

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- اگر $a + b = 3$ ، $a^2 - 2ab + b^2 = 9$ باشد، حاصل $a^2 - b^2$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۳ (۲) ۲۷ (۳) -۹ (۴) ۱۸

۹۲- حاصل عبارت $(4x^2 + 2xy + y^2) - 8x^3$ به ازای $x = 0/25$ و $y = 0/5$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{64}$ (۴) $-\frac{1}{64}$

۹۳- مجموع ضرایب بسط دو جمله‌ای $(3x-1)^3$ برابر ... و تعداد جملات آن برابر ... است. (به ترتیب از راست به چپ)

- (۱) ۴ - ۶۴ (۲) ۴ - ۸ (۳) ۳ - ۸ (۴) ۳ - ۳۲

۹۴- در عبارت $(3x^2 - 1)^3 - (2x^2 + x)^3$ ، ضریب x^4 کدام است؟

- (۱) -۱۹ (۲) ۱۲ (۳) ۳۳ (۴) ۲۱

۹۵- در تجزیه عبارت $(x-2)^3 - 4x + 8$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

- (۱) $x-2$ (۲) $x-4$ (۳) $x+1$ (۴) x

۹۶- عبارت $\frac{4x-3}{3x^2(-x^2-3)(2x+1)}$ به‌ازای چند عدد حقیقی تعریف نشده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- حاصل عبارت تعریف شده $A = \left(\frac{4x^2-1}{8x^3+1}\right) \times \left(4x+1 - \frac{7x}{x+1}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2x+1}{x+1}$ (۲) $\frac{2x-1}{x+1}$ (۳) $\frac{4x+1}{x-1}$ (۴) $\frac{4x-1}{x+1}$

۹۸- عبارت $x^5 - x^4 - 16x + 16$ بر کدام عبارت زیر بخش پذیر نیست؟

- (۱) $x+2$ (۲) $x-2$ (۳) $x+1$ (۴) $x-1$

۹۹- عبارت گویا و تعریف شده A چنان است که اگر در عبارت $(1 - \frac{2}{x+1})$ ضرب شود، حاصل برابر با $(x - \frac{1}{x})$ می شود، حاصل عبارت $(A - \frac{1}{x})$ کدام

است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند).

x+1 (۴)

x-2 (۳)

x+2 (۲)

x-1 (۱)

۱۰۰- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{x^3 - 4x}{(x^2 + 2x)(x^2 - 3x + 2)} - \frac{2}{x^2 - 1}$ کدام است؟

$\frac{-1}{x-1}$ (۴)

$\frac{1}{x-1}$ (۳)

$\frac{-1}{x+1}$ (۲)

$\frac{1}{x+1}$ (۱)

ریاضی و آمار ۱- آشنا - ۱۰ سوال

۱۰۱- اگر $xy = 2$ و $2x + y = 5$ باشد، در این صورت حاصل $x^2 + \frac{y^2}{4}$ کدام است؟

۱۷ (۴)

$\frac{17}{4}$ (۳)

۱۳ (۲)

$\frac{13}{4}$ (۱)

۱۰۲- ضرب جمله ab^3 در بسط عبارت $(a+b)^4$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۳- عبارت $(a^4 + 4a^2 + 16)(a-2)(a+2)$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

$a^4 - 64$ (۴)

$(a^2 - 4)(a^2 + 4)$ (۳)

$(a^3 - 8)(a^3 + 8)$ (۲)

$a^6 + 64$ (۱)

۱۰۴- در تجزیه عبارت $6x^2 - 5x - 6$ کدام عامل وجود دارد؟

x-9 (۴)

2x-3 (۳)

3x-2 (۲)

2x+3 (۱)

۱۰۵- عبارت گویای $y = \frac{2x-k}{x+2m}$ به ازای $x = -2$ تعریف نشده است و به ازای $x = 4$ برابر $\frac{3}{4}$ می باشد. مقدار k کدام است؟

$-\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

۱۰۶- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{ax^2 - a^3}{ax^2 - 2a^2x + a^3}$ همواره کدام است؟

$\frac{a-x}{a+x}$ (۴)

$\frac{a+x}{a-x}$ (۳)

$\frac{x-a}{x+a}$ (۲)

