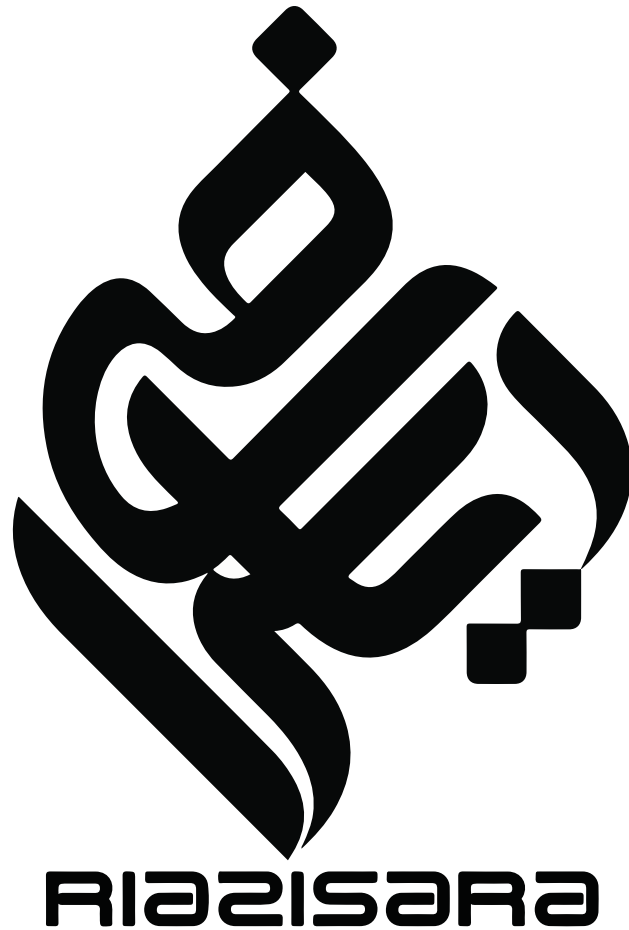




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

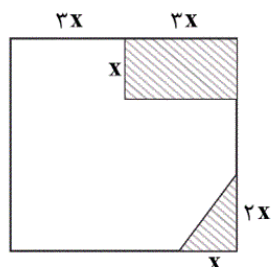
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

- ۹۱- در یک کارخانه، حقوق یک مهندس یک و نیم برابر حقوق فن‌ورز و $\frac{2}{3}$ مدیر بخش خود است. این قسمت ۳ مهندس، ۶ فن‌ورز و ۲ مدیر دارد. اگر مدیر عامل ۴۵ میلیون تومان حقوق برای این بخش بپردازد، حقوق فن‌ورز چند میلیون تومان است؟
- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۹۲- از مربعی به طول $6x$ یک مستطیل و یک مثلث قائم‌الزاویه مطابق شکل زیر هاشور خورده است. اگر مساحت قسمت هاشورنخورده برابر ۱۲۸ واحد مربع باشد، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{2}$

- ۹۳- در کدام یک از معادله‌های زیر، مجموع ریشه‌های معادله برابر $\frac{1}{4}$ است؟

(۱) $(x-1)^2 - 2 = 0$ (۲) $(x-1)(2x+1) = 0$
(۳) $(x+2)^2 - (x-1)^2 = 0$ (۴) $x^2 + 2x - 5 = 0$

- ۹۴- کدام معادله زیر، دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

(۱) $x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x$ (۲) $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$
(۳) $3x^2 - \frac{2}{3}x = \frac{1}{9}$ (۴) $2x^2 - x + \sqrt{6} = 0$

- ۹۵- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{2}{5} = 0$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

- ۹۶- اگر در معادله $mx + 1 = \frac{m+1}{x}$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر ۳- باشد، مجموع ریشه‌های این معادله چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

- ۹۷- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x-4}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+3x-4} = 0$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۹۸- جواب‌های معادله $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2}{x^2-1} = -1$ چگونه است؟

- (۱) یک جواب دارد.
(۲) دو جواب نامثبت دارد.
(۳) یک جواب منفی و یک جواب مثبت دارد.
(۴) جواب ندارد.

