

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۶۱- جمله اول یک دنباله حسابی ۱ و جمله بیستم آن ۱۴۹ است. مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟

- ۱۳۵۰ (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۴۵۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴)

۶۲- مجموع ریشه‌های معادله $2(x^2 + x)^2 - 3(x^2 + x + 2) + 7 = 0$ کدام است؟

- صفر (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴)

۶۳- کدام گزینه در مورد معادله $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = x-4$ درست است؟

- (۱) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد. (۲) فقط یک ریشه مثبت دارد.
(۳) فقط یک ریشه منفی دارد. (۴) ریشه ندارد.

۶۴- جواب بزرگ‌تر معادله $\frac{x^2 + x}{x^2 + x + 4} + \frac{2}{x^2 + x + 1} = 1$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

۶۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 4 = 0$ باشند، آن‌گاه ریشه‌های کدام معادله زیر برابر $2\alpha^3$ و $2\beta^3$ هستند؟

- (۱) $x^2 - \frac{25}{4}x - 32 = 0$ (۲) $x^2 + \frac{25}{8}x - 32 = 0$
(۳) $x^2 - \frac{25}{4}x - 16 = 0$ (۴) $2x^2 - 25x + 16 = 0$

۶۶- نمودار تابع درجه دومی که محور عمودی را با عرض ۶ و محور افقی را با طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند، خطی با طول از مبدأ $2/5$ و عرض از

مبدأ (-10) را با چه طول‌هایی قطع می‌کند؟

- ۵ و ۳ (۱) ۲ و ۳ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۴ و ۲ (۴)

۶۷- مجموع هشت جمله اول یک دنباله هندسی با جملات افزایشی برابر با 510 و مجموع چهار جمله اول آن برابر با 30 است. جمله اول این

دنباله کدام است؟

- $\frac{5}{2}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۶۸- معادله $\sqrt{8+2x-x^2} - \sqrt{1-x^2} = 2$ دارای دو ریشه حقیقی است، مجموع مربعات این دو ریشه کدام است؟

- ۱/۰۵ (۱) ۱/۵ (۲) ۱/۰۶ (۳) ۱/۶ (۴)

۶۹- به ازای چند مقدار m ، معادله $\frac{m-2}{x} = \frac{x-4}{x^2+3x}$ فاقد جواب حقیقی است؟

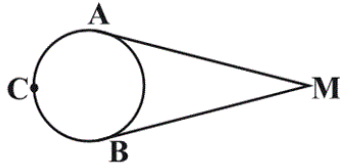
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۰- اعداد طبیعی مضرب ۴ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره آن دسته باشد، یعنی: $\{4\}$, $\{8, 12\}$, $\{16, 20, 24\}$, ... مجموع اعداد واقع در دسته پانزدهم کدام است؟

- (۱) ۶۷۸۰ (۲) ۶۷۵۰ (۳) ۱۳۵۰۰ (۴) ۱۳۵۶۰

هندسه ۲ - ۱۰ سوال -

۸۱- مطابق شکل از نقطه M ، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم نموده‌ایم، اگر $\widehat{M} = 20^\circ$ باشد، نسبت کمان کوچک‌تر به کمان بزرگ‌تر تشکیل شده در دایره کدام است؟

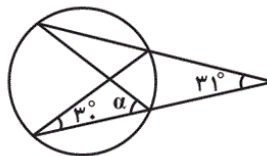


- (۱) ۵/۰
(۲) ۶/۰
(۳) ۷/۰
(۴) ۸/۰

۸۲- در دایره‌ای با شعاع ۱۸، طول وتری که عمودمنصف یکی از شعاع‌های دایره باشد، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

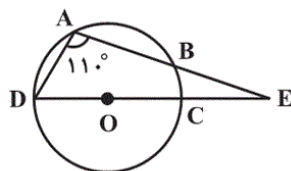
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۹

۸۳- در شکل زیر مقدار α کدام است؟



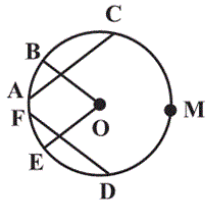
- (۱) 62°
(۲) 61°
(۳) 60°
(۴) 32°

۸۴- در شکل زیر O مرکز دایره و $\widehat{E} = 20^\circ$ است. اندازه کمان AB کدام است؟



- (۱) 8°
(۲) 9°
(۳) 5°
(۴) 6°

۸۵- در شکل زیر O مرکز دایره، EO || AC و BO || FD است. اگر $\widehat{CMD} = 100^\circ$ و $\widehat{AF} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه BOE کدام است؟



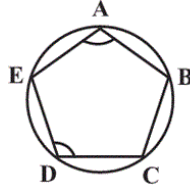
(۱) 30°

(۲) 40°

(۳) 50°

(۴) 60°

۸۶- در شکل زیر، اگر $\widehat{BC} = 70^\circ$ باشد، حاصل $\hat{A} + \hat{D}$ کدام است؟



