

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- نمودار تابع خطی $f(x)$ از نقاط $(0, 2)$ و $(-1, -1)$ می‌گذرد. حاصل $f(1) - 4f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۱ (۳) -۷ (۴) -۲۷

۹۲- چه تعداد از روابط زیر یک تابع را معلوم می‌کند؟

(الف) رابطه‌ای که به هر داوطلب، درصد کسب شده توسط وی را در یک آزمون خاص در درس ریاضی نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر فرد ایرانی، کد ملی وی را نسبت می‌دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر فرد، شماره‌های تلفن همراه او را نسبت می‌دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر سبک موسیقی، طرفداران وی را نسبت می‌دهد.

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۹۳- $f(x)$ کدام باشد تا نمودار تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی باشد؟

- (۱) x (۲) $|x|$ (۳) x^2 (۴) \sqrt{x}

۹۴- عبارت $\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{2x}{x-1}}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟

(۱) $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

(۲) $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

(۳) $(-1, 1) - \{0\}$

(۴) $(-1, 0)$

۹۵- تابع $y = x|x - 4|$ در بازه $[a, b]$ نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۶- اگر دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{a-x} + b$ و $g(x) = \{(c, 2)\}$ با هم مساوی باشند، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۹۷- اگر $\left[\frac{x}{y}\right] = 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\left[\sqrt{x + \left[-\frac{1}{x}\right]}\right]$ برابر کدام گزینه است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) صفر یا ۱ (۴) ۲

۹۸- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^3 - 1, & -2 \leq x < 1 \\ (x-1)^3 - 3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ بازه $[a, b]$ است. $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۹۹- به ازای چه مقادیری از m و n ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x-1| - n, & x < 0 \\ mx^2 - 2, & x \geq 0 \end{cases}$ یک تابع اکیداً نزولی است؟

- (۱) $n \geq 2, m < 0$
 (۲) $n \leq 2, m > 0$
 (۳) $n \leq 3, m < 0$
 (۴) $n \geq 3, m > 0$

۱۰۰- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ در سه نقطه با نمودار تابع $g(x) = x^2 + 2$ تلاقی دارد. طول دو تا از این نقاط تلاقی، $x = -2$ و $x = 1$ است. طول نقطه تلاقی سوم کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۱۱۱- در الگوی خطی $t_n = (2+a)n^2 + an - b$ که جمله چهارم آن برابر با ۸ می باشد، چند جمله نامنفی وجود دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۱۱۲- در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۰ نفر فقط در ریاضی قبول شده اند و ۱۳ نفر در هر دو درس ریاضی و فیزیک مردود شده اند. چه تعدادی در درس فیزیک قبول شده اند؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۱۳- بین دو عدد ۷ و ۴۴۸، پنج واسطه هندسی مثبت درج کرده ایم. مجموع این پنج واسطه کدام است؟

- (۱) ۲۱۱ (۲) ۳۷۸ (۳) ۴۳۴ (۴) ۴۴۱

۱۱۴- چند جمله از دنباله $a_n = (-1)^n \left(\frac{3n-9}{n+1} \right)$ برابر (-۱) است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

۱۱۵- اگر $(-\infty, x^2 + 2x] \cap [4x^2 - x, +\infty)$ برابر با $\{3\}$ باشد، آنگاه مقدار x برابر است با:

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۱۶- اگر برای سه مجموعه A ، B و C داشته باشیم: $A \subset B \subset C$ ، آنگاه مجموعه $C - (A \cup B)$ با کدام مجموعه زیر برابر است؟

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) $C - B$

۱۱۷- اگر جملات سوم، هفتم و دهم یک دنباله حسابی غیر ثابت، به ترتیب از راست به چپ سه جمله اول یک دنباله هندسی باشند،

نسبت جمله ششم به جمله سوم دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{27}{64}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۳) $\frac{1}{64}$ (۴) $\frac{1}{27}$

