

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۶۱- چه تعداد از عبارات زیر، درست هستند؟

الف) $\left\{2, \frac{8}{4}, \frac{172}{86}, \frac{14}{7}\right\} = \{2, 2, 2\}$

ب) $\{-1, 2, 3, 4\} = \{-(-1)^2, \frac{8}{4}, \frac{9}{3}, (-2)^2\}$

ج) مجموعه حروف کلمه «امیر» با مجموعه حروف کلمه «ماریا» برابر است.

د) $\{a, \{b, c\}\} = \{\{a, b\}, c\}$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶۲- کدام گزینه یک مجموعه را توصیف نمی‌کند؟

(۱) اعداد نه مثبت و نه منفی

(۲) اعدادی که با تقریب ۱/۱۰۰ به ۱۰۰ گرد می‌شوند.

(۳) همه استخوان‌های بدن انسان

(۴) اعداد نزدیک به هزار

۶۳- با توجه به مجموعه‌های زیر، کدام گزینه درست است؟

A: مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۴۸

B: مجموعه مضارب طبیعی عدد ۱۷ کوچک‌تر از ۲۰۰

C: مجموعه اعداد صحیحی که مربع آن‌ها کم‌تر از ۵۰ باشد.

D: مجموعه اعداد صحیح بین -۵ و +۷

(۲) $n(D) \geq n(B) > n(C) > n(A)$

(۱) $n(A) \geq n(B) > n(C) > n(D)$

(۴) $n(C) > n(D) \geq n(B) > n(A)$

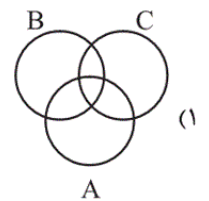
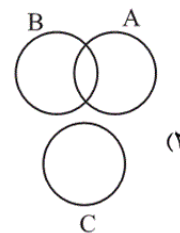
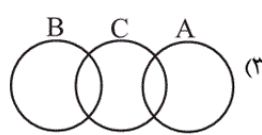
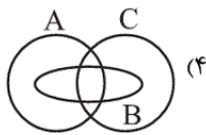
(۳) $n(C) > n(A) \geq n(D) > n(B)$

۶۴- کدام نمودار ون، مجموعه‌های زیر را بهتر نشان می‌دهد؟

$A = \{12, 15, 17, 19\}$

$B = \{1, 12, 15\}$

$C = \{1, 15, 13, 19\}$



۶۵- کدام مجموعه با مجموعه $\{(-1)^n \times 2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ برابر است؟

(۴) $\{2, -4, 8, -16, \dots\}$

(۳) $\{-2, 4, -8, 16, \dots\}$

(۲) $\{2, -4, 6, -8, \dots\}$

(۱) $\{-2, 4, -6, 8, \dots\}$

۶۶- اگر A و B دو مجموعه باشند و داشته باشیم $x \in A, B \subseteq A$ و $y \in B$ ، کدام رابطه همواره درست است؟

(۴) $\{x, y\} \subseteq B$

(۳) $\{x, y\} \subseteq A$

(۲) $y \notin A$

(۱) $x \in B$

۶۷- اگر به تعداد عضوهای یک مجموعه، ۲ عضو جدید اضافه شود، به تعداد زیرمجموعه‌های آن چند درصد افزوده می‌شود؟ (تعداد زیرمجموعه‌های یک

مجموعه n عضوی برابر با 2^n است.)