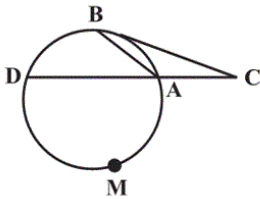
(۱) 205°

(۲) 215°

(۳) 235°

(۴) 225°

۸۷- در شکل زیر $AB = AC$ ، $\widehat{BD} = 2x$ ، $\widehat{AMD} = 6x + 20^\circ$ و در نقطه B بر دایره مماس است. X کدام است؟



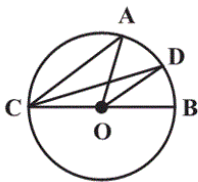
(۱) 40°

(۲) 35°

(۳) $\frac{340}{9}$

(۴) $\frac{320}{11}$

۸۸- در شکل زیر، O مرکز دایره و OD نیمساز زاویه AOB است. اگر $\widehat{AC} = 5x$ و $\widehat{AD} = x + 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه DCO کدام است؟



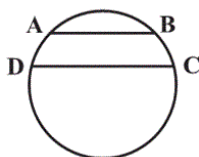
(۱) 10°

(۲) 20°

(۳) 30°

(۴) 35°

۸۹- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ ، $\widehat{BC} = 40^\circ$ و $\widehat{AB} = 80^\circ$ است. فرض کنید خط Δ در نقطه C بر دایره مماس باشد. از نقطه B خطی موازی Δ رسم می‌کنیم به طوری که دایره را در نقطه P قطع کند. اندازه کمان کوچکتر PD چقدر است؟



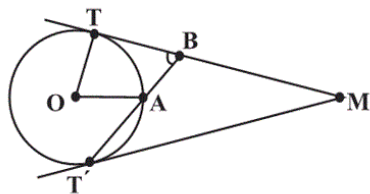
(۱) 80°

(۲) 120°

(۳) 160°

(۴) 200°

۹۰- مطابق شکل زیر، از نقطه M دو مماس MT و MT' را بر دایره C رسم کرده و از T' به وسط کمان کوچک تر TT' (نقطه A) وصل کرده و امتداد می دهیم تا پاره خط MT را در نقطه B قطع کند. اگر $\widehat{M} = 20^\circ$ و $\widehat{TBT'} = 60^\circ$ باشد، مساحت قطاع AOT چند برابر مجذور شعاع دایره است؟



(۱) $\frac{\pi}{9}$

(۲) $\frac{\pi}{6}$

(۳) $\frac{2\pi}{9}$

(۴) $\frac{5\pi}{18}$

حسابان ۱ - آشنا - ۱۰ سوال

۷۱- در دنباله حسابی ... ۵, ۸, ۱۱, ... حداقل چند جمله اول آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۵۰۰ بیشتر شود؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

۷۲- تعداد جوابهای معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۷۳- در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ با ریشههای مثبت، یک ریشه دو برابر ریشه دیگر است، مجموع دو ریشه کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴/۵

(۲) ۴

(۱) ۳/۵

۷۴- اگر $x = 2$ ، یک ریشه معادله $x^3 + 2x^2 - 3x - 10 = 0$ باشد، آنگاه این معادله دارای:

(۱) دو ریشه مثبت و یک ریشه منفی است.

(۲) دو ریشه منفی و یک ریشه مثبت است.

(۳) تنها یک ریشه مثبت است.

(۴) سه ریشه مثبت است.

۷۵- مجموع ریشههای معادله $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) ۰/۵

(۱) ۲

۷۶- دایره‌ای رنگ نشده به شعاع واحد مفروض است. در مرحله اول نصف آن و در مرحله بعد نصف قسمت باقی مانده آن و به همین ترتیب قسمت‌های باقیمانده را رنگ می کنیم. در پایان مرحله هفتم، در مجموع چه کسری از دایره رنگ شده است؟

(۴) $\frac{1}{27}$

(۳) $\frac{1}{26}$

(۲) $1 - \frac{1}{27}$

(۱) $1 - \frac{1}{26}$

۷۷- احمد و رضا در یک لحظه از شهر تهران به طرف کرج حرکت می‌کنند. سرعت هر کدام از آنها ثابت است و فاصله بین دو شهر ۶۰ کیلومتر است. احمد هر ساعت ۴ کیلومتر کمتر از رضا می‌پیماید. رضا به شهر کرج رسیده و بلافاصله برمی‌گردد و احمد را در ۱۲ کیلومتری کرج ملاقات می‌کند، احمد با سرعت چند کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۷۸- مجموع تمام اعدادی که «از جذر خود $\frac{1}{8}$ واحد کم‌تر هستند»، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۷۹- مجموع ۱۰۰ جمله اول از یک دنباله هندسی با قدرنسبت $q = 4$ ، چند برابر مجموع جملات ردیف فرد آن ۱۰۰ جمله است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱۵

۸۰- اگر α و β صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ باشند، مجموع ریشه‌های معادله $\alpha x^4 + 13x^2 - \beta = 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) این معادله، فاقد ریشه است.

آمار و احتمال - ۱۰ سوال -

۹۱- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

(۱) $(\frac{3}{4} < \frac{2}{3}) \wedge (14 - 4 = 10)$

(۲) $(\frac{1}{2} \neq \frac{4}{8}) \vee (17 \notin \mathbb{Z})$

(۳) اگر عدد ۸ بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه ۸ بر ۲ هم بخش‌پذیر است.