۱۱۸- در دهمین شکل الگوی زیر، نسبت تعداد دایره‌های سفید به تعداد دایره‌های سیاه کدام است؟

- (۱) $0/9$ (۲) 1 (۳) $1/1$ (۴) $1/2$
- 

۱۱۹- در یک دنباله حسابی، مقادیر مربوط به مجموع سه جمله اول، سه جمله چهارم و سه جمله هفتم، خود نیز (با همان ترتیب)

تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. قدرنسبت دنباله جدید، چند برابر دنباله اولیه است؟

- (۱) 3 (۲) 9 (۳) 27 (۴) 1

۱۲۰- افراد A و B به تنهایی چندین مداد رنگی با رنگ‌های غیر تکراری دارند. مجموع تعداد مدادهای این دو نفر ۴۸ تاست که ۱۸

رنگ مشترک بین آن‌ها وجود دارد. فرد B به بازار رفته و ۱۰ مداد خریده است. اگر ۳ مداد به مشترک‌ها اضافه شود، مجموع

مدادهای غیرمشترک این دو نفر در حال حاضر کدام است؟

- (۱) 40 (۲) 37 (۳) 34 (۴) 30

ریاضی ۳ - آشنا - ۱۰ سوال

۱۰۱- نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$ را ۴ واحد به طرف X‌های منفی و یک واحد به طرف Y‌های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و

نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع‌اند؟

- (۱) $-3/5$ (۲) -3 (۳) $-2/5$ (۴) -2

۱۰۲- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) 3

۱۰۳- تابع $f(x) = x|x+3|$ روی بازه $[a, b]$ نزولی است. بیش‌ترین مقدار $f(b-a)$ کدام است؟

- (۱) $6/25$ (۲) $6/5$ (۳) $6/75$ (۴) 6

۱۰۴- در بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2| + |x-3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع $g(x) = 2x^2 - x - 10$ در

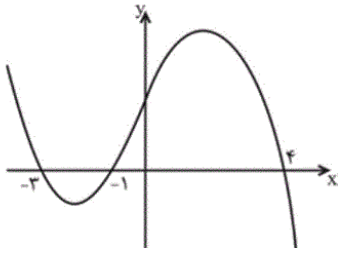
چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک

۱۰۵- نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x - 10$ را، حداقل چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم، تا طول نقاط تلاقی نمودار

حاصل با محور x ها غیر منفی باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۳



۱۰۶- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟

- (۱) $[-1, 1] \cup [0, 6]$
 (۲) $[-3, 1] \cup [0, 2]$
 (۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
 (۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$

۱۰۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x| - x$ و $y = 2 - \frac{3}{4}x$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴) ۶

۱۰۸- تابع با ضابطه $f(x) = |x^3|$ با دامنه \mathbf{R} ، چگونه است؟

- (۱) نزولی (۲) صعودی (۳) وارون‌ناپذیر (۴) یک‌به‌یک

۱۰۹- تابع $f = \{(-1, 4m+1), (1, m^2+1), (0, 5)\}$ ، یک تابع صعودی است. مجموعه همه مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) $-2 \leq m < 0$ (۲) $m \leq -2$ (۳) $-2 < m < 2$ (۴) $1 < m < 2$

۱۱۰- اگر $[x-2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| - |x-4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک

۹۱- گزینه «۳»

(ایمان کاظمی)

$$f(x) = ax + b \text{ تابع خطی}$$

$$b = 2 \text{ (تلاقی با محور } y \text{ ها } (0, 2))$$

$$(-1, -1) \Rightarrow -1 = -a + 2 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 2$$

$$f(1) = 3 + 2 = 5 \quad f(2) = 8$$

$$(f(1))^2 - 4f(2) = 5^2 - 4 \times 8 = 25 - 32 = -7$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸) (ریاضی ۳، صفحه ۲)

۴

۳

۲

۱

۹۲- گزینه «۱»

(ابراهیم قانونی)

موارد را بررسی می‌کنیم:

الف) چون یک فرد در یک آزمون خاص در یک درس خاص نمی‌تواند چندین نمره (درصد) کسب کند، پس این رابطه، تابع است.

