



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- تابع $f(n) = n^2 - 5n + 6$ مفروض است. اگر دامنه آن $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، بُرد تابع f چند عضو دارد؟

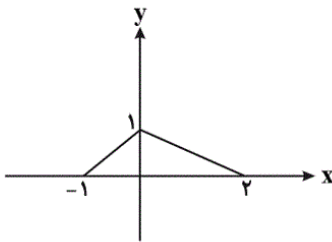
- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۹۲- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای را که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & -1 < x \leq 2 \\ -3 & -4 \leq x \leq -1 \\ \sqrt{-x} & -9 \leq x < -4 \end{cases}$ در آن صعودی باشد به صورت $[a, b]$ نشان دهیم، $b - a$

کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۱ (۴)

۹۳- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ است. مساحت محدود به نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$ و محور x ها کدام است؟



- ۱ (۱)
۳ (۲)
۶ (۳)
۹ (۴)

۹۴- اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} a - \sqrt{x+7} & x \geq 2 \\ |x-3| - 2 & x \leq 2 \end{cases}$ یک تابع باشد، حاصل $f(9)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴)

۹۵- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، آن‌گاه معادله $(f \circ g)(x) = 5$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۶- نمودار تابع $f(x) = ||x+1| - 2|$ و خط $y = m$ چهار نقطه برخورد دارند. مجموعه تمام مقادیر m کدام بازه است؟

- (۱, ۲) (۱) (۰, ۱) (۲) (-۳, ۱) (۳) (۰, ۲) (۴)

۹۷- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $f(x) = 2x^2 - x - 1$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۸- تابع همانی $f(x)$ و خطی $g(x)$ به شکلی مفروض هستند که $g(x)$ از مبدأ مختصات نگذرد. اگر $h(x) = \frac{f+g}{f-g}(x)$ تابعی

خطی باشد، آن گاه عرض از مبدأ تابع $h(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۹- تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد به سمت راست منتقل می کنیم. نمودار حاصل در کدام

فاصله بالای خط $y = x$ قرار می گیرد؟

- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $[1, 2]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $(-\infty, 2)$

۱۰۰- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{2x-1}$ ، آنگاه دامنه تعریف تابع $(g \circ f)(x)$ شامل چند عدد طبیعی کوچک تر از ۵ است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۱۰۱- حداقل و حداکثر دمای منطقه‌ای در طول روز ۴۱ و ۵۹ درجه فارنهایت (F) است. اگر رابطه بین درجه فارنهایت و کلوین (K)

به صورت $F = \frac{9}{5}(K - 273) + 32$ باشد، دمای این منطقه در روز برحسب کلوین در چه بازه‌ای است؟

- (۱) $[278, 293]$ (۲) $[273, 293]$ (۳) $[273, 288]$ (۴) $[278, 288]$

۱۰۲- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 + x} = x - 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x-1} < \frac{3}{x^2 + x - 2}$ کدام است؟

- (۱) $(-3, -2)$ (۲) $(-2, 1)$ (۳) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, +\infty)$

۱۰۴- در آزمون‌های هفتگی که هر هفته یک آزمون ۵ نمره‌ای برگزار می‌شود، مجموع نمرات ابراهیم تا انتهای هفته ششم، ۱۴ واحد

است. اگر از شروع هفته هفتم، ابراهیم در تمام آزمون‌ها نمره ۴ کسب کند، در هفته چندم به میانگین نمره ۳ (از ابتدای هفته

اول) می‌رسد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۰۵- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x-1}{2} - x \right| \geq 3$ به صورت $\mathbb{R} - (a, b)$ است، حاصل $\frac{a+b}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۶- معادله $2x^2 - x = \sqrt{2x^2 - x}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x-1)(x-2)^2}{x^2+x-3} \leq 0$ به صورت $(-\infty, a) \cup [1, b) \cup \{c\}$ باشد، حاصل abc کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰۸- نمایش هندسی مجموعه مقادیر x به صورت زیر است. کمترین مقدار عبارت $|2x-14|$ کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۰۹- به ازای چه مقادیری از m ، معادله $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} = m$ به ازای تمام اعداد حقیقی دامنه خود جواب دارد؟

- (۱) $[-1, 1)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $[0, 1)$ (۴) $[0, +\infty)$

۱۱۰- اگر جواب نامعادله $\frac{x+b}{2ax-3} > 0$ به صورت $(-1, 5)$ باشد، حاصل ab کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) -۵ (۳) $\frac{15}{2}$ (۴) $-\frac{15}{2}$

۹۱- گزینه «۱»