(۴) ۲ عددی اول است اگر و تنها اگر ۲ عددی فرد باشد.

۹۲- عکس نقیض گزاره «اگر $a > b$ باشد، آن‌گاه $a^3 > b^3$ است» به کدام صورت نوشته می‌شود؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(۱) اگر $a^3 > b^3$ باشد، آن‌گاه $a > b$ است.

(۲) اگر $a^3 < b^3$ باشد، آن‌گاه $a < b$ است.

(۳) اگر $a^3 \geq b^3$ باشد، آن‌گاه $a \geq b$ است.

(۴) اگر $a^3 \leq b^3$ باشد، آن‌گاه $a \leq b$ است.

۹۳- ارزش گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ کدام است و نقیض آن چگونه نوشته می‌شود؟

(۱) درست، $\exists x \in \mathbb{R}; 1 + \tan^2 x \neq \frac{1}{\cos^2 x}$

(۲) نادرست، $\forall x \in \mathbb{R}; 1 + \tan^2 x \neq \frac{1}{\cos^2 x}$

(۳) نادرست، $\exists x \in \mathbb{R}; 1 + \cot^2 x \neq \frac{1}{\sin^2 x}$

(۴) نادرست، $\exists x \in \mathbb{R}; 1 + \tan^2 x \neq \frac{1}{\cos^2 x}$

۹۴- فرض کنید $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)$ گزاره‌ای با ارزش درست باشد. در این صورت کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) q درست است. (۲) p درست است.

(۳) q نادرست است. (۴) p نادرست است.

۹۵- اگر گزاره $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee r)$ درست باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های p ، q و r به ترتیب از راست به چپ کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) نادرست - درست - درست (۲) نادرست - نادرست - درست

(۳) درست - نادرست - نادرست (۴) درست - درست - نادرست

۹۶- کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

(۱) $\forall x \in \mathbb{Z}; x^3 \geq x^2$

(۲) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 2x + 3 = 0$

(۳) $\exists x \in \mathbb{R}; \sin x = 2$

(۴) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 - 2x + 3 > 0$

۹۷- گزاره $p \Rightarrow [q \wedge (r \Rightarrow q)]$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) $\sim p \vee \sim q$ (۲) $\sim p \vee q$

(۳) $p \Rightarrow r$ (۴) $p \vee q$

۹۸- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

$$(1) p \vee (p \wedge \sim q)$$

$$(2) \sim p \Rightarrow (p \vee q)$$

$$(3) \sim(\sim p \Rightarrow q) \wedge p$$

$$(4) (p \wedge q) \Rightarrow p$$

۹۹- اگر $A = \{x \in \mathbb{W} \mid 2^x < 16\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش کدام گزاره نادرست است؟

$$(1) \forall x \in A ; 2x - 1 \leq 5x$$

$$(2) \exists x \in A ; x^2 + 6 > 5x$$

$$(3) \exists x \in A ; 5x^2 - 9 \leq 4(x-1)^2 + 7$$

$$(4) \exists x \in A ; 2(x+5) + 1 < 5x + 2$$

۱۰۰- نقیض گزاره «همهٔ ریاضی‌دانانی که فیزیک‌دان نیستند، استعداد خوبی در شطرنج دارند» کدام است؟

(۱) ریاضی‌دانی وجود دارد که با این که فیزیک‌دان است، استعداد خوبی در شطرنج دارد.

(۲) ریاضی‌دانی وجود دارد که با این که فیزیک‌دان نیست، استعداد خوبی در شطرنج ندارد.

(۳) فیزیک‌دانی وجود دارد که ریاضی‌دان نیست اما استعداد خوبی در شطرنج دارد.

(۴) همهٔ ریاضی‌دانانی که فیزیک‌دان نیستند، در شطرنج استعداد خوبی ندارند.

۶۱- گزینه «۴»

(میثم بهرامی بویا)

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{20} = 149 \end{cases} \xrightarrow{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)} S_{20} = \frac{20}{2}(1 + 149) = 1500$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

۶۲- گزینه «۳»

(مجتبی نادری)

به روش تغییر متغیر معادله را حل می‌کنیم، با تغییر متغیر $x^2 + x = t$

داریم:

$$2t^2 - 3(t+2) + 7 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 6 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)(2t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t=1 \Rightarrow x^2 + x = 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \\ \text{مجموع ریشه‌ها} : x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -1 \\ t=\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \\ \text{مجموع ریشه‌ها} : x'_1 + x'_2 = \frac{-b}{a} = -1 \end{array} \right.$$

بنابراین مجموع ریشه‌های معادله، برابر است با:

$$x_1 + x_2 + x'_1 + x'_2 = -2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به دامنه معادله، سه شرط زیر باید همزمان برقرار باشد:

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \end{cases}$$

اشتراک این سه شرط، تهی است، پس معادله ریشه ندارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۴- گزینه «۱»

(میلاد منصوری)