ب) هر فرد فقط یک کد ملی دارد، پس این رابطه تابع است.

پ) هر فرد می‌تواند چندین شماره همراه داشته باشد، پس این رابطه تابع نیست.

ت) یک سبک موسیقی می‌تواند توسط چندین نفر دنبال شود، پس این رابطه تابع نیست.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱

۹۳- گزینه «۴»

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

اگر $f(x)$ اکیداً صعودی و همواره مثبت باشد، آنگاه $\frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی

است. تابع $y = \sqrt{x}$ اکیداً صعودی است، پس تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ اکیداً نزولی

۴

۳

۲

۱

عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج همواره باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد.

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{2x}{x-1}} \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x^2} \geq 0$$

$$\frac{x^2 > 0}{x \neq 0} \rightarrow x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \quad (1)$$

$$\frac{2x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c} | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \circ \quad \quad \circ \quad \quad \circ \\ \hline \end{array} \Rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x > 1 \quad (2)$$

$$\underline{(1) \cap (2)} \rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x > 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

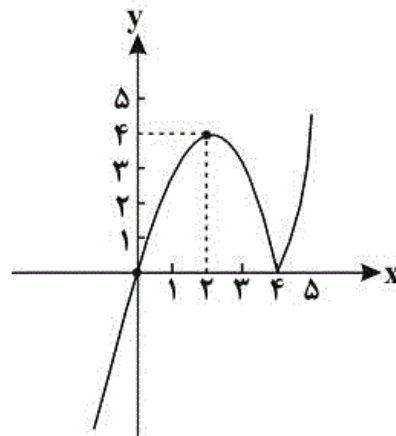
۳

۲

۱

ابتدا قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم و تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = x|x-4| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases}$$



تابع در بازه $[2, 4]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی است، بنابراین

$$\text{Max}(b-a) = 4 - 2 = 2$$

۴

۳

۲

۱

۹۶- گزینه «۴»

(شهرام ولایی)

اگر f و g مساوی باشند، باید $D_f = D_g$ باشد. چون دامنه g یک عضو دارد، پس باید دامنه f هم یک عضو باشد. در نتیجه:

$$a = 4 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x} + b$$

$$D_f = \{4\} \Rightarrow c = 4$$

$$f(4) = b \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = 4 + 2 + 4 = 10$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱

۹۷- گزینه «۱»

(مهمربوار مهنی)

$$\left[\frac{x}{2}\right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow 2 \leq x < 4 \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{-1}{x} < -\frac{1}{4}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که $\left[-\frac{1}{x}\right] = -1$ و داریم:

$$x + \left[-\frac{1}{x}\right] = x - 1$$

$$2 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq x - 1 < 3 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x-1} < \sqrt{3} \Rightarrow \left[\sqrt{x-1}\right] = 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

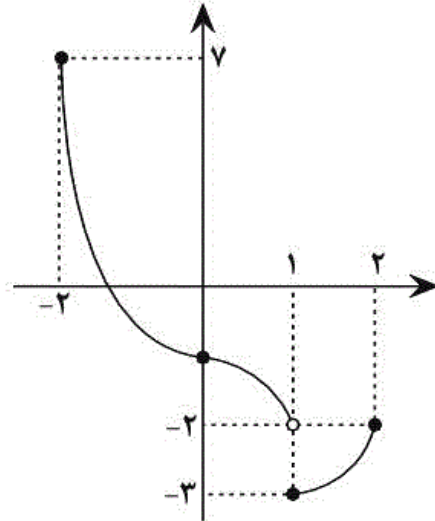
۳

۲

۱

(میلار منصوری)

بهترین راه برای پیدا کردن برد توابع چند ضابطه‌ای رسم نمودار آن‌هاست. ضابطه بالایی را در بازه $(-۲, ۱)$ و ضابطه پایینی را در بازه $[۱, ۲]$ رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار رسم شده، برد این تابع به صورت $[-۳, ۷]$ است و طول بازه یا همان $b - a$ برابر ۱۰ واحد است.