۹۹- اگر $x = -1$ یکی از جواب‌های معادله $2x - \frac{2k}{x} = -1$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

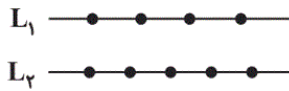
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $-\frac{3}{4}$

۱۰۰- اگر $x = -\frac{1}{4}$ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - 4kx - k - 1 = 0$ باشد، قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) $\frac{2}{3}$

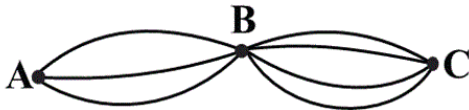
ریاضی و آمار ۳ -

۸۱- با نقاط مشخص شده روی دو خط زیر، چند مثلث مختلف می‌توان رسم کرد که نقاط داده شده رأس‌های آن باشند؟



- (۱) ۴۰
(۲) ۵۰
(۳) ۶۰
(۴) ۷۰

۸۲- با توجه به نقشه راه‌ها به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C رفت و دوباره به شهر A برگشت به طوری که کل مسیر رفت با کل مسیر برگشت متفاوت باشد؟ (همه راه‌ها دو طرفه‌اند و از جاده‌ای که عبور می‌کنیم برنمی‌گردیم.)



- (۱) ۳۰
(۲) ۲۴
(۳) ۷۲
(۴) ۱۳۲

۸۳- ۴ جایزه مختلف را به چند طریق بین ۳ نفر می‌توان تقسیم کرد، به طوری که به هر نفر حداقل ۱ جایزه برسد؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۸
(۳) ۲۴
(۴) ۱۸

۸۴- با کیانا، فائزه و ۳ نفر دیگر به چند طریق می‌توانیم صف تشکیل دهیم به طوری که فائزه و کیانا کنار هم نباشند؟

- (۱) ۸۴
(۲) ۷۲
(۳) ۶۰
(۴) ۴۸

۸۵- هر یک از ارقام عدد ۲۵۳۲۷۶۹۲ را روی یک کارت می‌نویسیم. با کنار هم قرار دادن این کارت‌ها چند عدد هشت رقمی می‌توان نوشت به طوری که ارقام فرد کنار هم و ارقام یکسان نیز کنار هم باشند؟

- (۱) ۲۴۰
(۲) ۱۴۴
(۳) ۲۰۶
(۴) ۲۵۲

۸۶- اگر $P(n-1,2) = \frac{4}{3}C(n,2)$ باشد، مقدار n کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴)

۸۷- مجموعه‌ای دارای ۳۶ زیرمجموعه دو عضوی می‌باشد، این مجموعه چند زیرمجموعه شش عضوی دارد؟

۶۲ (۱) ۷۸ (۲) ۸۴ (۳) ۱۰۶ (۴)

۸۸- با ارقام ۸,۷,۶,۳,۲,۰ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به‌طوری‌که در آن‌ها رقم ۸ نباشد و صفر بلافاصله بعد از ۲ در سمت راست آن بیاید؟

۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۲۰ (۴)

۸۹- با ارقام ۲,۳,۵,۷ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت که بر ۳ بخش‌پذیر باشند؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۷ (۴)

۹۰- در کیسه‌ای ۵ مهره قرمز متمایز، ۳ مهره آبی متمایز و ۲ مهره سبز متمایز قرار دارد. ۲ مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. فضای نمونه این پدیده تصادفی چند عضو دارد؟

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴)

-۹۱

(معمد بصیرایی)

حقوق فن‌ورز را x میلیون تومان در نظر می‌گیریم؛ بنابراین:

$$\text{حقوق مدیر} = \frac{9}{4}x \Rightarrow \frac{2}{3} \times \text{حقوق مدیر} = \frac{3}{2}x \Rightarrow \text{حقوق مهندس} = \frac{3}{2}x$$

$$6x + 3 \times \frac{3}{2}x + 2 \times \frac{9}{4}x = 45$$

$$\Rightarrow 15x = 45 \Rightarrow x = 3 \text{ میلیون تومان}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۲

(معمد بصیرایی)

(مساحت مثلث + مساحت مستطیل) - مساحت مربع = مساحت هاشورنخورده

$$\Rightarrow 128 = (6x)^2 - (x \times 3x + \frac{2x \times x}{2})$$

$$\Rightarrow 36x^2 - (3x^2 + x^2) = 128$$

$$\Rightarrow 32x^2 = 128 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

راه حل اول:

$$(x-1)(2x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم: اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای دو ریشه باشد، آنگاه مجموع ریشه‌ها از رابطه $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ به دست می‌آید.

$$(x-1)(2x+1) = 2x^2 + x - 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-2\sqrt{2})^2 - 4(1)(2) = 8 - 8 = 0$. یک ریشه مضاعف دارد.

