



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) بازه $(0, \frac{1}{2})$ (۲) مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد ۱۷

(۳) مجموعه اعداد اول زوج (۴) مجموعه اعداد غیر اول فرد

۵۲- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

الف) اجتماع دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی باشد.

ب) اشتراک دو مجموعه نامتناهی حتماً متناهی است.

پ) اگر مجموعه‌های A و C متناهی و مجموعه B نامتناهی باشد، $(A \cup C) - B$ حتماً متناهی است.

ت) اگر $A - B$ نامتناهی باشد، حتماً B متناهی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۳- کدام گزینه زیر درست است؟

(۲) $Q' \cap Z' = R - Q$

(۱) $(R - Q) \subseteq N$

(۴) $(Q \cap W) \subseteq Q'$

(۳) $Q \subseteq (R \cap W)$

۵۴- اگر $A = (-3, 10] - (5, 10)$ و $B = (-4, 4) \cup (4, 5)$ ، آن گاه $A - B$ شامل چند عدد طبیعی است؟

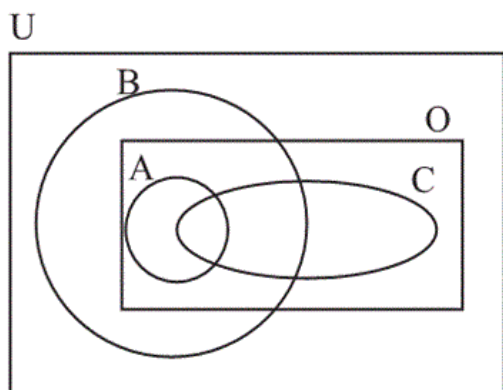
(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) ۳

۵۵- با توجه به نمودار زیر، حاصل مجموعه $(C - A) \cup [(A - B') \cap O]$ کدام است؟



(۱) C

(۲) A

(۳) $A \cap C$

(۴) $A \cup C$

۵۶- اگر $A = [-4, 2]$ ، $B = [-2, 6]$ و $C = [-2, 1]$ باشد، بازه $[2, 5]$ زیرمجموعه کدام مجموعه زیر است؟

(۴) $B - C$

(۳) $A \cap B$

(۲) $A - B$

(۱) $B - A$

۵۷- اگر $(-\infty, 4b] \cap (a, 8] = (-3, 2]$ باشد، حاصل $(\frac{a}{3} - 1, 4b) \cap [a + 2, 16b^2)$ کدام است؟

(۴) $(-1, 2]$

(۳) $(1, 2]$

(۲) $[-1, 2)$

(۱) $(-1, 2)$

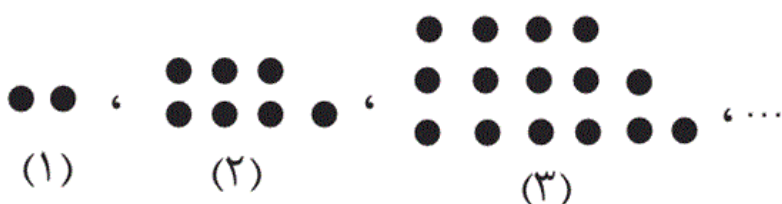
۵۸- با توجه به الگوی زیر، قدر مطلق اختلاف تعداد دایره‌های شکل‌های دهم و یازدهم کدام است؟

(۱) ۵۲

(۲) ۲۷

(۳) ۳۲

(۴) ۵۵



۵۹- اگر $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ و $B = \{3, 7, 11, 10, 11\}$ و مجموعه مرجع اعداد طبیعی باشد، آنگاه

$(A' \cap B')' - (B' - A')$ چند عضو دارد؟

(۴) بی شمار

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۶

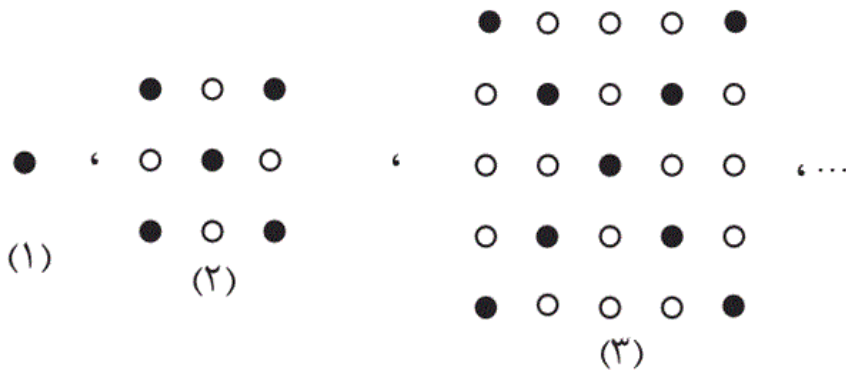
۶۰- در الگوی زیر، نسبت تعداد دایره‌های توخالی به توپر در شکل شماره پنجم کدام است؟