(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۷)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

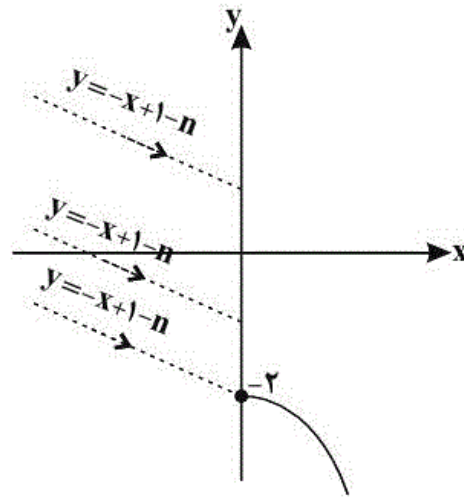
۳

۲ ✓

۱

با رسم تقریبی تابع f می‌توانیم به خوبی آنرا بررسی کنیم. بنابراین:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 - n & x < 0 \\ mx^2 - 2 & x \geq 0 \end{cases}$$



برای اینکه f اکیداً نزولی باشد، باید $m < 0$ باشد و حداکثر مقدار n برابر خواهد بود با:

$$1 - n \geq -2 \Rightarrow -n \geq -3 \Rightarrow n \leq 3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

از اطلاعات مسئله داریم:

$$f(1) = g(1) \quad , \quad f(-2) = g(-2)$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 1 + a + b = 3 \\ -8 + 4a - 2b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ 4a - 2b = 14 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -1$$

لذا $f(x) = g(x) = x^3 + 3x^2 - x$ در نتیجه باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم که به صورت زیر است:

$$x^3 + 3x^2 - x = x^2 + 2 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

بنابراین طول نقطه تلاقی سوم، $x = -1$ است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۱۱- گزینه «۲»

(رضا سیرنیفی)

با توجه به این که الگوی داده شده خطی می‌باشد، ضریب n^2 باید صفر باشد،

$$t_n = (a + 2)n^2 + an - b \Rightarrow 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$t_n = -2n - b$$

آنگاه:

$$t_4 = 8 \Rightarrow 8 = -2 \times 4 - b \Rightarrow b = -16$$

$$t_n = -2n + 16$$

در نتیجه برای محاسبه تعداد جملات نامنفی می‌توان نوشت:

$$-2n + 16 \geq 0 \Rightarrow -2n \geq -16 \Rightarrow n \leq 8$$

بنابراین ۸ جمله نامنفی دارد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

روش اول:

تعداد افرادی که در درس ریاضی قبول شده‌اند $n(R) = 10$

تعداد افرادی که در درس فیزیک قبول شده‌اند $n(F) = 7$

تعداد افراد مردودی در هر دو درس $n(R' \cap F') = 13$

کل دانش‌آموزان $n(M) = 30$

افراد که فقط در ریاضی قبول شده‌اند $n(R - F) = n(R) - n(R \cap F) = 10$

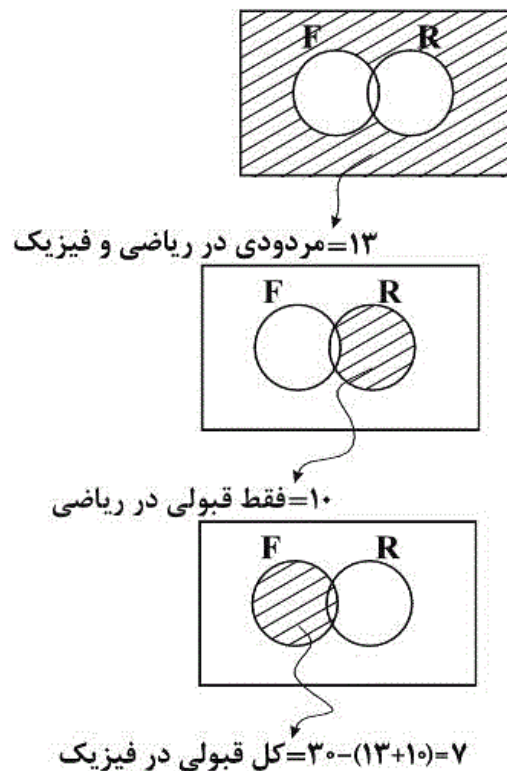
$n(R' \cap F') = n((R \cup F)') = n(M) - n(R \cup F)$