قرار می‌دهیم $T = x^2 + x$. در این صورت داریم:

$$\frac{T}{T+4} + \frac{2}{T+1} = 1 \Rightarrow \frac{T^2 + T + 2T + 8}{(T+4)(T+1)} = 1$$

$$\Rightarrow T^2 + 3T + 8 = T^2 + 5T + 4 \Rightarrow 2T = 4 \Rightarrow T = 2$$

پس:

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1$$

جواب بزرگ‌تر $x = 1$ است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷، ۱۳ و ۱۷ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول: در معادله درجه دوم $2x^2 - x - 4 = 0$ داریم:

$$S_1 = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad P_1 = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را می‌یابیم:

$$S_2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2) = 2(S_1^2 - 2S_1P_1) = 2\left(\frac{1}{4} + 2\right) = \frac{25}{2}$$

$$P_2 = (2\alpha^2)(2\beta^2) = 4P_1^2 = 4(-2) = -8$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مورد نظر}} x^2 - S_2x + P_2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{25}{2}x - 8 = 0$$

راه حل دوم: با جایگذاری ریشه‌های α و β در معادله $2x^2 - x - 4 = 0$ داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha^2 = \alpha + 4 \xrightarrow{\times\alpha} 2\alpha^3 = \alpha^2 + 4\alpha = \left(\frac{\alpha}{2} + 2\right) + 4\alpha = \frac{9}{2}\alpha + 2 \\ 2\beta^2 = \beta + 4 \xrightarrow{\times\beta} 2\beta^3 = \beta^2 + 4\beta = \left(\frac{\beta}{2} + 2\right) + 4\beta = \frac{9}{2}\beta + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \frac{9}{2}(\alpha + \beta) + 4 = \frac{9}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{25}{2} \\ P' = \frac{81}{4}(\alpha\beta) + 9 \times (\alpha + \beta) + 4 = -\frac{81}{2} + \frac{9}{2} + 4 = -32 \end{cases}$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - \frac{25}{2}x - 32 = 0$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله تابع درجه دومی که محور x ها را با طول‌های x_1 و x_2 قطع می‌کند، به صورت $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ است، پس طبق فرض:

$$y = a(x - 1)(x - 3) \text{ : معادله تابع درجه دوم}$$

از طرفی مختصات نقطه $(0, 6)$ در تابع صدق می‌کند، بنابراین:

$$6 = a(0 - 1)(0 - 3) \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow y = 2(x - 1)(x - 3) = 2x^2 - 8x + 6$$

معادله خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q به صورت $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

است، پس:

$$\text{معادله خط: } \frac{x}{2/5} + \frac{y}{-10} = 1 \xrightarrow{\times 10} 4x - y = 10 \Rightarrow y = 4x - 10$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 4x - 10 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 16 = 0 \Rightarrow x = 2, 4$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی (با شرط $q \neq 1$) از

$$\text{رابطه } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ به دست می‌آید که در آن } a_1 \text{ جمله اول و } q$$

قدرنسبت است. داریم:

$$\begin{cases} S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 510 \\ S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = 30 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_8}{S_4} = \frac{\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}} = \frac{510}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^8}{1-q^4} = 17 \Rightarrow \frac{(1-q^4)(1+q^4)}{1-q^4} = 17 \Rightarrow 1+q^4 = 17$$

$$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

دنباله افزایشی است لذا $q = 2$ است.

$$S_4 = 30 \Rightarrow \frac{a_1(1-2^4)}{1-2} = 30 \Rightarrow -15a_1 = -30 \Rightarrow a_1 = 2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\sqrt{8+2x-x^2} = 2 + \sqrt{1-x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 8+2x-x^2 = 4+1-x^2 + 4\sqrt{1-x^2}$$

$$2x+3 = 4\sqrt{1-x^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2 + 9 + 12x = 16 - 16x^2$$

$$\Rightarrow 20x^2 + 12x - 7 = 0 \quad (*)$$

اگر α و β ریشه‌های معادله آخر باشند $\alpha^2 + \beta^2$ حاصل خواسته شده است.

$$\begin{cases} S = \frac{-b}{a} = -\frac{12}{20} = -\frac{3}{5} \\ P = \frac{c}{a} = -\frac{7}{20} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \frac{9}{25} + \frac{14}{20} = \frac{36+70}{100} = \frac{106}{100} = 1.06$$

توجه کنید که در هنگام جایگذاری ریشه‌های معادله (*) در معادله اصلی، زیر هیچ یک از رادیکال‌ها منفی نمی‌شود و ریشه‌ها قابل قبول هستند.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۲۰ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۹- گزینه «۳»

(ویدر راهتی)

$$\frac{m-3}{x} = \frac{x-4}{x(x+3)} \xrightarrow{x \neq 0} m-3 = \frac{x-4}{x+3} \xrightarrow{\text{طرفین، وسطین}}$$

$$(m-3)x + 3m - 9 = x - 4 \Rightarrow (m-4)x = 5 - 3m$$

$$\Rightarrow x = \frac{5-3m}{m-4}$$

پس به ازای $m=4$ معادله فاقد جواب است. همچنین اگر جواب به دست آمده برابر ریشه‌های مخرج یعنی صفر و (-۳) شود غیرقابل قبول خواهد بود.