$\frac{x+a}{x-a}$ (۱)

۱۰۷- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-4x+4} + \frac{1}{2-x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x^2}{(x+2)^2(x-2)}$ (۲) $\frac{x^2}{(x+2)(x-4)}$ (۳) $\frac{-x^2}{(x-2)(x^2-4)}$ (۴) $\frac{-x^2}{(x-2)^2}$

۱۰۸- حاصل عبارت تعریف شده $\left(2x+1-\frac{3}{x}\right) \div \left(2+\frac{1}{x+1}\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $2-\frac{2}{x}$ (۲) $2+\frac{1}{x}$ (۳) $x+\frac{1}{x}$ (۴) $x-\frac{1}{x}$

۱۰۹- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{ax^2+2ax+a}{-x^3-2x^2-x} \times \frac{ax+x}{a^2+a}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۰- حاصل عبارت $(6x-4)(3x+2)$ کدام است؟

- (۱) $18x^2-12x-8$ (۲) $18x^2-8$ (۳) $18x^2-36x-8$ (۴) $18x^2+8$

ریاضی و آمار ۳ - ۱۰ سوال -

۸۱- از بین ۴ شهر ساحلی دریای خزر، ۳ شهر کویری و ۳ شهر کوهستانی غرب کشور می‌خواهیم یک شهر را برای سفر انتخاب کنیم. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۸۲- در تساوی $6! \times 56 = (2x-1)!$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $4/5$ (۳) ۳ (۴) $3/5$

۸۳- در یک مسابقه دو، ۶ نفر شرکت کرده‌اند، به چند طریق امکان دارد نفرات اول تا ششم مشخص شوند؟

- (۱) ۱۰۲۴ (۲) ۵۶۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

۸۴- در یک تیم ورزشی ۹ نفره، دو نفر برادر هستند و یک نفر از ۷ نفر دیگر کاپیتان تیم است. این ۹ نفر می‌خواهند در یک ردیف ایستاده و عکس یادگاری بگیرند به طوری که کاپیتان در ابتدا یا انتهای ردیف و برادرها کنار یکدیگر باشند، این کار به چند حالت امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۱۰۱۸۰ (۲) ۱۰۱۶۰ (۳) ۲۰۱۶۰ (۴) ۲۰۱۸۰

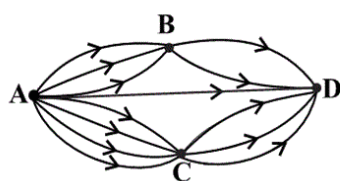
۸۵- با حروف کلمه «آموزشی» چند کلمه چهار حرفی با حروف متمایز می‌توان نوشت به طوری که حرف اول آن «آ» باشد؟

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)



۸۶- طبق نقشه راه‌های بین شهرها در شکل مقابل، چند راه برای سفر از شهر A به شهر D وجود دارد؟

۲۰ (۱)

۱۷ (۲)

۱۸ (۳)

۱۹ (۴)

۸۷- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳ چند عدد دو یا سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت؟

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

۹ (۲)

۱۸ (۱)

۸۸- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب عربی و ۴ کتاب ریاضی را طوری کنار هم قرار داد که کتاب‌های عربی کنار هم و کتاب‌های ریاضی نیز کنار هم باشند؟

۲۸۸ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۲۱ (۱)

۸۹- چند عدد ۴ رقمی مضرب ۵ بدون ارقام تکراری داریم که ارقام آن‌ها یکی در میان زوج و فرد باشند؟

۱۳۶ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۵۲ (۲)

۱۶۰ (۱)

۹۰- در قفسه یک کتابخانه ۳ کتاب داستان متفاوت و ۲ کتاب شعر متفاوت داریم. می‌خواهیم کتاب‌ها را طوری بچینیم که ۲ کتاب شعر کنار هم نباشند.