$\Rightarrow 13 = 30 - n(R \cup F) \Rightarrow n(R \cup F) = 17$

$n(R \cup F) = n(R) + n(F) - n(R \cap F) \Rightarrow 17 = 10 + n(F)$

$\Rightarrow n(F) = 7$

روش دوم:



(ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

یک دنباله هندسی با ۷ جمله داریم:

$$7 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad 448$$

۵ واسطه هندسی

$$t_1 = 7$$

$$t_7 = t_1 \cdot r^6 = 448 \Rightarrow 7r^6 = 448 \Rightarrow r^6 = 64 \Rightarrow r^6 = 2^6 \Rightarrow r = \pm 2$$

باتوجه به مثبت بودن جملات دنباله، $r = 2$ قابل قبول است.

$$7 \xrightarrow{\times 2} 14 \xrightarrow{\times 2} 28 \xrightarrow{\times 2} 56 \xrightarrow{\times 2} 112 \xrightarrow{\times 2} 224 \xrightarrow{\times 2} 448$$

۵ واسطه

که مجموع این ۵ واسطه برابر ۴۳۴ است.

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم $(-1)^n$ فقط روی علامت مقادیر a_n تاثیر می‌گذارد. پس دو

معادله $\frac{3n-9}{n+1} = 1$ و $\frac{3n-9}{n+1} = -1$ را حل می‌کنیم و جواب‌ها را چک

خواهیم کرد.

$$\frac{3n-9}{n+1} = 1 \Rightarrow 3n-9 = n+1 \Rightarrow n = 5$$

با قرار دادن $n = 5$ داریم $a_5 = -1$. پس $n = 5$ قابل قبول است. از معادله دوم داریم:

$$\frac{3n-9}{n+1} = -1 \Rightarrow 3n-9 = -n-1 \Rightarrow 4n = 8 \Rightarrow n = 2$$

با قرار دادن $n = 2$ داریم: $a_2 = -1$ پس $n = 2$ هم قابل قبول است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱

۱۱۵- گزینه «۳»

(رضا سیدنیفی)

$$(-\infty, x^2 + 2x] \cap [4x^2 - x, +\infty) = \{3\}$$

با توجه به اینکه:

$$x^2 + 2x = 3, \quad 4x^2 - x = 3$$

بایستی:

آنگاه داریم:

$$(1) \quad x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$(2) \quad 4x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

بنابراین $x = 1$.

(ریاضی، صفحه‌های ۳ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

۱۱۶- گزینه «۲»

(غلامرضا نیازی)

نکات:

$$A \subset B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases} \quad (1)$$

$$A - B = A \cap B' \quad (2) \quad (A')' = A \quad (3)$$

$$\Rightarrow C - (A \cup B)' \stackrel{(1)}{=} C - B' \stackrel{(2)}{=} C \cap (B')' \stackrel{(3)}{=} C \cap B = B$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳

۲

۱

۱۱۷- گزینه «۱»

(یغما کلانتریان)

بین سه جمله متوالی دنباله هندسی مانند c ، b و a رابطه

$$b^2 = a \times c \text{ برقرار است.}$$

$$(a_7)^2 = a_3 \times a_1 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 11a_1d + 4d^2 \Rightarrow a_1d + 18d^2 = 0$$

$$\Rightarrow d(a_1 + 18d) = 0 \Rightarrow a_1 = -18d$$

$$\text{قدرنسبت دنباله هندسی } q = \frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 + 6d}{a_1 + 2d} = \frac{-12d}{-16d} = \frac{3}{4}$$