$$x = \frac{5-3m}{m-4} = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{5-3m}{m-4} = -3 \Rightarrow 5-3m = -3m+12 \Rightarrow 5=12 \Rightarrow \text{نشدنی}$$

پس معادله به ازای دو مقدار $m = \frac{5}{3}$ و $m = 4$ فاقد جواب است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۷۰- گزینه «۱»

(اکبر کلاه‌ملکی)

ابتدا مشخص می‌کنیم که تا جمله آخر دسته چهاردهم چند عدد مضرب ۴ دسته‌بندی شده است:

$$\frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=14} \frac{14(15)}{2} = 105$$

پس اولین عضو دسته پانزدهم برابر ۱۰۶ امین عدد مضرب طبیعی ۴ است، یعنی:

$$106 \times 4 = 424$$

و دسته پانزدهم دارای پانزده جمله است. پس:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S = \frac{15}{2}(848 + (14)(4))$$

$$= 15(424 + 28) = 6780$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

۸۱- گزینه «۴»

(علیرضا نصراللهی)

زاویه حاصل از برخورد مماس‌ها برابر با نصف تفاضل دو کمان محصور بین آنهاست. بنابراین:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{AB}}{2} \Rightarrow 20^\circ = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{AB}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACB} - \widehat{AB} = 40^\circ \\ \widehat{ACB} + \widehat{AB} = 360^\circ \end{cases} \Rightarrow 2\widehat{ACB} = 400^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACB} = 200^\circ \\ \widehat{AB} = 160^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\text{کمان کوچک‌تر}}{\text{کمان بزرگ‌تر}} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{ACB}} = \frac{160^\circ}{200^\circ} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۶)

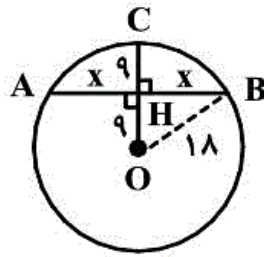
۴

۳

۲

۱

وتر AB بر شعاع OC عمود است و آن را نصف می‌کند.



$$\triangle OHB : OH^2 + HB^2 = BO^2 \Rightarrow 81 + x^2 = 324$$

$$\Rightarrow x^2 = 243 \Rightarrow x = 9\sqrt{3}$$

$$AB = 2x = 18\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲- صفحه ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 60^\circ$$

(زاویه محاطی)

$$\hat{P} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \Rightarrow 31^\circ = \frac{\widehat{BC} - 60^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 122^\circ \Rightarrow \hat{D} = \alpha = \frac{122^\circ}{2} = 61^\circ$$

(هنرسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

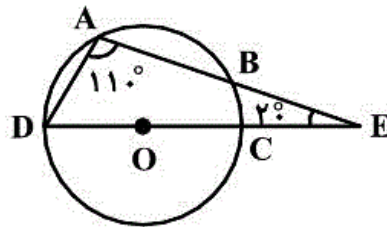
 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

(میثم بهرامی هویا)



$$\hat{A} = 11^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 22^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 22^\circ - 18^\circ = 4^\circ$$

$$\hat{D} = 18^\circ - (11^\circ + 2^\circ) = 5^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 100^\circ$$

$$\widehat{AB} = \widehat{ABC} - \widehat{BC} = 100^\circ - 4^\circ = 96^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

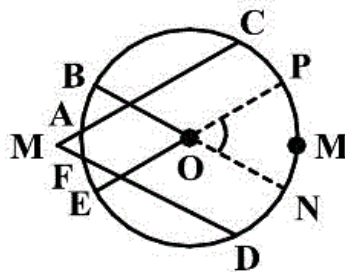
۲

۱

(امیر وفائی)

فرض کنید امتداد دو وتر CA و DF خارج دایره یکدیگر

را قطع کنند. داریم:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{CMD} - \widehat{AF}}{2} = \frac{100^\circ - 20^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} MC \parallel EP \\ MD \parallel BN \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{NOP} = \hat{M} = 40^\circ \Rightarrow \hat{BOE} = 40^\circ$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱

زوایای A و D محاطی هستند، بنابراین داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{DE} + \widehat{DC} + \widehat{BC}}{2} \quad \hat{D} = \frac{\widehat{AE} + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{2}$$

$$\hat{A} + \hat{D} = \frac{\widehat{DE} + \widehat{DC} + \widehat{BC} + \widehat{AE} + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{2}$$

$$= \frac{36^\circ + \widehat{BC}}{2} = \frac{36^\circ + 7^\circ}{2} = \frac{43^\circ}{2} = 21.5^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میلاد منصوری)

$$\widehat{AB} = 36^\circ - (2x + 6x + 2^\circ) = 34^\circ - 8x$$

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{34^\circ - 8x}{2} = 17^\circ - 4x$$

(زاویه ظلی)

از طرفی زاویه \hat{C} نیز برابر است با:

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AB}}{2} = \frac{2x - (34^\circ - 8x)}{2} = 5x - 17^\circ$$