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

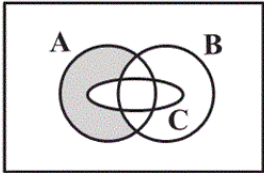
۶۸- اگر $A = \{x | x \leq 3\}$, $B = \{x | x > 4\}$, $C = \{x | 2 < x < 5\}$ باشد، حاصل $(A \cap B) \cup C$ کدام است؟

\emptyset (۴)

$\{x | 3 \leq x < 5\}$ (۳)

$\{x | -3 \leq x < 4\}$ (۲)

C (۱)



۶۹- چه تعداد از عبارات زیر ناحیه رنگی نمودار ون زیر را نشان می‌دهد؟

الف) $(A \cup B) - (A \cap C)$

ب) $A - (A \cap B \cap C)$

پ) $(A - B) - C$

ت) $A - (A \cap B) - C$

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۷۰- اگر $B \subseteq A$ و $D \subseteq C$ ، همچنین A و D دو مجموعه جدا از هم باشند (دو مجموعه‌ای که هیچ اشتراکی ندارند)، حاصل $(A \cap B) \cup (D \cap B \cap C)$

کدام است؟

$A \cup D$ (۴)

C (۳)

B (۲)

\emptyset (۱)

۷۱- اگر $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$, $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ و ... باشد، در این صورت مجموعه A_1 با کدام عدد شروع می‌شود؟

۵۶ (۴)

۵۵ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

۷۲- کدام عبارت در مورد مجموعه $A = \{a, b, 1, 1, 2\}$ درست است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)

(۲) حداقل ۳ عضو و حداکثر ۵ عضو دارد.

(۱) حداقل ۲ عضو و حداکثر ۵ عضو دارد.

(۴) در هر شرایطی ۵ عضو دارد.

(۳) حداقل ۲ عضو و حداکثر ۴ عضو دارد.

۷۳- مجموعه $A = \left\{ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \leq 2, y \leq 2 \right\}$ چند زیرمجموعه دارد؟ (تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر با 2^n است.)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۷۴- اگر $\{1, 5 - x, 2 + y\} = \{4, 6 - x, y - 2\}$ ، حاصل $x + y$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۵- مجموعه $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{36}{x} \in \mathbb{N} \right\}$ چند زیرمجموعه دارد؟ (تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی $2^n =$

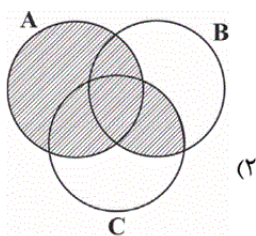
۵۱۲ (۴)

۲۵۶ (۳)

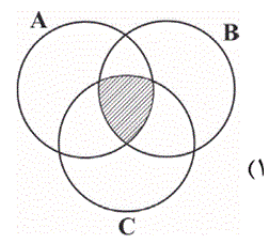
۱۲۸ (۲)

۶۴ (۱)

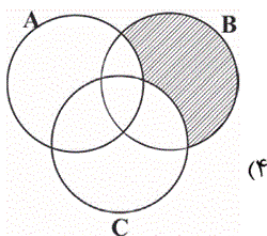
۷۶- قسمت هاشورخورده نمودار ون در کدام گزینه عبارت ریاضی زیر آن را نشان نمی‌دهد؟



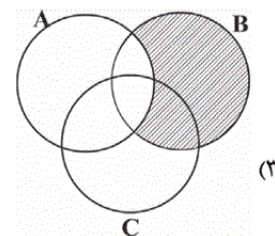
$$(A \cup B) \cap (A \cup C)$$



$$(A - B) \cap (B - C) \cup (A \cap B \cap C)$$



$$(A \cup B) - (A \cap C)$$



$$B - (A \cap C)$$

۷۷- اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{1, 2, \{2\}\}$ و $C = \{\{1, 2, \{2\}\}, 2\}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$A \not\subset B$ (۴)

$B \notin C$ (۳)

$B \not\subset C$ (۲)

$A \in C$ (۱)

۷۸- در کدام مجموعه، هیچ عضوی عدد زوج نیست؟

$B = \{2x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$ (۲)

$A = \{x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$ (۱)

$D = \{3x^3 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$ (۴)

$C = \{x^3 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$ (۳)

۷۹- A و B دو مجموعه غیرتهی‌اند. در چه صورتی $A - B = B - A$ است؟

(۱) اگر $A \cup B = A \cap B$ باشد. (۲) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد. (۳) اگر $A \cup B = A$ باشد. (۴) اگر $A \cup B = B$ باشد.