۴

۳

۲

۱

۱۱۸- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

در شکل n ام تعداد دایره‌های سیاه را b_n و تعداد دایره‌های سفید را a_n می‌گیریم. طبق شکل‌ها داریم:

$$b_1=1, \quad b_2=1+3=4, \quad b_3=1+3+5=9$$

$$a_1=2=1 \times 2, \quad a_2=2+4=6=2 \times 3, \quad a_3=2+4+6=12=3 \times 4, \dots$$

بنابراین الگو چنین است:

$$b_n = n^2, \quad a_n = n(n+1)$$

$$\frac{a_{10}}{b_{10}} = \frac{10 \times 11}{10^2} = \frac{11}{10} = 1/1 \quad \text{لذا:}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۱۹- گزینه «۳»

(مهمربوار مسنی)

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2$$

$$a_{10} + a_{11} + a_{12} = 3a_{11}$$

$$a_{19} + a_{20} + a_{21} = 3a_{20}$$

قدرنسبت دنباله جدید، یعنی $3a_2, 3a_{11}, 3a_{20}$ و $3a_2$ برابر اختلاف دو جمله متوالی است. قدرنسبت دنباله جدید را با d' و قدرنسبت دنباله اولیه را با d نمایش می‌دهیم:

$$d' = 3a_{11} - 3a_2 = 3(a_{11} - a_2) = 3(9d) = 27d$$

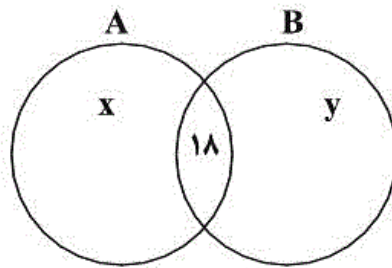
$$d' = 27d \Rightarrow \frac{d'}{d} = 27 \quad \text{پس داریم:}$$

 ۴

 ۳

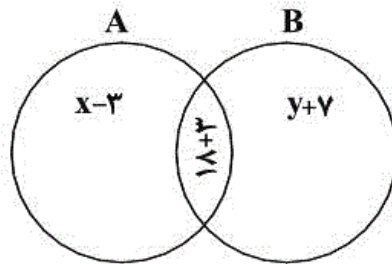
 ۲

 ۱



$$\Rightarrow x + 18 + y = 48 \Rightarrow x + y = 30$$

به مجموعه B، ۱۰ عضو اضافه می‌شود که ۷ تای آن در قسمت y و ۳ تای آن در قسمت اشتراک قرار دارد. فراموش نکنیم که به A، عضوی اضافه نشده، پس آن ۳ عضوی که به اشتراک افزوده شده باید از قسمت x کم شود. یعنی:



$$\text{مجموع مدادهای غیرمشترک} = (x-3) + (y+7) = x + y + 4 = 34$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ضابطه نمودار جدید به صورت $y = \frac{1}{2}|x+4| - 2 + 1$ می‌باشد. با مساوی

قرار دادن آن با ضابطه نمودار اولیه داریم:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}|x+4| - 1 \\ y = \frac{1}{2}|x| - 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}|x+4| - 1 = \frac{1}{2}|x| - 2$$

$$\Rightarrow |x+4| - 2 = |x| - 4 \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه‌ها}} x = -3$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

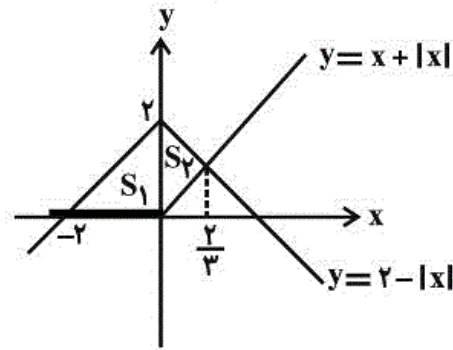
۴

۳

۲ ✓

۱

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad y = 2 - |x| = \begin{cases} 2 - x & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$$