چون $AB = AC$ است، پس $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ یعنی:

$$17^\circ - 4x = 5x - 17^\circ \Rightarrow x = \frac{34^\circ}{9}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\widehat{AOD} = \widehat{DOB} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{DB}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACO} = \frac{\widehat{ADB}}{2} = \widehat{AD} \Rightarrow \frac{180^\circ - 5x}{2} = x + 20^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ - 5x = 2x + 40^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\widehat{DCO} = \frac{\widehat{DB}}{2} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{20^\circ + 20^\circ}{2} = 20^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه ۱۲)

۴

۳

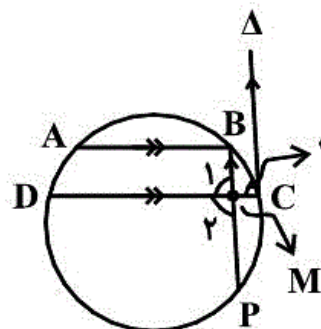
۲ ✓

۱

۸۹- گزینه «۳»

(شایان عباپی)

می‌دانیم کمان‌های محدود به دو وتر موازی، مساوی هستند. پس:



$$\widehat{AD} = \widehat{BC} = 40^\circ$$

از C بر دایره مماس Δ و از B به موازات آن BP را رسم می‌کنیم.

$$\widehat{C}_1 = \frac{\widehat{CBAD}}{2} = \frac{\widehat{CB} + \widehat{BA} + \widehat{AD}}{2} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$$

(زاویه ظلی)

$$\text{مورب } CD \text{ و } BP \parallel \Delta \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{C}_1 = 80^\circ \Rightarrow \widehat{M}_2 = 100^\circ$$

$$\text{مورب } BP \text{ و } AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{ABP} = \widehat{M}_2 = 100^\circ$$

$$\widehat{ABP} = \frac{\widehat{ADP}}{2} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{DP}}{2} = 100^\circ$$

(زاویه محاطی)

$$\xrightarrow{\widehat{AD}=40^\circ} \widehat{DP} = 160^\circ$$

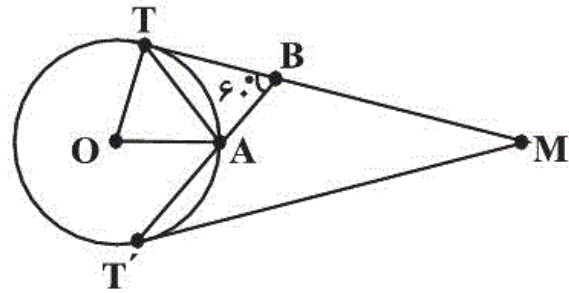
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱



در مثلث BMT' ، زاویه TBT' زاویه خارجی است، بنابراین داریم:

$$\widehat{BT'M} = \widehat{TBT'} - \widehat{BMT'} = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

زاویه $BT'M$ ، زاویه ظلی بوده و برابر نصف کمان AT' است و از

آن جا که A وسط $\widehat{TT'}$ است، داریم:

$$\widehat{AT} = \widehat{AT'} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

پس نسبت مساحت قطاع AOT به مساحت دایره برابر $\frac{80}{360}$ است.

پس مساحت قطاع AOT برابر است با:

$$\frac{80}{360} \times \pi r^2 = \frac{4\pi r^2}{18} = \frac{2\pi}{9} r^2$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

۷۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

دنباله داده شده یک دنباله حسابی با جمله اول ۵ و قدر نسبت $d = 8 - 5 = 3$ است که باید در آن $S_n > 500$ شود بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(2(5) + (n-1)(3))$$

$$= \frac{3n^2 + 7n}{2} > 500$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 7n - 1000 > 0 \Rightarrow n = \frac{-7 \pm \sqrt{12049}}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n \approx 17/13 \\ n \approx -19/46 \end{cases} \text{ غ ق}$$

بنابراین نامساوی فوق به ازای $n > 17/13$ برقرار است. یعنی باید حداقل ۱۸ جمله از دنباله فوق را با هم جمع کنیم که بزرگتر از ۵۰۰ شود.

(مسائل ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

۷۲- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

توجه می‌کنیم که $x \neq 2$ و $x \neq -2$ زیرا ریشه‌های مخرج هستند. با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها $((x-2)(x+2))$ داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$ قابل قبول نیست، پس معادله فقط یک ریشه دارد.

(مسائل ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

۷۳- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

اگر α و β را ریشه‌های معادله $2x^2 + ax + 9 = 0$ در نظر بگیریم،
 آنگاه طبق فرض مسأله $\alpha = 2\beta$ ، از طرفی:

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{9}{2}$$

$$(2\beta)\beta = \frac{9}{2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \beta = \pm \frac{3}{2} \quad \alpha = 2\beta \text{ پس:}$$

ریشه‌ها طبق فرض مسأله مثبت‌اند، پس:

$$\alpha = 3, \beta = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳

۲

۱

۷۴- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$(x-2)$ یک عامل چندجمله‌ای است. با تقسیم چندجمله‌ای بر $x-2$ ،
 عامل‌های دیگر را می‌یابیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 3x - 10 & x-2 \\ -(x^3 - 2x^2) & \hline 4x^2 - 3x - 10 & \\ -(4x^2 - 8x) & \\ \hline 5x - 10 & \\ -(\underline{5x - 10}) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 - 3x - 10 = (x^2 + 4x + 5)(x-2)$$