(۱) $\frac{16}{17}$

(۲) $\frac{64}{17}$

(۳) $\frac{36}{15}$

(۴) $\frac{136}{23}$



۶۱- اگر جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت $a_n = 3n + 1$ و چهار جمله اول یک دنباله درجه ۲ به ترتیب

از راست به چپ برابر با a_1 ، a_3 ، a_6 و a_{10} باشد، جمله دهم این دنباله درجه ۲ کدام است؟

(۴) ۱۶۴

(۳) ۳۱

(۲) ۱۶۶

(۱) ۱۶۵

۶۲- اگر در یک دنباله حسابی جمله اول برابر با -28 و جمله هشتادویکم برابر با 12 باشد، این دنباله چند

جمله منفی دارد؟

(۴) ۵۷

(۳) ۵۶

(۲) ۵۵

(۱) ۵۴

۶۳- در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۲ نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر تعداد

نفراتی که فقط عضو تیم فوتبال هستند، $\frac{3}{4}$ برابر تعداد نفراتی باشد که فقط عضو تیم بسکتبال هستند، تعداد

نفراتی که حداکثر عضو یکی از این دو تیم هستند، کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۹ (۱)

۶۴- یک دنباله حسابی ۷ جمله دارد که مجموع آن‌ها ۱۴۰ است. قدرمطلق اختلاف مجموع ۵ جمله وسطی این

دنباله از مجموع ۳ جمله وسطی آن کدام است؟

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۶۵- در یک کلاس ۴۰ نفره، ۲۸ نفر در کلاس فوق برنامه زیست و ۲۳ نفر در کلاس فوق برنامه ریاضی شرکت

می‌کنند. اگر ۹ نفر در هیچ کلاس فوق برنامه‌ای شرکت نکنند، چند نفر فقط در کلاس فوق برنامه زیست

شرکت می‌کنند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۶۶- در دنباله حسابی a_n ، اگر $a_{t+8} = 0$ و $a_t = -16$ باشد، مقدار $a_7 + a_{13}$ بر حسب t کدام است؟

$2t + 4$ (۴)

$-4t + 8$ (۳)

$-2t + 4$ (۲)

$4t + 8$ (۱)

۶۷- اگر در یک دنباله حسابی مجموع جملات پنجم و نهم، سه برابر جمله چهارم بوده و تفاضل جمله پنجم از

نهم برابر ۱۲ باشد، آنگاه جمله چهارم کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۶۸- اگر اعداد $x + \sqrt{3}$ ، $x - 1$ و $2x - \sqrt{3}$ از راست به چپ به ترتیب جملات اول تا سوم از یک دنباله

حسابی باشند، حاصل ضرب جملات اول و سوم از جمله دوم چقدر بیشتر است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

$8 - 2\sqrt{3}$ (۲)

$5 - 2\sqrt{3}$ (۱)

۶۹- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، تساوی‌های $\begin{cases} a_5 + a_{13} = 48 \\ a_{13} - a_5 = 16 \end{cases}$ برقرار است. واسطه حسابی بین

جملات نهم و دهم این دنباله کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۶ (۱)

۷۰- برای دو مجموعه A و B داریم، $n(A - B) = 3$ ، $n(B - A) = 9$ و $n(A \cup B) = 15$ ؛ حاصل

کدام است $\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cap B)}$ ؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۵۱- گزینه «۳»

«علی ارجمند»

مجموعه اعداد اول زوج به صورت $\{2\}$ است که مجموعه‌ای متناهی است.

(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۲- گزینه «۳»

«فرشاد حسن‌زاده»

الف) اجتماع هر مجموعه نامتناهی با هر مجموعه دیگر، قطعاً نامتناهی است.

چون از مجموعه نامتناهی چیزی کم نمی‌شود.