۸۰- اگر $A = \{-\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}\}$ و $B = \{\frac{1}{x^2+1} \mid x \in A\}$ باشد، مجموعه B با کدام مجموعه برابر است؟

$D = \{\frac{1}{x} \mid \frac{1}{4} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}, x \in \mathbb{N}\}$ (۲)

$C = \{\frac{1}{x} \mid 2 > \frac{1}{x} > 0, x \in \mathbb{N}\}$ (۱)

$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq \frac{1}{x} \leq 1\}$ (۴)

$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}\}$ (۳)

بررسی عبارات:

- الف) $\{2\} = \{2\} \Leftarrow$ عضو تکراری در مجموعه حذف می‌شود. ✓
- ب) $\{-1, 2, 3, 4\} \neq \{-1, 4, 3, 2\} \Leftarrow$ مجموعه سمت راست ۲ را ندارد. ✗
- ج) $\{ر, ی, م, ا\} = \{امیر\} / \{ا, ی, ر, ا, م\} = \{ماریا\} \Leftarrow$ دو مجموعه با هم برابرند. توجه کنید ترتیب اعضا مهم نیست. ✓
- د) عضوهای این دو مجموعه با هم برابر نیستند: ✗

$$\{a, \{b, c\}\} \neq \{\{a, b\}, c\}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ و ۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

اعضای یک مجموعه باید کاملاً مشخص باشند.

مجموعه اعداد نزدیک به هزار توصیف‌کننده یک مجموعه مشخص نیست، زیرا دقیقاً مشخص نیست که اعداد تا چه محدوده‌ای نزدیک به هزار محسوب می‌شوند.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\} \Rightarrow n(A) = 10$$

$$B = \{17 \times 1, 17 \times 2, \dots, 17 \times 11\}, \quad 200 \div 17 = 11/7 \Rightarrow n(B) = 11$$

$$C = \{-7, -6, -5, \dots, 0, \dots, 5, 6, 7\} \Rightarrow n(C) = 15$$

$$D = \{-4, -3, \dots, 5, 6\} \Rightarrow n(D) = 11$$

بنابراین: $n(C) > n(D) \geq n(B) > n(A)$

(مجموعه‌ها، صفحه ۱۳)

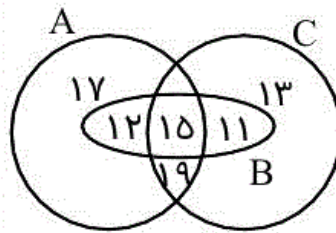
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(شایان قلعه‌دار)



توجه کنید که گزینه «۱» هم می‌تواند این سه مجموعه را نشان دهد، ولی گزینه «۴» بهتر نشان می‌دهد، زیرا عضوی در B وجود ندارد که عضو مجموعه‌های A یا C نباشد، پس B زیرمجموعه اجتماع مجموعه‌های A و C است.

(مجموعه‌ها، صفحه ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(یوسف باقری)

$n \in \mathbb{N}$ پس n باید ۱، ۲، ۳، ... باشد.

$$n = 1 \rightarrow (-1)^n \times 2^n = (-1)^1 \times 2^1 = -2 \quad \text{رد گزینه‌های «۲» و «۴»}$$

$$n = 3 \rightarrow (-1)^n \times 2^n = (-1)^3 \times 2^3 = -8 \quad \text{رد گزینه «۱»}$$

(مجموعه‌ها، صفحه ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر B زیرمجموعه A باشد ($B \subseteq A$)، هر عضوی از B حتماً عضوی از A است. اما هر عضوی از A حتماً عضو B نیست. بنابراین x و y هر دو عضو A هستند و با آن‌ها می‌توان زیرمجموعه‌ای از A ساخت.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

نکته: اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد تعداد زیرمجموعه‌های آن 2^n تا است.