چند حالت مختلف برای این چینش وجود دارد؟

۴۸ (۴)

۲۴ (۳)

۷۲ (۲)

۱۲۰ (۱)

-۹۱

(نسترن صمیری)

$$a + b = 3$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9 \Rightarrow (a - b)^2 = 9 \Rightarrow a - b = \pm 3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (\pm 3)(3) = \pm 9$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۹۲

(فرزاد روشتی)

$$(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) - 8x^3 = (2x)^3 - y^3 - 8x^3$$

$$= 8x^3 - y^3 - 8x^3 = -y^3 = -\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{-1}{8}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۹۳

(حامد نصیری)

$$(3x - 1)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2(1) + 3(3x)(1)^2 - 1^3$$

$$= 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 27 - 27 + 9 - 1 = 8$$

نکته: تعداد جملات بسط دو جمله‌ای $(ax + by)^n$ برابر $n + 1$ است و برای به دست آوردن مجموع ضرایب باید $x = 1$ و $y = 1$ را قرار داد.

$$(3x - 1)^3 \xrightarrow{x=1} \text{مجموع ضرایب} = (3 - 1)^3 = 2^3 = 8$$

$$(3x - 1)^3 \text{ تعداد جملات} = 3 + 1 = 4$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

به کمک اتحاد مکعب دو جمله‌ای $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ هر دو پرانتز را باز می‌کنیم

$$\begin{aligned} & (2x^2 + x)^3 - (2x^2 - 1)^3 \\ &= \left((2x^2)^3 + 3(2x^2)^2(x) + 3(2x^2)(x)^2 + x^3 \right) - \left((2x^2)^3 - 3(2x^2)^2(1) + 3(2x^2)(1)^2 - 1^3 \right) \\ &= (8x^6 + 12x^5 + 6x^4 + x^3) - (27x^6 - 27x^4 + 9x^2 - 1) \\ &= -19x^6 + 12x^5 + 33x^4 + x^3 - 9x^2 + 1 \end{aligned}$$

بنابراین ضریب x^4 برابر ۳۳ است.

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} (x-2)^3 - 4x + 8 &= (x-2)^3 - 4(x-2) = (x-2)((x-2)^2 - 4) \\ &= (x-2)(x^2 - 4x + 4 - 4) = (x-2)(x^2 - 4x) \\ &= (x-2)(x(x-4)) = x(x-2)(x-4) \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت گویا به ازای عددهای حقیقی که مخرج کسر را صفر می‌کنند، تعریف نشده است. بنابراین:

$$3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$-x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3$$

جواب ندارد.

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

بنابراین عبارت گویای داده شده به ازای $x = 0$ و $x = -\frac{1}{2}$ تعریف نشده است.

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نسترن صمدی)

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{4x^2 - 1}{8x^2 + 1} \right) \times \left(4x + 1 - \frac{7x}{x+1} \right) \\
 &= \left(\frac{(2x-1)(2x+1)}{(2x+1)(4x^2 - 2x + 1)} \right) \times \left(\frac{4x^2 + 5x + 1 - 7x}{x+1} \right) \\
 &= \frac{2x-1}{4x^2 - 2x + 1} \times \frac{4x^2 - 2x + 1}{x+1} = \frac{2x-1}{x+1}
 \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارتهای جبری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زرانروز)

$$\begin{aligned}
 \underbrace{x^5 - x^4}_{x^4} - \underbrace{16x + 16}_{-16} &= \underbrace{x^4(x-1) - 16(x-1)}_{(x-1)} \\
 &= (x-1) \underbrace{(x^4 - 16)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (x-1) \underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^2 + 4) \\
 &= (x-1)(x-2)(x+2)(x^2 + 4)
 \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارتهای جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{aligned}
 A \times \left(1 - \frac{2}{x+1}\right) &= \left(x - \frac{1}{x}\right) \Rightarrow A = \left(x - \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{2}{x+1}\right) \\
 \Rightarrow A &= \frac{x^2 - 1}{x} \div \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x} \\
 \Rightarrow A - \frac{1}{x} &= \frac{x^2 + 2x + 1}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x} \\
 &= \frac{x^2 + 2x}{x} = \frac{x(x+2)}{x} = x+2
 \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

-۱۰۰

ابتدا کسر سمت چپ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2 - 4x}{(x^2 + 2x)(x^2 - 3x + 2)} &= \frac{x(x^2 - 4)}{x(x+2)(x-1)(x-2)} \\
 &= \frac{x(x-2)(x+2)}{x(x+2)(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x-1}
 \end{aligned}$$