ب) مثال نقض: اگر دو مجموعه نامتناهی را \mathbb{N} (اعداد طبیعی) و \mathbb{Z} (اعداد صحیح) بگیریم، اشتراکشان برابر با \mathbb{N} می‌شود که نامتناهی است.

پ) $A \cup C$ حتماً متناهی است و از این مجموعه متناهی می‌خواهیم یک

مجموعه نامتناهی کم کنیم پس حاصل حتماً متناهی است.

ت) مثال نقض: اگر $A = \mathbb{Z}$ و $B = \mathbb{N}$ باشد، $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0\}$ که

هر دو مجموعه \mathbb{Z} و \mathbb{N} نامتناهی هستند.

پس سه مورد نادرست است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

در گزینه ۲» داریم:

$$Q' \subset Z' \Rightarrow Q' \cap Z' = Q' = \mathbb{R} - Q$$

۴

۳

۲✓

۱

۵۴- گزینه ۱»

«سهند ولی زاده»

$$A = (-3, 10] - (5, 10) \xrightarrow{\text{نمودار}} A = (-3, 5] \cup \{10\}$$

$$B = (-4, 4) \cup (4, 5) \xrightarrow{\text{نمودار}} B = (-4, 5) - \{4\}$$

$$A - B = \{4, 5, 10\}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

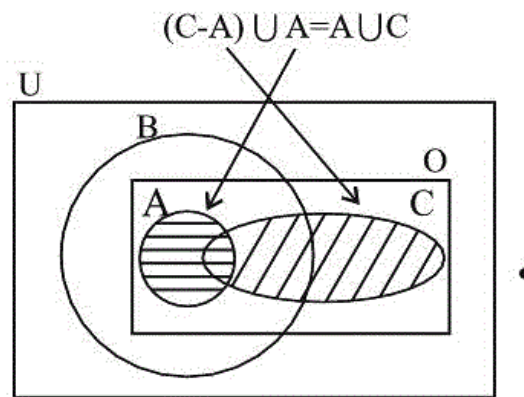
ابتدا مجموعه $(A - B') \cap O$ را تا حد امکان ساده می‌کنیم. برای تبدیل

تفاضل به اشتراک از رابطه $A - B' = A \cap B$ استفاده می‌کنیم. پس:

$$A - B' = A \cap B \Rightarrow (A - B') \cap O = A \cap B \cap O$$

از آن جاییکه $A \subset O, A \subset B$ می‌باشد، پس $A \cap B \cap O = A$. حال باید

حاصل $(C - A) \cup A$ را به دست آوریم.



(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

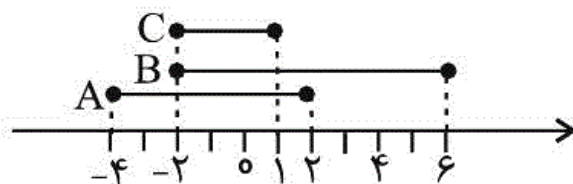
بازه‌ها را روی محور نشان می‌دهیم.

$$B - A = (2, 6]$$

$$A - B = [-4, -2)$$

$$A \cap B = [-2, 2]$$

$$B - C = (1, 6] \Rightarrow [2, 5] \subseteq B - C$$



(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

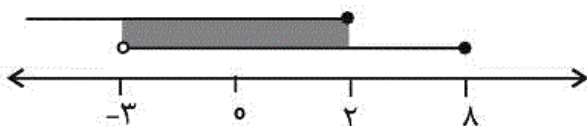
۳

۲

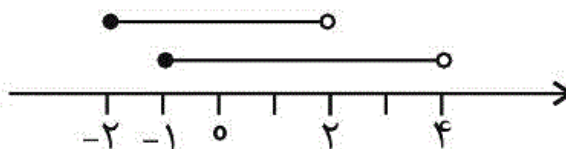
۱

$$(-\infty, 4b] \cap (a, 8] = (a, 4b] = (-3, 2]$$

$$a = -3, 4b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$



$$\left[\frac{a}{3} - 1, 4b\right) \cap [a + 2, 16b^2) = [-2, 2) \cap [-1, 4) = [-1, 2)$$



(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

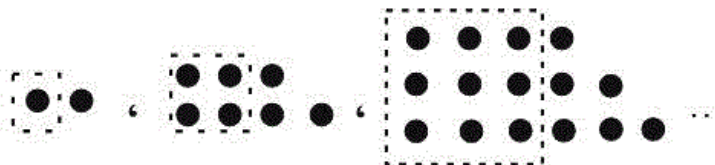
۴

۳

۲

۱

مطابق شکل زیر، الگو را می‌توان به دو الگوی مربعی و مثلثی دسته‌بندی کرد.