ریشه‌های معادله $x^2 + 4x + 5 = 0$ را می‌یابیم.

$$\Rightarrow \Delta = 4^2 - 4(5) = -4 < 0 \text{ ریشه حقیقی ندارد.}$$

بنابراین معادله فقط دارای یک ریشه مثبت $x=2$ است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

$1-x$ را با اتحاد مزدوج به صورت $(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})$ تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = 0$$

$$\Rightarrow (1-\sqrt{x}) \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} - (1+\sqrt{x}) \right) = 0$$

$$\begin{cases} 1-\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 1 & \text{(قق)} \\ \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1+\sqrt{x} \Rightarrow 1 = (1+\sqrt{x})^2 \Rightarrow 1+\sqrt{x} = \pm 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} 1+\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 & \text{(قق)} \\ 1+\sqrt{x} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 & \text{(غقق)} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو ریشه $x_1 = 0$ و $x_2 = 1$ است و مجموع

ریشه‌ها $x_1 + x_2 = 1$ خواهد بود.

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴ ✓

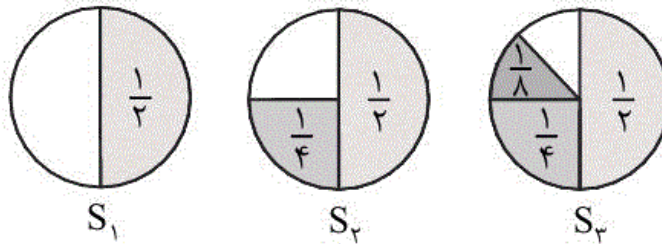
۳

۲

۱

در مرحله اول $\frac{1}{2}$ دایره را رنگ کرده‌ایم و در مرحله دوم $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)$ دایره

رنگ می‌شود، لذا:



$$S_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{2^2}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{2^3}$$

$$S_7 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^7} = 1 - \frac{1}{2^7}$$

پس در مرحله هفتم مجموع قسمت‌های رنگ شده دایره

$$1 - \frac{1}{2^7} \text{ است.}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۷۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

توجه کنید که وقتی احمد و رضا به هم می‌رسند مدت زمان حرکت هر دو با هم مساوی است. از آن جا که احمد مسافتی برابر $۶۰ - ۱۲ = ۴۸$ و

رضا مسافتی برابر $۶۰ + ۱۲ = ۷۲$ کیلومتر طی کرده است، پس زمان

حرکت احمد $\frac{۴۸}{v}$ و زمان حرکت رضا $\frac{۷۲}{v+۴}$ است که در آن v

سرعت حرکت احمد است.

بنابراین:

$$t = \frac{۷۲}{v+۴} = \frac{۴۸}{v} \Rightarrow v = ۸$$

پس احمد با سرعت ۸ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند.

(مسئله‌ها ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

۷۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، باید از جذر خود (\sqrt{x})

به اندازه $\frac{۱}{۸}$ واحد کم‌تر باشد:

$$x = \sqrt{x} - \frac{۱}{۸} \Rightarrow x + \frac{۱}{۸} = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{به توان دو}}$$

$$x^2 + \frac{۱}{۴}x + \frac{۱}{۶۴} = x \Rightarrow x^2 - \frac{۳}{۴}x + \frac{۱}{۶۴} = ۰$$

معادله فوق دو جواب مثبت دارد (زیرا $\Delta > ۰$ و $S > ۰$ و $P > ۰$) که هر

دو قابل قبول‌اند و مجموع آنها برابر است با: $\frac{-b}{a} = \frac{۳}{۴}$.

(مسئله‌ها ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

جملات ردیف فرد یک دنباله هندسی با قدرنسبت q ، یک دنباله هندسی

با قدرنسبت q^2 تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}}{a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}} = \frac{a_1(1 - q^{100})}{1 - q}}{a_1(1 - (q^2)^{50})}{1 - q^2}}$$

$$= \frac{1 - q^{100}}{1 - q} = \frac{(1 - q)(1 + q)}{1 - q} = 1 + q = 1 + 4 = 5$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۸۰- گزینه ۱»

(کتاب آبی)

منظور از صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 6x + 2$ ، ریشه‌های

معادله درجه دوم $x^2 - 6x + 2 = 0$ است. از آنجا که در

این معادله $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ ، می‌توانیم بگوییم ریشه‌ها یعنی α و β

مثبت هستند.

معادله $\alpha x^4 + 13x^2 - \beta = 1$ ، با تغییر متغیر $x^2 = t$ به صورت

$\alpha t^2 + 13t - \beta - 1 = 0$ در می‌آید. در این معادله:

همواره منفی $ac = \alpha(-\beta - 1) = -\alpha(\beta + 1) \xrightarrow{\alpha, \beta > 0}$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۹۱- گزینه «۳»

(عزیزالله علی اصغری)

گزینه «۱»: ارزش گزاره $(\frac{2}{3} < \frac{3}{4})$ نادرست است، پس ارزش ترکیب عطفی دو گزاره نیز نادرست است.

