} = \frac{n+3}{2n+3}$  باشد، جمله یازدهم آن کدام است؟

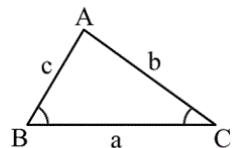
$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{1}{13}$  (۳)

$\frac{14}{25}$  (۲)

$\frac{5}{9}$  (۱)

-۶۹ در مثلث ABC زیر، اندازه ضلع a برابر کدام است؟



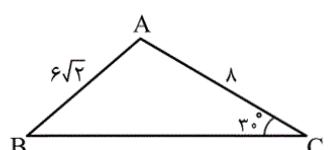
$b \sin C + c \sin B$  (۱)

$b \cos C + c \cos B$  (۲)

$b \tan C + c \tan B$  (۳)

$b \cot C + c \cot B$  (۴)

-۷۰ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



$2(\sqrt{14} + 2\sqrt{3})$  (۲)

$4\sqrt{3}$  (۳)

$8\sqrt{3}$  (۱)

$4(\sqrt{14} + 2\sqrt{3})$  (۴)

هندسه ۱ - ۱۰ سوال -

-۷۱ نقطه A به فاصله ۲ واحد از خط d قرار دارد، چند نقطه روی d به فاصله ۳ واحد از A وجود دارد؟

۴) صفر

۳) بی شمار

۲) ۲

۱) ۱

-۷۲ با معلومات  $c = ۲$  و  $b = ۳$  (دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم) چند مثلث متمایز ABC می‌توان رسم کرد؟

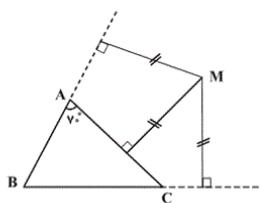
۴) صفر

۳) بی شمار

۲) ۲

۱) ۱

-۷۳- در شکل روبرو از نقطه M عمودی بر ضلع AC و امتدادهای دو ضلع AB و BC از مثلث ABC رسم کرده‌ایم. اگر طول این سه عمود با هم برابر باشد،



زاویه BMC چند درجه است؟

- ۳۵ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۵۰ (۴)

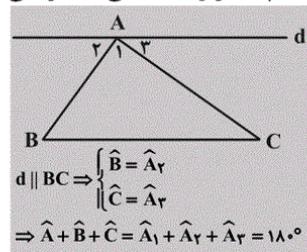
-۷۴- دو خط d و d' در نقطه O متقاطعند و نقطه A خارج از دو خط است. در صفحه چند نقطه به فاصله ۱ سانتی متری نقطه A وجود دارد که از d و d' به یک فاصله باشد؟

- ۴) حداقل ۴ نقطه
- ۳) حداقل ۲ نقطه
- ۲) دقیقاً یک نقطه
- ۱) حداقل یک نقطه

-۷۵- در مثلث ABC، اندازه زاویه C برابر ۴۲ درجه است. اگر عمودمنصف BC ضلع AC را در نقطه D قطع کند به طوری که  $CD = AB$ ، آن‌گاه اندازه زاویه B چند درجه است؟

- ۵۸ (۴)
- ۶۰ (۳)
- ۵۴ (۲)
- ۴۸ (۱)

-۷۶- با استدلال استنتاجی به شرح زیر ثابت کرده‌ایم که «مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.» در این استدلال، کدام‌یک از واقعیت‌هایی که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم، استفاده نشده است؟



- ۱) قضیه خطوط موازی و مورب
- ۲) زاویه نیم‌صفحه،  $180^\circ$  است.
- ۳) هر زاویه خارجی از زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.
- ۴) از نقطه‌ای خارج یک خط، خطی موازی آن می‌توان رسم کرد.