الگوی مربعی: $1, 4, 9, \dots \Rightarrow a_n = n^2$

الگوی مثلثی: $1, 3, 6, \dots \Rightarrow a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

الگوی کلی: $a_n = n^2 + \frac{n(n+1)}{2}$

$$\xrightarrow{n=10} a_{10} = 10^2 + \frac{10 \times 11}{2} = 100 + 55 = 155$$

$$\xrightarrow{n=11} a_{11} = 11^2 + \frac{11 \times 12}{2} = 121 + 66 = 187$$

تفاضل $\rightarrow 187 - 155 = 32$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ داریم:

$$(A' \cap B')' = A \cup B = \{1, 2, 3, 7, 9, 10, 11\}$$

$$B' - A' = B' \cap A = A \cap B' = A - B = \{2, 9\}$$

$$(A \cup B) - (A - B) = \{1, 3, 7, 10, 11\}$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

تعداد دایره‌های توپر: $4n - 3$ تعداد دایره‌های توخالی: $(2n - 1)^2 - (4n - 3) = 4n^2 - 8n + 4$
دایره‌های توپر کل دایره‌ها

$$\text{نسبت تعداد دایره‌های توخالی به توپر در شکل ۵م} = \frac{4(n^2 - 2n + 1)}{4n - 3}$$

$$= \frac{4 \times (25 - 10 + 1)}{4 \times 5 - 3} = \frac{64}{17}$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

$$a_1, a_3, a_6, a_{10}$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$4, 10, 19, 31, \dots$$

$$\begin{array}{cccc} & & 2a=3 & & 3 & & \\ & & \text{تفاضل} & & & & \\ & & \text{تفاضل} & & & & \\ & & 6 & & 9 & & 12 \\ & & \text{تفاضل} & & & & \\ 4 & & 10 & & 19 & & 31, \dots \end{array}$$

فرض: $t_n = an^2 + bn + c$

$$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} t_1 = 4 \Rightarrow \frac{3}{2} + b + c = 4 \\ t_2 = 10 \Rightarrow 6 + 2b + c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = \frac{5}{2} \\ 2b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{3}{2}, c = 1$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$$

$$t_{10} = \frac{3}{2}(100) + \frac{3}{2}(10) + 1 = 150 + 15 + 1$$

$$\Rightarrow t_{10} = 166$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$t_1 = -28 \text{ : جمله اول دنباله}$$

$$t_{81} = t_1 + 8 \cdot d = 12 \Rightarrow -28 + 8 \cdot d = 12 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \xrightarrow{t_n < 0} -28 + (n-1) \frac{1}{2} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(n-1) < 28 \Rightarrow n-1 < 56 \Rightarrow n < 57 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 56$$

پس این دنباله ۵۶ جمله منفی دارد.

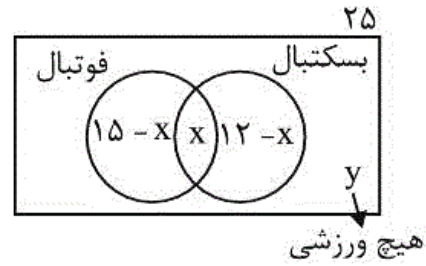
(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱



$15-x$: فقط اعضای فوتبال

$12-x$: فقط اعضای بسکتبال

$$(15-x) = \frac{3}{2}(12-x) \Rightarrow x=6$$

$$(15-x) + x + (12-x) + y = 25 \Rightarrow 9+6+6+y = 25$$

$$\Rightarrow 21+y = 25 \Rightarrow y=4$$

حداکثر یک ورزش = فقط فوتبال یا فقط بسکتبال یا هیچ ورزشی

$$4 + (12-6) + (15-6) = 9+6+4=19$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر ۷ جمله دنباله حسابی با قدر نسبت d را به شکل زیر در نظر بگیریم:

$$a - 3d, a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d, a + 3d$$

مجموع این جملات ۱۴۰ است، پس:

$$7a = 140 \Rightarrow a = 20$$

سه جمله وسطی:

$$a - d, a, a + d$$

$$\text{مجموع: } 20 - d + 20 + 20 + d = 60$$

۵ جمله وسطی:

$$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$$

$$\text{مجموع: } (20 - 2d) + (20 - d) + (20) + (20 + d) + (20 + 2d) = 100$$

$$\text{قدر مطلق اختلاف} = 100 - 60 = 40$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