2^n : تعداد زیرمجموعه‌ها در حالت اول

2^{n+2} : تعداد زیرمجموعه‌ها بعد از اضافه کردن ۲ عضو

$$\Rightarrow \frac{2^{n+2}}{2^n} = \frac{2^n \times 2^2}{2^n} = 2^2 = 4 \rightarrow 4 \text{ برابر} \Rightarrow 400\%$$

درصد میزان افزایش: $400\% - 100\% = 300\%$.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

A اعداد کوچک‌تر یا مساوی ۳ و B اعداد بزرگ‌تر از ۴ است و اشتراکی بین

$$A \cap B = \emptyset$$

این دو مجموعه نیست، بنابراین:

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup C = \emptyset \cup C = C$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

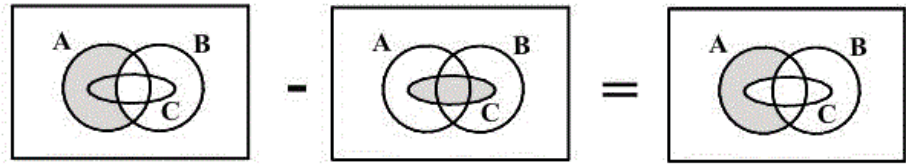
۳

۲

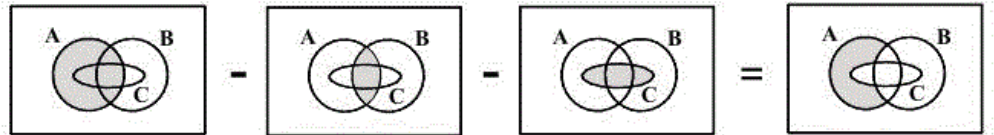
۱ ✓

هر دو عبارت «پ» و «ت» نشان دهنده ناحیه رنگی هستند:

پ) $(A - B) - C$



ت) $A - (A \cap B) - C$



(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امد رضا قربانی)

-۷۰

نکته: اگر دو مجموعه با هم هیچ اشتراکی نداشته باشند، به آن دو

مجموعه، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گویند. (از این تعریف در

آزمون‌های ورودی استفاده می‌شود.)

$$\text{اگر } B \subseteq A \rightarrow \begin{cases} A \cap B = B \\ A \cup B = A \end{cases}, D \subseteq C \rightarrow \begin{cases} D \cap C = D \\ D \cup C = C \end{cases}$$

$$(A \cap B) \cup (D \cap B \cap C) = (B) \cup \underbrace{(D \cap C \cap B)}_D$$

$$\Rightarrow (B) \cup (D \cap B) = B \cup \emptyset = B$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

اگر تعداد عضوهای مجموعه‌های A_1 تا A_9 را جمع کنیم خواهیم داشت:

$$n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) + \dots + n(A_9) = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

بنابراین کوچک‌ترین عضو از مجموعه A_{10} عبارت است از: $45 + 1 = 46$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ و ۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

اگر $a = b = 1$ و یا $a = b = 2$ باشد، مجموعه A دارای ۲ عضو متشکل

از $\{1, 2\}$ خواهد بود ولی اگر $a \neq b \neq 1, 2$ باشد، ۴ عضو متمایز خواهیم داشت.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$x = 1, y = 1 \Rightarrow \frac{1}{1} - \frac{1}{1} = 0$$

$$x = 1, y = 2 \Rightarrow \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2, y = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2, y = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

در نتیجه مجموعه $A = \left\{ -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right\}$ دارای ۳ عضو می‌باشد و دارای $2^3 = 8$

زیرمجموعه است.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای این که دو مجموعه مساوی باشند، باید $6 - x = 1$ یا $y - 2 = 1$ باشد. بنابراین یکی از این دو حالت را بررسی می‌کنیم و اگر عدد حاصل در گزینه‌ها موجود نبود حالت دیگر را بررسی می‌کنیم.

$$y - 2 = 1 \Rightarrow y = 3$$

$$2 + y = 2 + (3) = 5 \Rightarrow 6 - x = 5 \Rightarrow x = 1 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow x + y = 1 + 3 = 4 \quad \text{(عدد ۴ در گزینه‌ها موجود است)}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ و ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