-۷۷- در مثلث ABC اگر  $\hat{A} - \hat{C} + 4\hat{B} = 0$  باشد، آن‌گاه محل همرسی ارتفاعاتی مثلث کجا قرار دارد؟

- ۴) هر سه حالت ممکن است
- ۳) خارج مثلث
- ۲) روی محیط مثلث
- ۱) داخل مثلث

-۷۸- زاویه‌های مثلثی  $\hat{C} = 2x + 30^\circ$  و  $\hat{B} = 4x - 10^\circ$  و  $\hat{A} = x + 20^\circ$  هستند. اگر  $AH_1$ ،  $BH_2$  و  $CH_3$  ارتفاعاتی مثلث باشند، کدام زاویه بزرگ‌تر است؟

- H<sub>1</sub>AB (۴)
- H<sub>2</sub>CA (۳)
- H<sub>3</sub>BC (۲)
- H<sub>1</sub>AC (۱)

-۷۹- در مثلث ABC، AD نیمساز زاویه  $\hat{A}$  است. کدام گزینه نادرست است؟

- BD > AB (۴)
- AC > DC (۳)
- $A\hat{D}B > \frac{\hat{A}}{2}$  (۲)
- $A\hat{D}C > \frac{\hat{A}}{2}$  (۱)

-۸۰- نقیض کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- ۱) نقطه همرسی عمودمنصف‌های یک مثلث درون یا بیرون آن مثلث است.
- ۲) هر زاویه خارجی یک مثلث از زاویه داخلی مجاورش کوچکتر نیست.
- ۳) مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث  $360^\circ$  است.
- ۴) نقطه همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث از سه رأس آن به یک فاصله است.

بازه  $(-4, 0)$  شامل اعداد صحیح  $-1, -2, -3$  است. برای این که اشتراک این

بازه با  $A$ , شامل فقط یک عدد صحیح باشد, باید بازه  $A$  یا به صورت  $[-1, b)$

باشد و یا به صورت  $[a, -2)$ .

بازه  $[-3, 2]$  نیز شامل شش عدد صحیح  $-3, -2, -1, 0, 1, 2$  است. بنابراین

برای این که  $A \cup [-3, 2]$  شامل فقط هفت عدد صحیح باشد,  $A$  یا به صورت

$(b \leq 2)$ ,  $[-4, b)$  یا به صورت  $(a \geq -3)$  است  $[a, 4)$ .

بنابراین دو حالت برای بازه  $A$  داریم:

$$\begin{cases} A = [-1, 4) \Rightarrow a + b = 3 \\ \text{یا} \\ A = [-4, -2) \Rightarrow a + b = -6 \end{cases}$$

بنابراین حداقل مقدار  $a + b$  برابر ۳ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

A: المپیاد ریاضی

B: المپیاد فیزیک

$$n(U) = 30$$

$$n(A) = 3 + n(B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)') &= 9 \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') \\ &= 30 - 9 = 21 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 21 = n(A) + n(B) - 3 - 6 \Rightarrow n(A) = 15$$

$$\Rightarrow n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱ تا ۳۰ کتاب درسی)

۲

۳

۲ ✓

۱

(سعید آذرخزین)

-۵۳

تعداد کل دایره‌ها در هر مرحله از رابطه  $t_n = n^2 + 4$  به دست می‌آید.

در مراحل فرد، دایره‌های کناری، سیاه و در مراحل زوج، دایره‌های کناری، سفید

هستند.

$$t_6 = 6^2 + 4 = 40 \Rightarrow \frac{\text{تعداد دایره های سفید}}{\text{تعداد دایره های سیاه}} = \frac{4}{2} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۲

۳ ✓

۲

۱

(مبتنی مجاہدی)

جمله اول  $= 1 \times 0 = 0$ جمله دوم  $= 2 \times 1 = 2$ جمله سوم  $= 3 \times 2 = 6$ جمله چهارم  $= 4 \times 3 = 12$  $\vdots$ جمله  $n$   $= n \times (n-1) = 420 = 21 \times 20 \Rightarrow n = 21$ 