در محل تلاقی دو نمودار داریم: $2 - x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

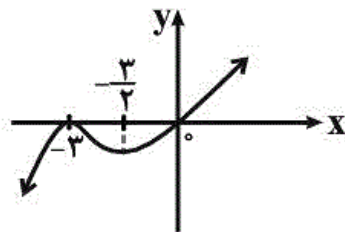
۴

۳

۲

۱

$$f(x) = x|x+3| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq -3 \\ -x^2 - 3x & x < -3 \end{cases}$$



همانطور که می‌بینید تابع در بازه $[-3, -\frac{3}{2}]$ نزولی است، بنابراین:

$$b - a = -\frac{3}{2} - (-3) = \frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \left| \frac{3}{2} + 3 \right| = \frac{27}{4} = 6.75$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

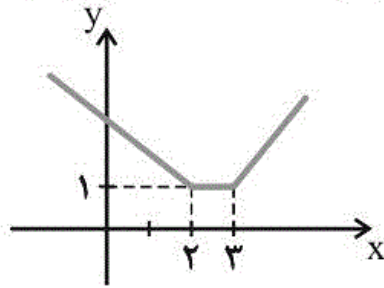
۲

۱

۱۰۴- گزینه «۱»

(سراسری تیربی ۹۷)

با رسم تابع $f(x)$ ، بازه‌های را که تابع اکیداً نزولی است، به دست می‌آوریم:



$$f(x) = |x-2| + |x-3| = \begin{cases} -2x+5 & x \leq 2 \\ 1 & 2 < x < 3 \\ 2x-5 & x \geq 3 \end{cases}$$

تابع مورد نظر به ازای $x \leq 2$ اکیداً نزولی است. برای به دست آوردن نقاط مشترک توابع $f(x)$ و $g(x)$ داریم:

$$x \leq 2: f(x) = g(x)$$

$$-2x+5 = 2x^2 - x - 10 \rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0$$

۴

۳

۲

۱ ✓

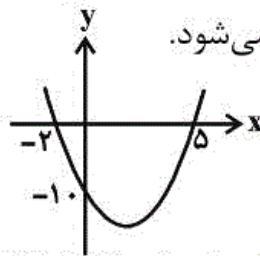
۱۰۵- گزینه «۳»

(سراسری خارج از کشور ۹۳)

ابتدا نمودار $y = x^2 - 3x - 10$ را رسم می‌کنیم

$$y = x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

از روی نمودار مشخص است که اگر نمودار را ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم، طول نقاط تلاقی با محور x ها غیرمنفی می‌شود.



(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

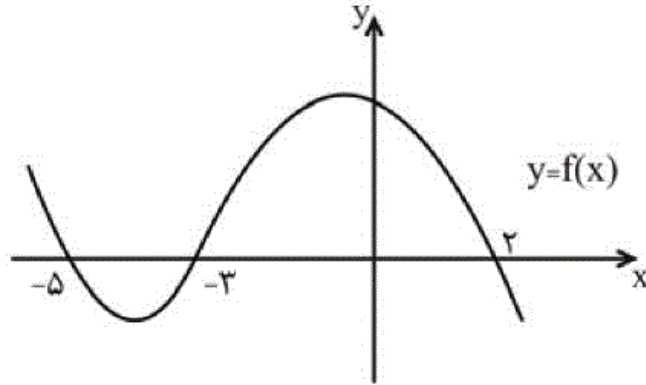
۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا نمودار تابع $y = f(x-2)$ را دو واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم
 $(x \rightarrow x+2)$ تا نمودار تابع $y = f(x)$ حاصل شود.