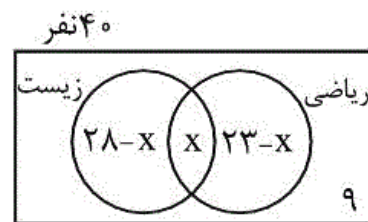
 ۱

راه حل اول:

$$28 - x + x + 23 - x + 9 = 40$$

$$\Rightarrow x = 20$$

$$28 - 20 = 8 \text{ : فقط در کلاس زیست}$$



راه حل دوم: طبق فرض ۳۱ نفر حداقل در یکی از ۲ کلاس شرکت کرده‌اند.

۲۳ نفر در کلاس فوق برنامه ریاضی‌اند پس $31 - 23 = 8$ نفر فقط در کلاس

فوق برنامه زیست شرکت کرده‌اند.

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر جمله اول دنباله حسابی a_1 و قدر نسبت آن d باشد، داریم:

$$\begin{cases} a_{t+8} = 0 \\ a_t = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + (t+7)d = 0 \\ a_1 + (t-1)d = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + td + 7d = 0 \\ a_1 + td - d = -16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8d = 16 \Rightarrow d = 2$$

با جایگذاری d $\rightarrow a_1 + (t-1)2 = -16 \Rightarrow a_1 = -2t - 14$
 را به دست می‌آوریم.

$$a_7 + a_{13} = a_1 + 6d + a_1 + 12d$$

$$2(a_1 + 9d) = 2(-2t - 14 + 18) = -4t + 8$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

در دنباله حسابی داریم:

$$\frac{a_n = a_1 + (n-1)d}{\rightarrow a_8 + a_9 = a_1 + 7d + a_1 + 8d}$$

$$= 2a_1 + 15d = 3a_7 = 3(a_1 + 6d) \Rightarrow a_1 = 3d$$

$$a_9 - a_8 = 12 \Rightarrow (a_1 + 8d) - (a_1 + 7d) = 12 \Rightarrow d = 3$$

$$\Rightarrow a_1 = 9$$

$$a_7 = a_1 + 6d = 9 + 18 = 27$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

۶۸- گزینه «۲»

«مهدی نصرالهی مدنی»

در دنباله حسابی a, b, c رابطه $2b = a + c$ برقرار است، پس:

$$(2x - \sqrt{3}) + (x + \sqrt{3}) = 2(x - 1)$$

$$\Rightarrow 3x = 2x - 2 \Rightarrow x = -2$$

حال x را در جملات جایگذاری می‌کنیم:

$$-2 + \sqrt{3}, -3, -4 - \sqrt{3}$$

$$(-2 + \sqrt{3})(-4 - \sqrt{3}) = 8 + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3 = 5 - 2\sqrt{3}$$

$$\underbrace{5 - 2\sqrt{3}}_{\text{حاصل ضرب جملات اول و سوم}} - \underbrace{(-3)}_{\text{جمله دوم}} = 8 - 2\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

در دنباله حسابی داریم:

$$\frac{a_n = a_1 + (n-1)d}{\rightarrow a_{13} + a_5 = a_1 + 12d + a_1 + 4d = 2a_1 + 16d}$$

$$= 2(a_1 + 8d) = 2a_9 = 48$$

$$\Rightarrow a_9 = 24$$

$$a_{13} - a_5 = 16 \Rightarrow 8d = 16 \Rightarrow d = 2$$

$$a_{10} = a_9 + d = 24 + 2 = 26$$

$$a_{10} \text{ و } a_9 \text{ واسطه حسابی بین } = \frac{a_9 + a_{10}}{2} = \frac{24 + 26}{2} = 25$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

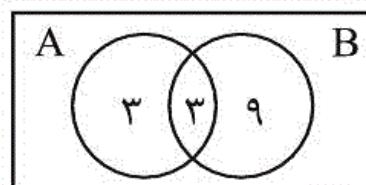
۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان تعداد عضوهای هر مجموعه را در نمودار ون زیر مشخص کرد.



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 15 = 3 + 9 + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

$$\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cap B)} = \frac{6 + 12}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