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ کتاب درسی)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(ندا کریمیان)

$$5\sqrt{3} = \frac{(7\sqrt{3} + k) + (-\sqrt{3} + k)}{2}$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{3} = \frac{6\sqrt{3} + 2k}{2} \Rightarrow k = 2\sqrt{3}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

$$\begin{cases} t_6 = 2t_4 - 3 \\ t_{12} = \frac{1}{2}t_{12} + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 5d = 2(t_1 + 3d) - 3 \\ t_1 + 11d = \frac{1}{2}(t_1 + 11d) + 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 + d = 3 \\ t_1 + 7d = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} \\ d = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_{12}}{t_6} = \frac{t_1 + 11d}{t_1 + 5d} = 2$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = 10 + (n - 1) \times 2 = 2n + 8 \leq 20$$

$$\Rightarrow 2n \leq 12 \Rightarrow n \leq 6 \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$b_n = b_1 r^{n-1} = 2(3)^{n-1} \geq 162 \Rightarrow 3^{n-1} \geq 3^4$$

$$\Rightarrow n - 1 \geq 4 \Rightarrow n \geq 5 \Rightarrow B = \{5, 6, 7, \dots\}$$

$$A \cap B = \{5, 6\}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)

 ۱ ۲ ۳ ۴

اگر جملات دنباله حسابی به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  باشند، داریم:

$$t_5 = t_1 \times t_{12} \Rightarrow (t_1 + 4d)^5 = (t_1 + d) \times (t_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow t_1^5 + 16d^5 + 8t_1d = t_1^5 + 12dt_1 + 11d^5 \Rightarrow 4dt_1 = 5d^5$$

$$\Rightarrow d(4t_1 - 5d) = 0 \begin{cases} d = 0 \Rightarrow r = 1 \\ t_1 = \frac{5}{4}d \Rightarrow r = \frac{5}{4} \end{cases}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)

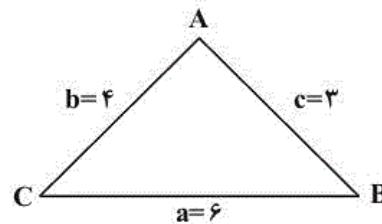
✓۳۲۱

$$A = \frac{\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{1 - 2\sin^2 30^\circ + \frac{\cos^2 30^\circ}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{8}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{10}{8}} = \frac{5 \times 8}{4 \times 10} = 1$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ کتاب درسی)

۱۳۲✓۱



$$\text{ABC} = \frac{1}{2}ba \sin \hat{C} = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2}ac \sin \hat{B}$$

با توجه به رابطه مساحت مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} + \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} + \frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{A}} &= \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \\ &= \frac{6}{4} + \frac{4}{3} + \frac{3}{6} = \frac{18+16+6}{12} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴ ✓

### (کتاب آبی)

ابتدا اعضای هر یک از مجموعه‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{4}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{\pm 4, \pm 2, \pm 1\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\} = \{-1, 1\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$C = \{n \in \mathbb{W} \mid \frac{1}{n} < 1\} = \{2, 3, 4, \dots\} \rightarrow \text{نامتناهی}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴ ✓

## (کتاب آبی)

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 2 - x \leq 5\}$$

$$-1 < 2 - x \leq 5 \xrightarrow{x(-1)} -5 \leq x - 2 < 1 \xrightarrow{+2} -3 \leq x < 3$$

$$\Rightarrow A = [-3, 3)$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x+3}{x} \in W \right\}$$

برای آنکه عبارت  $\frac{2x+3}{x}$  عضو مجموعه اعداد حسابی باشد، باید  $x$

$$B = \{1, \pm 3\}$$

برابر با ۱ یا ۳ باشد:

$$A \cap B' = A - B$$

بنابراین:

$$= [-3, 3) - \{1, \pm 3\} = (-3, 3) - \{1\}$$

مجموعه فوق فقط شامل عدد طبیعی ۲ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۳ تا ۵ و ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

## (کتاب آبی)

در مرحله (۱)، ۱۰ چوب‌کبریت و در مرحله (۲)، ۱۵ چوب‌کبریت و در مرحله (۳)،

۲۰ چوب‌کبریت داریم، بنابراین در هر مرحله ۵ چوب‌کبریت اضافه می‌شود، پس

فرمول کلی برای تعداد چوب‌کبریتها در هر مرحله به صورت  $a_n = 5n + 5$

است، لذا:

$$245 = 5n + 5 \Rightarrow 240 = 5n \Rightarrow n = 48$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۱، ۶، ۱، ۱، ...: تعداد صفرهای توپر