(عزیزالله علی اصغری)

$$f(1) = (1)^2 - 5(1) + 6 = 2$$

$$f(2) = (2)^2 - 5(2) + 6 = 0$$

$$f(3) = (3)^2 - 5(3) + 6 = 0$$

$$f(4) = (4)^2 - 5(4) + 6 = 2$$

$$f(5) = (5)^2 - 5(5) + 6 = 6$$

$$R_f = \{0, 2, 6\}$$

در نتیجه بُرد f ۳ عضوی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲

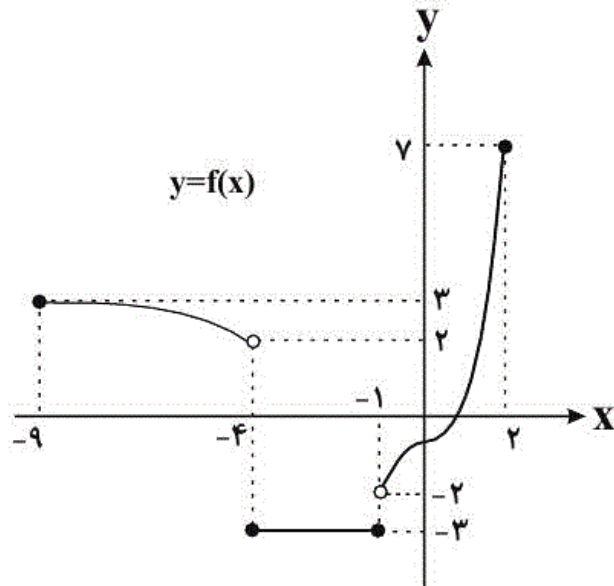
۱ ✓

۹۲- گزینه «۳»

(حمید علیزاده)

ابتدا تابع سه ضابطه‌ای $f(x)$ را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار رسم شده، بزرگ‌ترین بازه‌ای که این تابع در آن صعودی است، بازه $[-4, 2]$ است، بنابراین:

$$[a, b] = [-4, 2] \rightarrow b - a = 2 - (-4) = 6$$



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

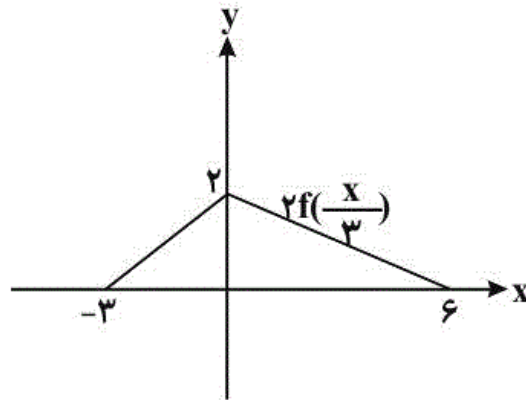
۱

۹۳- گزینه «۴»

(معمدمصطفی ابراهیمی)

برای رسم نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{3}\right)$ ، مقادیر تابع $f(x)$ را در راستای محور

y ها ۲ برابر و در راستای محور x ها ۳ برابر می‌کنیم. بنابراین:



$$S = \frac{2 \times 9}{2} = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۹۴- گزینه «۲»

(معمدمصطفی ابراهیمی)

رابطه زیر در صورتی تابع است که اولاً ضابطه‌های f_1 و f_2 تابع باشند، ثانیاً

$$f_1(b) = f_2(b)$$

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \geq b \\ f_2(x) & x \leq b \end{cases} \rightarrow f_1(b) = f_2(b)$$

$$a - \sqrt{2+7} = |2-3| - 2 \rightarrow a = 2 \rightarrow f(9) = 2 - \sqrt{9+7} = -2$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰، ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۴

۳

۲

۱

۹۵- گزینه «۲»

(ایمان کاظمی)

$$(f \circ g)(x) = 5 \rightarrow (2x+1)^2 - (2x+1) = 5$$

$$4x^2 + 4x + 1 - 2x - 1 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 2x - 5 = 0$$

$\Delta = 84 > 0$ ، بنابراین معادله دو ریشه دارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

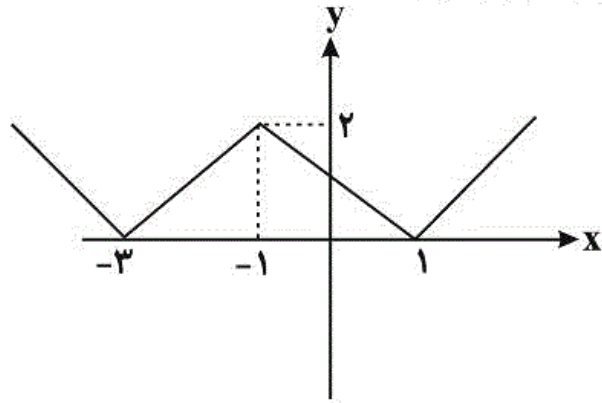
۴

۳

۲

۱

نمودار $f(x)$ را رسم می کنیم:



اگر برای خط افقی $y = m$ ، شرط $m \in (0, 2)$ برقرار باشد، این خط با نمودار f چهار برخورد خواهد داشت.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(ریاضی ۳، صفحه ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(علی مافیان)

می دانیم: $[x] + [-x] = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Z} \\ -1, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، بنابراین:

$$\text{پس} \begin{cases} x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 & \checkmark \\ x = \frac{-1}{2} & \times \end{cases} \\ x \notin \mathbb{Z}, 2x^2 - x - 1 = -1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 & \times \\ x = \frac{1}{2} & \checkmark \end{cases} \end{cases} \xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\text{مجموع}} 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱

(ب) اگر در تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ داشته باشیم $ad - bc = 0$ ، تابع ثابت می شود.

$$\rightarrow (a+1)(-b) - (1-a)(b) = 0 \rightarrow -ab - b - b + ab = 0 \rightarrow b = 0$$

که طبق گفته مسئله تابع $g(x)$ از مبدأ نمی گذرد و $b \neq 0$.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۹ و ۱۱۰)

۴

۳

۲

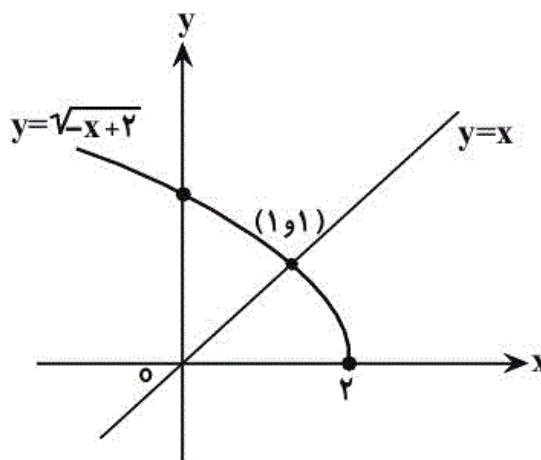
۱

(مدرس مصطفی ابراهیمی)

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = \sqrt{-x} \xrightarrow[\text{به سمت راست}]{\text{واحد ۲}}$$

$$y = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

مطابق شکل در فاصله $(-\infty, 1)$ نمودار $y = \sqrt{-x+2}$ بالای خط $y = x$ قرار می‌گیرد.



(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶) (ریاضی ۳، صفحه ۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

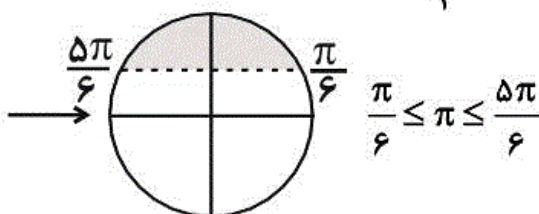
(امیر هوشنگ انصاری)

$$f(x) = \sin x, D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{2x-1} \quad D_g = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x \in \mathbb{R} & & \sin x \geq \frac{1}{2} \end{array}$$



دقت کنید که ناحیه سایه زده شده در دورهای بعدی دایره مثلثاتی نیز جزء دامنه است اما از عدد ۵ که در صورت سؤال ذکر شده بزرگ‌تر خواهند بود.

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R} \\ \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{اشتراک}} \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$$

$$\rightarrow \text{اعداد طبیعی} = \{1, 2\}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۱- گزینه «۴»

(عزیزالله علی اصغری)

$$41 \leq F \leq 59 \rightarrow 41 \leq \frac{9}{5}(K - 273) + 32 \leq 59$$

۴

۳

۲

۱

۱۰۲- گزینه «۱»

(رضا توکلی)

$$\sqrt{x^2 + x} = x - 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 + x = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

اما $x = \frac{1}{3}$ در معادله اولیه صدق نمی کند، پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱

۱۰۳- گزینه «۱»

(مهمربوار مصنی)

$$\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow \frac{x(x+2) - 3}{(x+2)(x-1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+2)(x-1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{(x+2)(x-1)} < 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & 1 & \\ \hline & + & - & + & + \\ & & & \text{ن} & \text{ن} \end{array} \rightarrow x \in (-3, -2)$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۴- گزینه «۲»

(علی اصغر شریفی)

اگر تعداد هفته های بعد از هفته ششم را n در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{میانگین} = \frac{14 + 4n}{6 + n} = 3 \Rightarrow 14 + 4n = 18 + 3n \Rightarrow n = 4$$

پس از ۱۰ هفته، میانگین نمره او برابر ۳ می شود.