گزینه «۲»: ارزش هر دو گزاره $(17 \notin \mathbb{Z})$ و $(\frac{1}{2} \neq \frac{4}{8})$ نادرست است، پس ارزش ترکیب فصلی دو گزاره نیز نادرست است.

گزینه «۳»: ارزش گزاره «عدد ۸ بر ۳ بخش پذیر است» نادرست است، پس ترکیب شرطی دو گزاره به انتفای مقدم درست است.

گزینه «۴»: ارزش گزاره «۲ عددی اول است» درست و ارزش گزاره «۲ عددی فرد است» نادرست است، پس ارزش ترکیب دو شرطی آنها نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱

۹۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

عکس نقیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ به صورت $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ است. اگر گزاره‌های p و q به ترتیب به صورت $(a > b)$ و $(a^3 > b^3)$ تعریف شوند، آن‌گاه عکس نقیض گزاره صورت سؤال به صورت «اگر $a^3 \leq b^3$ باشد، آن‌گاه $a \leq b$ است» خواهد بود.

(آمار و احتمال - مشابه مثال صفحه ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۹۳- گزینه «۴»

(امیرهوشنگ فمسه)

ارزش گزاره نادرست است. چون مثلاً به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ ، $\tan x$ تعریف نشده و در نتیجه تساوی برقرار نمی‌باشد. از طرفی $\forall x; P(x) \equiv \exists x; \sim P(x)$ است، بنابراین گزینه «۴» درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (q \vee p)$$

$$\equiv (q \vee \sim p) \wedge (q \vee p) = q \vee \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \equiv q$$

بنابراین گزاره q درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۹۵- گزینه ۳»

(امیر حسین ابومصوب)

اگر p درست و q نادرست باشد، آن گاه ارزش گزاره $\sim p \vee q$ و در نتیجه ترکیب عطفی آن با هر گزاره دیگر نادرست است، بنابراین ارزش گزاره‌ها در گزینه ۳ امکان پذیر نیست. در سایر گزینه‌ها، ارزش هر دو گزاره $\sim p \vee q$ و $p \vee r$ در نتیجه ترکیب عطفی آن‌ها درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

۹۶- گزینه ۴»

(امیر حسین ابومصوب)

گزینه ۱: اگر x عددی منفی باشد، آن گاه $x^3 < x^2$ ، پس گزاره سوری نادرست است.

گزینه ۲: در این معادله $\Delta = -8$ است و در نتیجه معادله ریشه حقیقی ندارد و گزاره سوری نادرست است.

گزینه ۳: به ازای هر عدد حقیقی x، $-1 \leq \sin x \leq 1$ ، پس گزاره سوری نادرست است.

گزینه ۴: در معادله $x^2 - 2x + 3 = 0$ ، $\Delta = -8$ است، پس معادله ریشه حقیقی ندارد و در نتیجه علامت عبارت $x^2 - 2x + 3$ همواره موافق علامت ضریب x^2 یعنی مثبت است، پس این گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

۹۷- گزینه «۲»

(امسان فی‌اللهی)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$p \Rightarrow [q \wedge (r \Rightarrow q)] \equiv p \Rightarrow \underbrace{[q \wedge (\sim r \vee q)]}_{\text{قانون جذب}}$$

$$\equiv p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۹۸- گزینه «۳»

(اقبال زارعی)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim (\sim p \Rightarrow q) \wedge p \equiv \sim (p \vee q) \wedge p$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \wedge p \equiv (\sim p \wedge p) \wedge \sim q \equiv F \wedge \sim q \equiv F$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(ندرا صالح پور)

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

با توجه به تعریف مجموعه A داریم:

حال تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»:

$$1) \quad 2x - 1 \leq 5x \Rightarrow 3x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

به ازای تمامی اعضای مجموعه A، نامساوی برقرار است، پس گزاره سوری درست است.

گزینه «۲»:

$$2) \quad x^2 + 6 > 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 3$$

به ازای 0, 1, x = 0, نامساوی برقرار است، پس گزاره سوری درست است.

گزینه «۳»:

$$3) \quad 5x^2 - 9 \leq 4(x-1)^2 + 7 \Rightarrow x^2 + 8x - 20 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-2) \leq 0 \Rightarrow -10 \leq x \leq 2$$

به ازای 0, 1, 2, x = 0, نامساوی برقرار است، پس گزاره سوری درست است.

گزینه «۴»:

$$4) \quad 2(x+5) + 1 < 5x + 2 \Rightarrow 2x + 11 < 5x + 2 \Rightarrow x > 3$$

به ازای هیچ کدام از اعضای A، نامساوی برقرار نیست، پس گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

فرض کنید A مجموعهٔ ریاضی‌دان‌هایی باشد که فیزیک‌دان نیستند و B مجموعهٔ انسان‌هایی باشد که استعداد خوبی در شطرنج دارند. طبق فرض سؤال $\forall x \in A ; x \in B$ که نقیض آن معادل است با $\exists x \in A ; x \notin B$ ، یعنی ریاضی‌دانی وجود دارد که فیزیک‌دان نیست و استعداد خوبی در شطرنج ندارد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