۰، ۳، ۳، ۱۰، ...: تعداد صفرهای توخالی

تعداد صفرهای توپر و توخالی، یک در میان، جملات متواالی الگوی

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

الگو و تعداد صفرهای توپر برابر است با جملات فرد الگو. از طرفی تعداد دایره‌های

توپر در شکل دهم برابر با جمله نهم الگوی  $a_n$  است. پس:

$$a_{11} - a_9 = \frac{11 \times 12}{2} - \frac{9 \times 10}{2} = 66 - 45 = 21$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب (رسن))

۴✓

۳

۲

۱

دسته اول دسته دوم دسته سوم و ...

↓      ↓      ↓  
1 , 2 , 3 , ...

پس تعداد کل جملات ۲۹ دسته‌ی اول برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 29 = \text{تعداد کل جملات } 29 \text{ دسته اول}$$

$$= \frac{29(29+1)}{2} = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$

پس اولین جمله دسته سی ام، برابر با جمله ۴۳۶ ام دنباله اعداد طبیعی فرد است.

دنباله اعداد طبیعی فرد، یک دنباله خطی با جمله عمومی  $a_n = 2n - 1$  است،

بنابراین:

$$a_{436} = 2 \times 436 - 1 = 871 = b_1$$

دسته سی ام، ۳۰ جمله دارد، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با:

$$b_{30} = b_1 + 29d \xrightarrow[d=2]{b_1=871} 871 + 29 \times 2 = 929$$

(توجه کنید که جملات هر دسته، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ هستند.)

$$b_1 + b_{30} = 871 + 929 = 1800$$

بنابراین:

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴ کتاب درسی)

۲

۳ ✓

۴

۱

هر سه جمله متوالی از دنباله هندسی، در رابطه واسطه هندسی صدق می‌کنند.

بنابراین:

$$\begin{aligned} (a-2)^2 &= (a+6) \times (a-6) \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = a^2 - 36 \\ \Rightarrow 4a &= 40 \Rightarrow a = 10 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-6)^2 &= (a-2) \times (2b-a) \xrightarrow{(1)} 4^2 = 8 \times (2b-10) \\ \Rightarrow 2b &= 12 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a+b = 16 \end{aligned}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴ ✓

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100 & (1) \\ a_{101} + a_{102} + \dots + a_{200} = 200 & (2) \end{cases}$$

رابطه (۱) را از رابطه (۲) کم می‌کنیم:

$$(a_{101} - a_1) + (a_{102} - a_2) + \dots + (a_{200} - a_{100}) = 100$$

از طرفی  $d = a_{101} - a_1 = a_{102} - a_2 = \dots = 100$ ، بنابراین:

$$\underbrace{100d + 100d + \dots + 100d}_{100 \text{ تا}} = 100$$

$$\Rightarrow 100(100d) = 100 \Rightarrow d = \frac{1}{100}$$

بنابراین:

$$a_2 - a_1 = d = 0.1$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۱

۲ ✓

۳

۴

مقدار  $n$  را برای جمله یازدهم به دست می‌آوریم:

$$2n - 1 = 11 \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6$$

بنابراین:

$$\Rightarrow a_{11} = \frac{6+3}{2 \times 6 + 3} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

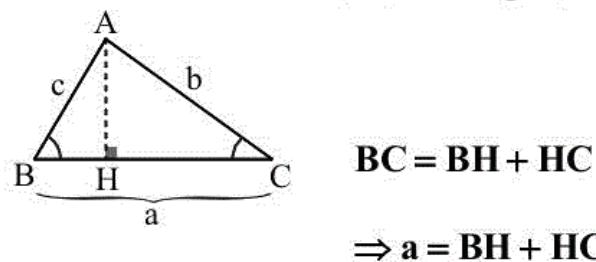
۱

۳

۲

۱

در شکل زیر با رسم ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  خواهیم داشت:



از طرفی در مثلث‌های قائم‌الزاویه  $AHC$  و  $ABH$  داریم:

$$\Delta ABH : \cos \hat{B} = \frac{BH}{c} \Rightarrow BH = c \cos \hat{B}$$

$$\Delta AHC : \cos \hat{C} = \frac{HC}{b} \Rightarrow HC = b \cos \hat{C}$$

$$a = c \cos \hat{B} + b \cos \hat{C}$$

در نتیجه:

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

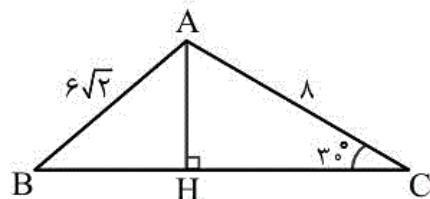
۱

۳

۲

۱

ارتفاع  $AH$  وارد بر ضلع  $BC$  را رسم می‌کنیم:



$$\Delta AHC : \sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{8} \Rightarrow AH = 4$$

$$\Delta AHC : \cos 30^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CH}{8} \Rightarrow CH = 4\sqrt{3}$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث  $ABH$  داریم:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = (6\sqrt{2})^2 - 4^2$$

$$= 72 - 16 = 56$$

$$\Rightarrow BH = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$BC = BH + CH = 2\sqrt{14} + 4\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} (4)(2\sqrt{14} + 4\sqrt{3}) = 4(\sqrt{14} + 2\sqrt{3})$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۱

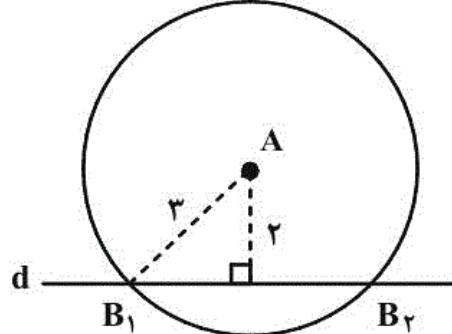
۳ ✓

۲

۴

(مهدی ملارمفنانی)

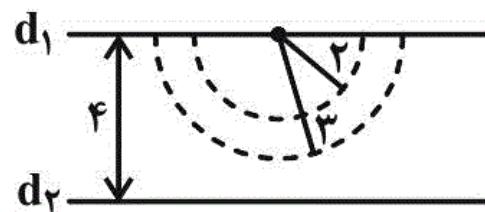
با توجه به شکل، دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع ۳ واحد، خط  $d$  را در دو نقطه  $(B_1)$  و  $(B_2)$  قطع می‌کند، پس دو نقطه روی  $d$  وجود دارد که از  $A$  به فاصله ۳ واحد هستند.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

- ۲  ۳  ۴  ۵

برای رسم  $h_a$  ابتدا دو خط موازی  $d_1$  و  $d_2$  را با فاصله ۴ در نظر بگیرید حال اگر دهانه پرگار را به اندازه ۲ و ۳ باز کنیم و از نقطه‌ای دلخواه روی  $d_1$ ، دو کمان رسم کنیم تا اضلاع  $b$  و  $c$  را مشخص کنیم، این دو کمان هیچ‌گاه خط  $d_2$  را قطع نخواهند کرد.

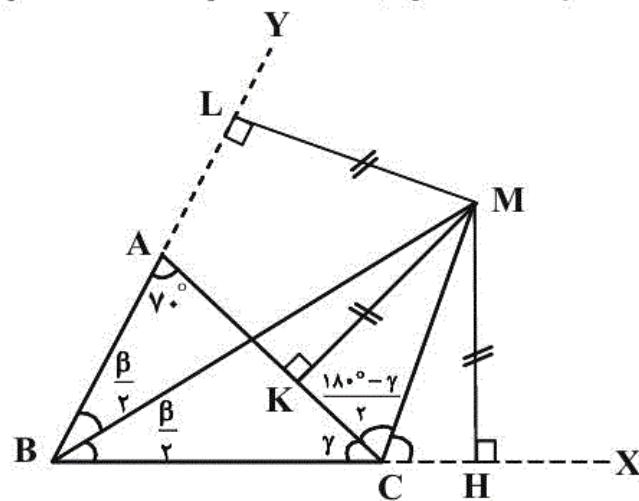


(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

- ۲  ۳  ۴  ۵

از آنجا که  $\mathbf{MC} = \mathbf{MK}$  نیمساز زاویه  $\mathbf{ACX}$  است و از آنجا که  $\mathbf{MH} = \mathbf{ML}$  نیمساز زاویه  $\mathbf{ABC}$  است. با در نظر گرفتن