حالا کل عبارت به شکل $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ درمی‌آید. با تجزیه مخرج کسر

دوم و مخرج مشترک‌گیری، داریم:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول: با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$2x + y = 5 \xrightarrow{\text{طرفین را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.}} x + \frac{y}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.}} \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \times x \times \frac{y}{2} + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + xy + \frac{y^2}{4} = \frac{25}{4} \xrightarrow{xy=2} x^2 + 2 + \frac{y^2}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{y^2}{4} = \frac{25}{4} - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{y^2}{4} = \frac{17}{4}$$

راه حل دوم: با استفاده از نتیجه اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 2 \times x \times \left(\frac{y}{2}\right)$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - xy \xrightarrow[\substack{x + \frac{y}{2} = \frac{5}{2} \\ xy = 2}]{\substack{x + \frac{y}{2} = \frac{5}{2} \\ xy = 2}} x^2 + \frac{y^2}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2$$

$$= \frac{25}{4} - 2 = \frac{17}{4}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پیری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضرایب بسط دو جمله‌ای $(a+b)^n$ اعداد سطر $(n+1)$ ام مثلث خیام هستند، لذا ضرایب بسط $(a+b)^4$ اعداد سطر پنجم مثلث است و اعداد سطر پنجم مثلث خیام به صورت ۱ ۴ ۶ ۴ ۱ می‌باشد.

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

پس ضریب جمله ab^3 عدد ۴ است.

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پیری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج، حاصل ضرب دو پرانتز اول را به دست می آوریم:

$$(a-2)(a+2)(a^4+4a^2+16) = (a^2-2^2)(a^4+4a^2+16) \\ = (a^2-4)(a^4+4a^2+16)$$

حاصل ضرب دو پرانتز به دست آمده به صورت اتحاد تفاضل مکعب دو جمله ای است، حال داریم:

$$(a^2-4)(a^4+4a^2+16) = (a^2)^3 - 4^3 = \underbrace{a^6 - 64}_{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= (a^3)^2 - 8^2 = (a^3-8)(a^3+8)$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

چون ضریب x^2 مربع کامل نیست، ابتدا عبارت را برابر A در نظر می گیریم، سپس با ضرب طرفین در ضریب x^2 ، جمله اول را به صورت مربع کامل در می آوریم و در نهایت با استفاده از اتحاد جمله مشترک عبارت را تجزیه می کنیم:

$$A = 6x^2 - 5x - 6 \xrightarrow[\text{ضرب می کنیم}]{\text{طرفین را در ضریب}} 6A = 6(6x^2 - 5x - 6)$$

$$\Rightarrow 6A = 36x^2 - 5x(6x) - 36 \xrightarrow[\text{۶x می باشد.}]{\text{جمله مشترک}}$$

$$6A = (6x)^2 - 5x(6x) - 36$$

$$\Rightarrow 6A = (6x)^2 + (4-9)(6x) + (4)(-9)$$

$$\Rightarrow 6A = \underbrace{(6x+4)}_{\substack{\text{فاکتورگیری} \\ \text{عدد ۲}}} \underbrace{(6x-9)}_{\substack{\text{فاکتورگیری از} \\ \text{عدد ۳}}}$$

$$\Rightarrow 6A = 2(3x+2) \times 3(2x-3)$$

$$\Rightarrow 6A = 6(3x+2)(2x-3)$$

$$\xrightarrow[\text{ساده می کنیم.}]{\text{۶ را از طرفین}} A = (3x+2)(2x-3)$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

مخرج عبارت گویا، به ازای $x = -2$ صفر می‌شود، لذا داریم:

$$y = \frac{2x - k}{x + 2m}$$

$$x + 2m = 0 \Rightarrow -2 + 2m = 0 \Rightarrow m = 1$$

پس عبارت گویا به صورت $y = \frac{2x - k}{x + 2}$ می‌باشد که این عبارت به ازای $x = 4$ برابر $y = \frac{3}{4}$ می‌باشد که با استفاده از این مقدار k را می‌یابیم:

$$\frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 - k}{4 + 2} \Rightarrow \frac{8 - k}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow 8 - k = 6 \times \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 8 - k = 4.5 \Rightarrow k = 8 - 4.5 = 3.5$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