برای تعیین دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ عبارت زیر را دیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.
 $xf(x) \geq 0$

جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

	-5	-3	0	2	
x	-	-	-	+	+
f(x)	+	-	+	+	-
xf(x)	-	+	-	+	-

پس مجموعه جواب نامعادله بالا و در نتیجه دامنه تابع برابر است با:

$$x \in [-5, -3] \cup [0, 2]$$

(ریاضی، ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷) (ریاضی، ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴ ✓

۳

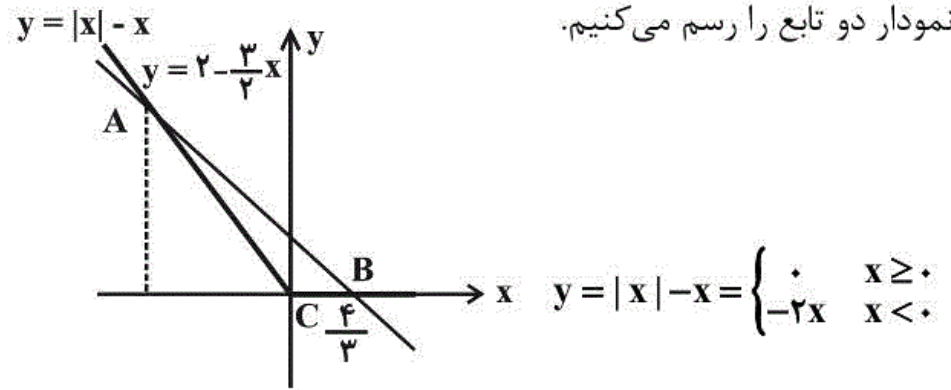
۲

۱

۱۰۷- گزینه «۳»

(سراسری خارج از کشور، ۹۵)

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم.



نقطه تلاقی دو نمودار را در ربع دوم به دست می‌آوریم:

$$2 - \frac{3}{2}x = -2x \Rightarrow x = -4 \Rightarrow y = 8$$

مساحت ناحیه محدود به نمودار دو تابع برابر مساحت مثلث ABC است.

$$S = \frac{1}{2} y_A (x_B - x_C) = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

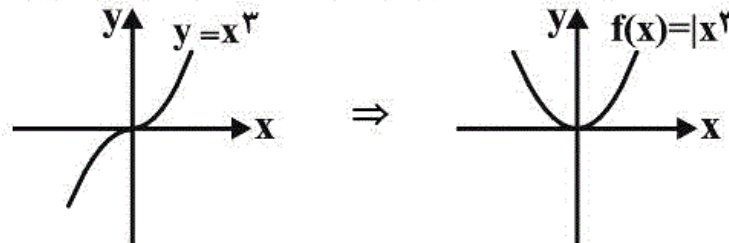
۲

۱

۱۰۸- گزینه «۳»

(سراسری خارج از کشور، ۹۵)

نمودار تابع $f(x) = |x^3|$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، تابع غیر یک‌به‌یک و در نتیجه وارون‌ناپذیر است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۲»

(کتاب زرد ۱۰ دوره)

$$-1 < 0 < 1 \xrightarrow{\text{افزودنی}} f(-1) \leq f(0) \leq f(1) \Rightarrow 4m + 1 \leq 5 \leq m^2 + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 + 1 \geq 5 \Rightarrow m^2 \geq 4 \Rightarrow m \geq 2 \text{ یا } m \leq -2 \\ 4m + 1 \leq 5 \Rightarrow 4m \leq 4 \Rightarrow m \leq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} m \leq -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۱۰- گزینه «۴»

(سراسری فارغ از کشور ۹۷)

$$|x-2|=1 \Rightarrow 1 \leq x-2 < 2 \Rightarrow 3 \leq x < 4$$

$$f(x) = |x-3| - |x-4| \quad \underline{3 \leq x < 4} \quad f(x) = x-3 + x-4 = 2x-7$$

برای بدست آوردن نقاط مشترک توابع $f(x)$ و $g(x)$ داریم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2x^2 + x - 17 = 2x - 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{4}$$

غ.ق.ق -2
غ.ق.ق $2/5$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