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

۱۰۵- گزینه «۴»

(اکبر کلاه ملکی)

$$\left| \frac{x-1}{2} - x \right| \geq 3 \rightarrow \left| \frac{x-1-2x}{2} \right| \geq 3 \rightarrow \left| \frac{-x-1}{2} \right| \geq 3$$

$$\rightarrow \frac{|x+1|}{2} \geq 3 \rightarrow |x+1| \geq 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 6 \rightarrow x \geq 5 \\ x+1 \leq -6 \rightarrow x \leq -7 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{مجموعه جواب} \rightarrow (-\infty, -7] \cup [5, +\infty) = \mathbb{R} - (-7, 5)$$

$$\rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{-7+5}{2} = -1$$

(ریاضی، صفحات ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۶- گزینه «۴»

(علی اصغر شریفی)

با تغییر متغیر $t = 2x^2 - x$ ، داریم:

$$t = \sqrt{t} \Rightarrow t^2 = t \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=0 \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱

ابتدا ریشه‌های همه عبارات را به دست می‌آوریم:

چون $(x-2)^2$ نامنفی است، تأثیری در تعیین علامت ندارد و $x=2$ که در نامعادله صادق است، بخشی از جواب است.

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$(x-2)^2=0 \Rightarrow x=2$$

$$x^2+x-3=0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

سپس عبارت‌ها را تعیین علامت می‌کنیم.

x	$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$	
	۲	۱	۲	۲
$(x-1)$	-	-	+	+
$(x-2)^2$	+	+	+	+
x^2+x-3	+	-	-	+
عبارت	-		+	

$$x \in \left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left[1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right) \cup \{2\}$$

با توجه به جواب نامعادله، مقادیر a ، b و c به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} a = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow abc = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \times \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \times 2$$

$$= \frac{1-13}{4} \times 2 = \frac{-12}{4} \times 2 = -6$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$x \in (-\infty, 4] \cup [10, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 10 \end{cases} \xrightarrow{\frac{4+10}{2}=7}$$

$$\begin{cases} x-7 \leq 4-7 \rightarrow x-7 \leq -3 \\ x-7 \geq 10-7 \rightarrow x-7 \geq 3 \end{cases} \rightarrow |x-7| \geq 3 \xrightarrow{\text{ضرب در ۲}} |2x-14| \geq 6$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عزیزالله علی اصغری)

(۱) عبارت $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}}$ عبارتی همواره مثبت است، پس m نیز باید همواره

مثبت باشد و در نتیجه $m \geq 0$ تا اینجا گزینه (۱) حذف می‌شود.

(۲) دامنه عبارت $x \geq 1$ است. داریم:

$$\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} = m \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x-1}{x} = m^2 \Rightarrow x-1 = m^2 x \Rightarrow (m^2-1)x = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{1-m^2} \xrightarrow{\text{دامنه}} \frac{1}{1-m^2} \geq 1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{1-m^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-m^2}{1-m^2} \leq 0$$

$$\Rightarrow 1-m^2 > 0 \Rightarrow m^2 < 1 \xrightarrow{m \geq 0} 0 \leq m < 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعیل مسن شان پور)

با توجه به این که جواب نامعادله بازه $(-۱, ۵)$ است، بنابراین -۱ و ۵ ریشه‌های عبارت‌های صورت و مخرج کسر هستند. ریشه‌های صورت و مخرج کسر این نامعادله به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$x + b = 0 \Rightarrow x = -b$$

$$2ax - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2a}$$

با توجه به ریشه‌های به دست آمده دو حالت پیش می‌آید:
(۱) $a > 0$ باشد:

در این حالت $\frac{3}{2a} > 0$ است، پس عدد ۵ باید برابر این ریشه باشد.

$$\begin{cases} \frac{3}{2a} = 5 \Rightarrow a = \frac{3}{10} \\ -b = -1 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

x	-۱	۵
$x+1$	-	+
$\frac{3}{2}x-3$	-	+
عبارت	+	-

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (5, +\infty) \text{ غ ق ق}$$

پس این حالت قابل قبول نیست.
(۲) $a < 0$ باشد:

در این حالت $\frac{3}{2a} < 0$ است، پس عدد -۱ باید برابر این ریشه باشد.

$$\begin{cases} \frac{3}{2a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \\ -b = 5 \Rightarrow b = -5 \end{cases}$$

x	-۱	۵
$x-5$	-	+
$-3x-3$	+	-
عبارت	-	+

ق ق $\rightarrow -1 < x < 5 \rightarrow$

$$\Rightarrow a \times b = \frac{-3}{2} \times -5 = \frac{15}{2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