گزینه «۲»: $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-\sqrt{3})^2 - 4(1)(1) = 3 - 4 = -1 < 0$. ریشه حقیقی ندارد.

گزینه «۳»: $3x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow \Delta = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4(3)\left(-\frac{1}{9}\right)$

$= \frac{4}{9} + \frac{12}{9} = \frac{16}{9} > 0$. دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

گزینه «۴»: $2x^2 - x + \sqrt{6} = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2)(\sqrt{6}) = 1 - 8\sqrt{6} < 0$. ریشه حقیقی ندارد.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط آن که $\Delta > 0$

باشد، مجموع ریشه‌ها از $S = \frac{-b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها از $P = \frac{c}{a}$ به دست می‌آید.

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-\frac{3}{2})}{\frac{1}{4}} = \frac{3 \times 4}{2 \times 1} = 6$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

$$mx + 1 = \frac{m+1}{x} \xrightarrow{\text{به شرط } x \neq 0} mx^2 + x = m + 1$$

$$\Rightarrow mx^2 + x - m - 1 = 0$$

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ مجموع

ریشه‌ها از $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها از $\frac{c}{a}$ به دست می‌آید.

$$P = \frac{-m-1}{m} = -3 \Rightarrow -m-1 = -3m$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

۴✓

۳

۲

۱

مخرج مشترک می‌گیریم تا به یک کسر مساوی صفر برسیم، کسری مساوی صفر است که صورت آن صفر باشد.

$$\frac{x-4}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x+4)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-4)(x+4) + (x^2+x+1)}{(x-1)(x+4)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 16 + x^2 + x + 1}{(x-1)(x+4)(x^2+x+1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + x - 15}{(x-1)(x+4)(x^2+x+1)} = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times 2 \times (-15) = 121 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{121}}{4} = 2/5 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{121}}{4} = -3 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۴)

☒ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = -1 \Rightarrow \frac{(x+1)^2 - x^2}{x^2 - 1} = \frac{-1}{1}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 = -x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند. دو جواب نامثبت‌اند.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

$$2x - \frac{2k}{x} = -1 \xrightarrow{x=-1} -2 - \frac{2k}{-1} = -1 \Rightarrow -2 + 2k = -1$$

$$\Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - \frac{2(\frac{1}{2})}{x} + 1 = 0 \Rightarrow 2x - \frac{1}{x} + 1 = 0 \xrightarrow{x \neq 0}$$

$$2x^2 - 1 + x = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-1)}}{2 \times (2)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$2x^2 - 2kx - k - 1 = 0 \xrightarrow{x = -\frac{1}{2}} 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2k\left(-\frac{1}{2}\right) - k - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + 2k - k - 1 = 0 \Rightarrow k - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{k = \frac{1}{2}} 2x^2 - 2x - \frac{1}{2} - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$$

$$(x - (-\frac{1}{2}))(x - \frac{3}{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها} = \left| -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right| = 2$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

(معمبر بهیرایی)

-۸۱

برای رسم مثلث باید یک نقطه از خط L_1 و دو نقطه از خط L_2 یا یک نقطه از خط L_2 و دو نقطه از خط L_1 به عنوان رأس‌ها انتخاب کنیم. بنابراین:

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} = 4 \times 10 + 5 \times 6 = 40 + 30 = 70$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴✓

۳

۲

۱

(معمبر بهیرایی)

-۸۲

مطابق مسیر زیر باید رفت و برگشت:

$$A \xrightarrow{\text{راه ۲}} B \xrightarrow{\text{راه ۴}} C \xrightarrow{\text{راه ۳}} B \xrightarrow{\text{راه ۲}} A$$

$$\Rightarrow 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$$

دقت کنید که در برگشت از C به B یک مسیر کم می‌شود و به همین ترتیب از B به A نیز یک مسیر کم می‌شود.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۴