$\widehat{\mathbf{ACB}} = \gamma$  و  $\widehat{\mathbf{ABC}} = \beta$ .  $\widehat{\mathbf{BMC}} = x$



$$\frac{\beta}{2} + \left(\gamma + \frac{180^\circ - \gamma}{2}\right) + x = 180^\circ \Rightarrow \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} + x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90^\circ - \left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right) \Rightarrow x = 90^\circ - \left(\frac{180^\circ - 70^\circ}{2}\right) = 35^\circ$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

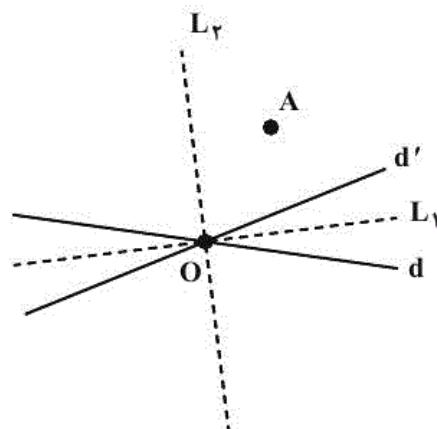
۱

۲

۳

۴ ✓

نقاطی که از دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  به یک فاصله‌اند، نیمسازهای زوایای بین دو خط هستند.



نقاطی که از  $A$  به فاصله  $1\text{cm}$  هستند، دایره‌ای به شعاع  $1$  و مرکز  $A$  تشکیل می‌دهند. حال با توجه به موقعیت  $A$  این دایره ممکن است  $L_1$  و  $L_2$  را قطع نکند یا حداقل در  $4$  نقطه آنها را قطع کند. بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴

مفروضات روی شکل مشخص است.  $\mathbf{B}$  را به  $\mathbf{D}$  وصل می‌کنیم. داریم:

$$\mathbf{BD} = \mathbf{CD} = \mathbf{AB}$$

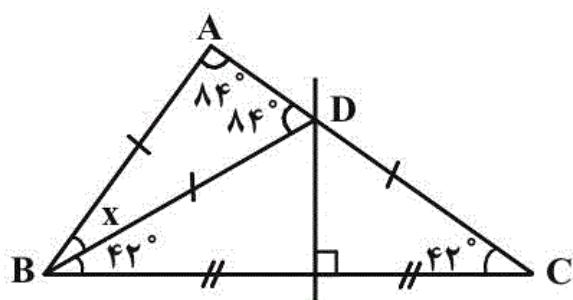
$$\Delta_{BCD}: BD = CD \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{C} = 42^\circ$$

$$\Delta_{BCD}: \text{زاویه خارجی است: } \widehat{ADB} \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{DBC} + \widehat{C} = 84^\circ$$

$$\Delta_{ABD}: AB = BD \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{ADB} = 84^\circ$$

$$\Delta_{ABC}: \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 84^\circ + \widehat{B} + 42^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 54^\circ$$



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۲

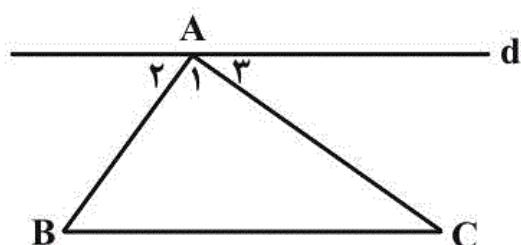
۳

۲✓

۱

در استدلال استنتاجی، از درستی واقعیت‌هایی که بر مبنای منطق از قبل پذیرفته‌ایم

استفاده می‌کنیم. یعنی:



$$d \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{C} = \hat{A}_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