صورت و مخرج عبارت را با استفاده از اتحادها و فاکتورگیری ساده می‌کنیم:

$$\frac{\overbrace{ax^2 - a^3}^{\text{فاکتورگیری از عامل } a}}{\underbrace{ax^2 - 2a^2x + a^3}_{\text{فاکتورگیری از عامل } a}} = \frac{\overbrace{a(x^2 - a^2)}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{\underbrace{a(x^2 - 2ax + a^2)}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}} = \frac{a(x-a)(x+a)}{a(x-a)^2}$$

$$= \frac{\cancel{a}(x-a)(x+a)}{\cancel{a}(x-a)(x-a)} = \frac{x+a}{x-a}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{2-x} \\ &= \frac{x-2-(x+2)-(x-2)(x+2)}{(x-2)^2(x+2)} \\ &= \frac{x-2-x-2-x^2+4}{(x-2)^2(x+2)} = \frac{-x^2}{(x-2)^2(x+2)} \\ &= \frac{-x^2}{(x-2)(x^2-4)} \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا هر پرانتز را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\text{پرانتز اول: } \frac{2x+1}{1} - \frac{3}{x} = \frac{(2x+1)x}{x} - \frac{3}{x} = \frac{(2x+1)x-3}{x}$$

$$\begin{aligned} &\text{اتحاد جمله مشترک} \\ &= \frac{2x^2 + x - 3}{x} = \frac{(2x+3)(x-1)}{x} \end{aligned}$$

$$\text{پرانتز دوم: } \frac{2}{1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)+1}{x+1}$$

$$= \frac{2x+2+1}{x+1} = \frac{2x+3}{x+1}$$

حال برای به دست آوردن عبارت کل سؤال، ابتدا ساده شده پرانتز اول را می‌نویسیم، تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و در نهایت حاصل پرانتز دوم را معکوس می‌کنیم:

$$\left(2x+1-\frac{3}{x}\right) \div \left(2+\frac{1}{x+1}\right) = \frac{\cancel{(2x+3)}(x-1)}{x} \times \frac{(x+1)}{\cancel{(2x+3)}}$$

$$\begin{aligned} &\text{اتحاد مزدوج} \\ &= \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x} \end{aligned}$$

دقت کنید عبارت $2x^2 + x - 3$ ، با استفاده از اتحاد جمله مشترک به صورت زیر ساده می‌شود:

$$A = 2x^2 + x - 3 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در ضریب } x^2} 2A = 2(2x^2 + x - 3)$$

$$\Rightarrow 2A = 4x^2 + 2x - 6 \xrightarrow{\text{در نظر گرفتن } 2x \text{ به عنوان جمله مشترک}}$$

$$2A = (2x)^2 + (3-2) \times (2x) + (3) \times (-2)$$

$$\Rightarrow 2A = (2x+3) \underbrace{(2x-2)}_{\substack{\text{فاکتورگیری} \\ \text{از عدد } 2}} \Rightarrow 2A = (2x+3) \times 2 \times (x-1)$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن عدد 2 از طرفین}} A = (2x+3)(x-1)$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\frac{ax+x}{a^2+a} \times \frac{ax^2+2ax+a}{-x^2-2x^2-x} = \frac{x(a+1)}{a(a+1)} \times \frac{a(x^2+2x+1)}{-x(x^2+2x+1)} = \frac{x}{a} \times \frac{a}{-x} = -1$$

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

راه حل اول: با استفاده از ضرب جمله‌های پرانتز اول در پرانتز دوم داریم:

$$(6x-4)(3x+2) = (6x) \times (3x) + (6x) \times 2 - 4 \times (3x) - 4 \times 2$$

$$= 18x^2 + 12x - 12x - 8 = 18x^2 - 8$$

راه حل دوم: کافی است در پرانتز اول از ۲ فاکتور بگیریم.

$$(6x-4)(3x+2) = 2(3x-2)(3x+2) = 2(9x^2-4) = 18x^2-8$$

اتحاد مزدوج

(ریاضی و آمار (۱)، عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(نیکو دکامین)

$$4 + 3 + 3 = 10$$

تعداد انتخاب‌ها

طبق اصل جمع داریم:

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کوروش داودی)

$$(2x-1)! = 56 \times 6! = 8 \times 7 \times 6! = 8!$$

$$\Rightarrow 2x-1=8 \Rightarrow 2x=9 \Rightarrow x=\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه ۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۳

(مهمم بهیرایی)

باید جایگاه نفرات اول تا ششم به ترتیب از بین ۶ نفر مشخص شود. بنابراین جایگشت ۶ نفر را حساب می‌کنیم:

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۴

(مهمم بهیرایی)

اگر کاپیتان در سمت چپ ردیف قرار بگیرد، ۲ برادر و ۶ نفر دیگر $7!$ جایگشت دارند و برادرها کنار هم نیز $2!$ جایگشت دارند، چون کاپیتان می‌تواند در سمت راست عکس نیز باشد، پس تعداد جایگشت‌ها در ۲ ضرب می‌شود. بنابراین:

$$2 \times 2! \times 7! = 20160 = \text{تعداد حالت‌های عکس}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۵

(مهمم بهیرایی)

حرف اول «آ» است و حرف بعدی را از بین ۵ حرف باقی‌مانده و به همین ترتیب چون تکرار مجاز نیست، حروف بعدی را با کم کردن یک حرف انتخاب می‌کنیم:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۶

(موسا عفتی)

برای رفتن از شهر A به شهر D یکی از حالت‌های زیر را می‌توان انجام داد:

$$A \xrightarrow{3} B \xrightarrow{2} D \Rightarrow 3 \times 2 = 6 \text{ حالت}$$

$$A \xrightarrow{\text{یک‌راه مستقیم}} D \Rightarrow 1 \text{ حالت}$$

$$A \xrightarrow{4} C \xrightarrow{3} D \Rightarrow 4 \times 3 = 12 \text{ حالت}$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 6 + 1 + 12 = 19$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دقت کنید که در اولین رقم سمت چپ صفر نمی‌تواند قرار بگیرد، پس:
تعداد اعداد دو رقمی با ارقام متمایز که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ می‌توان ساخت،
برابر است با:

$$3 \times 3 = 9$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

۳ کتاب عربی را می‌توان به $3! = 3 \times 2 \times 1$ حالت در کنار هم جابه‌جا نمود
و ۴ کتاب ریاضی نیز به $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ حالت در کنار هم جابه‌جا
می‌شوند.

حال دو نوع کتاب ریاضی و عربی نیز به $2! = 2 \times 1$ حالت جابه‌جا
می‌شوند، پس در کل می‌توانیم به $2 \times 2 \times 4 \times 3 = 288$
طریق کتاب‌ها را کنار هم قرار دهیم به طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم
و کتاب‌های عربی کنار هم باشند.

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

اگر عددی مضرب ۵ باشد، یکانش ۰ یا ۵ است. در دو حالت مسئله را حل
می‌کنیم:

$$\text{یکان ۵ باشد: } \frac{4}{\text{هزارگان زوج}} \times \frac{4}{\text{صدگان فرد}} \times \frac{4}{\text{دهگان زوج}} \times \frac{1}{\text{یکان فرد}} = 64$$

$$\text{یکان صفر باشد: } \frac{5}{\text{هزارگان فرد}} \times \frac{4}{\text{صدگان زوج}} \times \frac{4}{\text{دهگان فرد}} \times \frac{1}{\text{یکان زوج}} = 80$$

$$80 + 64 = 144$$

پس تعداد کل برابر است با:

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نیکو دکامین)

برای این که بدانیم در چند حالت مختلف دو کتاب شعر کنار هم نیستند، باید ابتدا تمامی حالات را محاسبه کنیم و حالت های نامطلوب را از آن کم کنیم.

$$\text{تمامی حالت ها: } 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

حالت نامطلوب ما این است که دو کتاب شعر کنار هم باشند در نتیجه می توان برای دو کتاب شعر یک جایگاه در نظر گرفت: (بسته شعر ۲! جایگشت دارد).

$$\text{حالت های نامطلوب} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

$$120 - 48 = 72 = \text{حالت های نامطلوب} - \text{تمامی حالت ها} = \text{حالت های مطلوب}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه های ۲ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