۳✓

۲

۱

۸۳-

(هسین اسفینی)

با توجه به شرایط مسئله باید به یک نفر ۲ جایزه و به دو نفر دیگر، هر کدام ۱ جایزه داد. ابتدا ۲ جایزه از ۴ جایزه را به $\binom{4}{2}$ طریق انتخاب و سپس یکی از ۳ نفر را به $\binom{3}{1}$ حالت انتخاب کرده که ۲ جایزه را به وی بدهیم. سپس ۲ جایزه باقی مانده را به ۲! حالت به ۲ نفر باقی مانده تحویل می دهیم:

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times 2! = \frac{4!}{2!2!} \times 3 \times 2 = \frac{24}{2} \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۲ تا ۱۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

۸۴-

(علی شهبازی)

تعداد کل حالات که با ۵ نفر صف تشکیل می دهیم $5! = 120$ است. حالا حالت هایی که فائزه و کیانا در صف کنار هم هستند را حساب می کنیم:

$$\underbrace{a, b, c}_{4! \times 2!} \Rightarrow 4! \times 2! = 48$$

فائزه و کیانا

الان کافی است تعداد کل حالات را منهای حالت هایی کنیم که فائزه و کیانا کنار هم هستند:

$$120 - 48 = 72$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۲ تا ۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

۸۵-

(میرفنا سپودی)

چهار رقم فرد ۵، ۳، ۷ و ۹ را یک بسته و سه رقم ۲ را نیز یک بسته در نظر

گرفته و داریم: (جمعاً ۳ شیء داریم) $\frac{4!}{1!} \times \frac{1!}{1!} = 4! \times 1! = 24$

چهار رقم فرد چون متمایز هستند دارای ۴! جایگشت بوده اما ارقام ۲ چون تکراری بوده و تغییر جا نقشی ندارد تنها یک جایگشت دارد، پس:

$$4! \times 3! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 144$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۲ تا ۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

$$\frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} = \frac{4}{3} \times \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-2)!} = \frac{4}{3} \times \frac{n(n-1)!}{2(n-2)(n-2)!} \Rightarrow 1 = \frac{2n}{3(n-2)}$$

$$\Rightarrow 3n - 6 = 2n \Rightarrow n = 6$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی یک مجموعه n عضوی برابر با $\binom{n}{r}$ می‌باشد. پس:

$$\binom{n}{2} = ۳۶ \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = ۳۶$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = ۳۶$$

$$\Rightarrow n(n-1) = ۷۲ \Rightarrow n(n-1) = ۹ \times ۸ \Rightarrow n = ۹$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } ۶ \text{ عضوی} = \binom{۹}{۶} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۳ \times ۲ \times ۱ \times ۶!} = ۸۴$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

رقم ۸ را از اعداد کنار می‌گذاریم، پس ۵ رقم ۷,۶,۳,۲,۰ را داریم. ۲ و ۰ را یک بسته به صورت ۲۰ در نظر می‌گیریم.

۲۰, ۳, ۶, ۷

$۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

از بین ارقام داده شده به ۴ صورت می‌توان ۳ رقم را انتخاب کرد:

$$\binom{4}{3} = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1!} = 4$$

$$\begin{cases} D_1 = \{2, 3, 5\} \\ D_2 = \{3, 5, 7\} \\ D_3 = \{2, 3, 7\} \\ D_4 = \{2, 5, 7\} \end{cases}$$

برای بخش‌پذیری یک عدد بر ۳ باید مجموع ارقام آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

از بین مجموعه‌های D_1, D_2, D_3, D_4 فقط مجموع اعداد مجموعه‌های

D_2 و D_3 بر ۳ بخش‌پذیر است. با ۳ عدد نیز بنا بر قانون ضرب می‌توان

$$6 = 3 \times 2 \times 1 = 3 \text{ رقمی بدون تکرار ارقام نوشت: } 12 = 2 \times 6 \Rightarrow$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$10 = 5 + 3 + 2 = \text{تعداد کل مهره‌ها}$$

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴✓

۳

۲

۱