به جای x فقط می‌توانیم شماره‌های طبیعی عدد ۳۶ را جای‌گذاری کنیم تا حاصل تقسیم عددی طبیعی شود. بنابراین:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^9 = 512$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

 ۴

 ۳

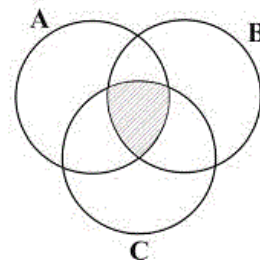
 ۲

 ۱

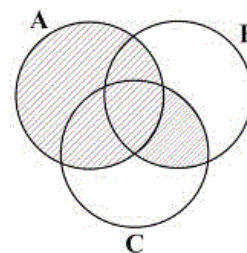
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $(A - B) \cap (B - C) \cup (A \cap B \cap C)$

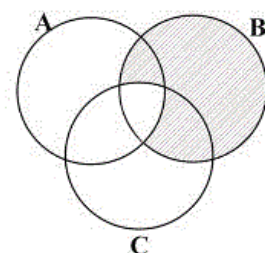
$= \emptyset \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B \cap C$



گزینه «۲»: $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$

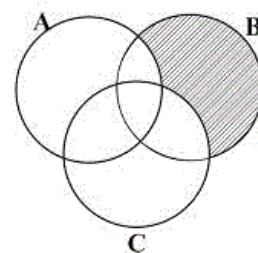


گزینه «۳»: $B - (A \cap C) \Rightarrow$



(با نمودار ون داده شده یکسان نیست.)

گزینه «۴»: $(A \cup B) - (A \cup C)$



(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

دربارهٔ مجموعه‌های A ، B و C داریم:

$$\begin{array}{lll} A \in B & A \notin C & B \in C \\ A \subset B & A \subset C & B \not\subset C \end{array}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۴

۳

۲✓

۱

(سه سطحی)

دقت کنید عبارت $2x^2 + 1$ به ازای $x \in \mathbb{N}$ همواره عددی فرد است. اگر x زوج یا فرد باشد، x^2 هم همان است، اما در هر حال $2x^2$ عددی زوج و $2x^2 + 1$ عددی فرد خواهد بود.

برای سایر گزینه‌ها:

$$50 \in A, 344 \in C, 1030 \in D$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(سه سطحی)

می‌دانیم $A \cap B$ بین دو مجموعه A و B مشترک است. اگر $A - B = B - A$ باشد، یعنی:

$$A - (A \cap B) = B - (A \cap B)$$

است و این یعنی $A = B$. اگر دو مجموعه برابر باشند، اجتماع آن‌ها با اشتراک آن‌ها برابر است، یعنی:

$$A \cup B = A \cap B$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱✓

(سه سطحی)

ابتدا مجموعه B را با توجه به مجموعه A تشکیل می‌دهیم.

$$A = \{-\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{x^2 + 1} \mid x \in A \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{(-\sqrt{2})^2 + 1}, \frac{1}{(-1)^2 + 1}, \frac{1}{(0)^2 + 1}, \frac{1}{1^2 + 1}, \frac{1}{(\sqrt{2})^2 + 1} \right\}$$

$$\Rightarrow B = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

که با توجه به گزینه‌ها مجموعه B برابر مجموعه D در گزینه «۲» است:

$$D = \left\{ \frac{1}{x} \mid \frac{1}{4} < \frac{1}{x} < 2, x \in \mathbb{N} \right\}, \frac{1}{4} < \frac{1}{1} < 2, \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 2, \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < 2$$

$$\Rightarrow D = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

مجموعه C برابر $\left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$ است. مجموعه E هر عدد صحیح است

به جز اعداد ۰، ±۱، ±۲ و ±۳ و مجموعه F همه اعداد صحیح بزرگ‌تر یا

مساوی یک است.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۴ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