گزینه «۴»  $\Rightarrow$  واقعیت «الف»

گزینه «۱»  $\Rightarrow$  واقعیت «ب»

گزینه «۲»  $\Rightarrow$  واقعیت «ج»

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۷ کتاب درسی)

۲

۳

۱

$$\hat{A} - \hat{C} + 4\hat{B} = 0 \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} + 4\hat{B} > \hat{A} + \hat{B}$$

$$\xrightarrow{+ \hat{C}} 2\hat{C} > \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} > 90^\circ$$

بنابراین زاویه C باز است و محل برخورد ارتفاع‌ها خارج مثلث قرار می‌گیرد.

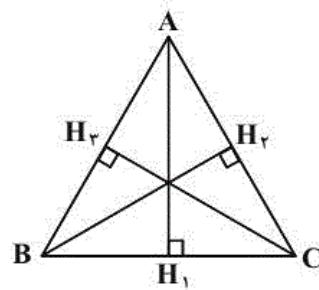
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۹ کتاب درسی)

۲

۳

۱

از قضیه مجموع زوایای داخلی مثلث داریم:



$$(x + 20^\circ) + (4x - 10^\circ) + (2x + 30^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7x + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 40^\circ \\ B = 70^\circ \\ C = 70^\circ \end{cases}$$

$$H_1 \hat{A} C = 90^\circ - \hat{C} = 20^\circ$$

$$H_2 \hat{B} C = 90^\circ - \hat{C} = 20^\circ$$

$$H_1 \hat{C} A = 90^\circ - \hat{A} = 50^\circ$$

$$H_1 \hat{A} B = 90^\circ - \hat{B} = 20^\circ$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۷ کتاب درسی)

۲

۳✓

۴

۱

گزینه «۱» درست است زیرا  $\widehat{D}_2$  یک زاویه خارجی مثلث  $ABD$  است. بنابراین:

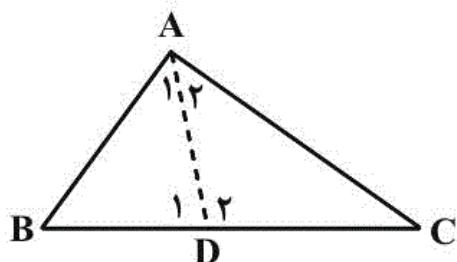
$$\widehat{A}_1 + \widehat{B} = \widehat{D}_2 \Rightarrow \widehat{D}_2 > \widehat{A}_1$$

گزینه «۲» نیز از آن جا که  $\widehat{D}_1$  برای مثلث  $ACD$  زاویه خارجی است، درست است.

گزینه «۳» درست است زیرا از آن جا که  $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_2$ ، بنابراین در مثلث  $\Delta ADC$

ضلع مقابل به  $\widehat{D}_2$  از ضلع مقابل به  $\widehat{A}_2$  بزرگ‌تر می‌باشد، بنابراین:

$$AC > DC$$



گزینه «۴» نادرست است، زیرا در مثلث  $\Delta ADC$  داریم:

$$\widehat{D}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_2 = \widehat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲ کتاب درسی)

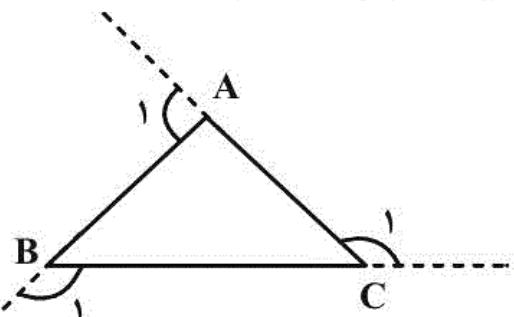
۴ ✓

۳

۲

۱

ارزش نقيض يك گزاره، دقيقاً مخالف با ارزش آن گزاره است، پس جواب سؤال، گريمه «۳» است که در آن يك گزاره درست مطرح شده است:



$$\hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{C}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{C}$$

$$\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \underbrace{2(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})}_{180^\circ} = 360^\circ$$

(ترسييم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۳ کتاب درسي)

۱

۳✓

۲

۴