

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

$$N \subseteq (Z \cap Q) \quad (۲)$$

$$\sqrt{۲/۵} \in (R - N) \quad (۱)$$

$$(Z - W) \subseteq N \quad (۴)$$

$$Z \subseteq (R - Q') \quad (۳)$$

۵۲- به ازای کدام مقدار m ، بازه $[۲m, m-۱]$ شامل فقط یک مقدار صحیح است؟

$$-۳ \quad (۴)$$

$$-۱/۵ \quad (۳)$$

$$-۱ \quad (۲)$$

$$۰/۵ \quad (۱)$$

۵۳- اگر $(۶, ۹) = (a + ۲b, ۴b + a) \cap (۶, ۱۱)$ باشد، (a, b) کدام یک از بازه‌های زیر می‌تواند باشد؟

$$(۲, ۲) \quad (۴)$$

$$(۴, ۱) \quad (۳)$$

$$(۱, ۲) \quad (۲)$$

$$(۵, ۱) \quad (۱)$$

۵۴- اگر $A = (-۶, ۴)$ و $B = R - [-۳, ۲]$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$B - A = R - [-۶, ۴] \quad (۲)$$

$$A - B = (-۳, ۲) \quad (۱)$$

$$A \cup B = [-۶, ۴] \quad (۴)$$

$$A \cap B = (-۶, ۴) - [-۳, ۲] \quad (۳)$$

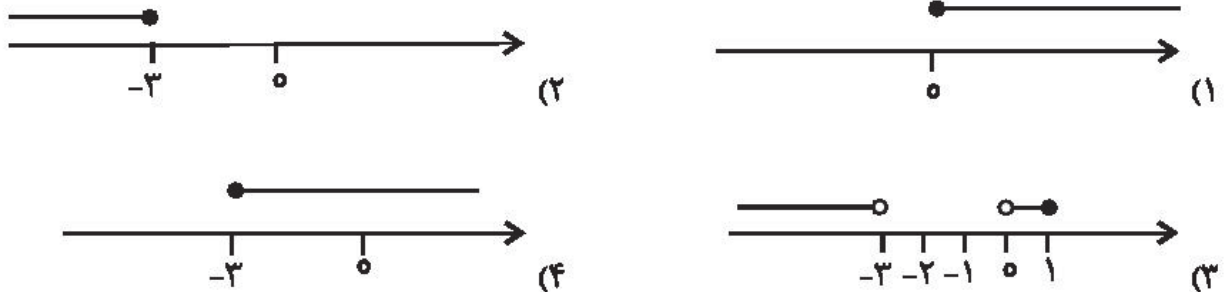
۵۵- اگر $U = \{-۳, -۴, ۳, ۲, ۱, ۷\}$ مجموعه مرجع و $A = \{-۳, ۳\}$ ، $B = \{۲, -۳, ۱\}$ و $C = \{۳, -۳, -۴, ۷\}$

باشند، حاصل $(A - B)' - C$ کدام است؟

- (۱) $\{۲, ۱\}$ (۲) $\{-۳\}$ (۳) $\{۳\}$ (۴) \emptyset

۵۶- اگر $A = (-۱, ۳]$ و $B = (۱, +\infty)$ و $C = (-۳, ۰)$ باشد، کدام گزینه بازه $(A \cup B)' - C$ را به درستی

روی محور مختصات نشان می‌دهد؟



۵۷- اگر $n(A \cup B) = n(A) = ۱۵$ و $n(B) = ۵$ باشد، $\frac{n(A)n(A \cap B)}{n(A - B)}$ کدام است؟

- (۱) $۴/۵$ (۲) $۷/۵$ (۳) ۳ (۴) ۵

۵۸- اگر A ، B و C به ترتیب از راست به چپ مجموعه اعداد حسابی، صحیح و گویا باشند، کدام گزینه در

خصوص مجموعه $[(B \cap C) \cup A] - [(B \cup C) \cap A]$ صحیح است؟

(۱) تهی است. (۲) متناهی است.

(۳) نسبت به مجموعه اعداد طبیعی مجزا است. (۴) بزرگ‌ترین عضو آن صفر است.

۵۹- اگر A و B دو مجموعه مجزا، $n(A) = \frac{2a+2b}{2}$ ، $n(B) = \frac{6a+b}{3}$ ، $n(A) = \frac{6}{5}n(B)$ و

$n(A \cup B) = 11$ باشد، حاصل $2a + b$ کدام است؟

۷ (۴)

۹ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

۶۰- کدام مجموعه متناهی است؟

$$A_1 = \left\{ \frac{r^n}{n^2} + 1 \mid n \geq 2, n \in \mathbb{Z} \right\} \quad (۲)$$

$$A_1 = \left\{ \frac{rn^2 + r}{n^2 + r} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad (۱)$$

$$A_2 = \left\{ \frac{r^n + r}{r^n} \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \quad (۴)$$

$$A_2 = \left\{ \frac{rn^2 + r}{n^2 + 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad (۳)$$

۶۱- اگر مجموعه مرجع شامل ۳۰ عضو باشد و داشته باشیم $n(A') = 16$ و $n(B) = 10$ و $n(A \cup B) = 16$

آن گاه $n(A \cap B')$ کدام است؟

۸ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۶۲- اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U بوده و $n(A) = 9$ ، $n(A') = 6$ و $n(B - A) = 3$

باشد، آن گاه مجموعه $A' \cap B'$ چند عضوی است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۶۳- اگر $A_n = (-\frac{1}{3^n}, n^2)$ و داشته باشیم $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n = (-1, a] \cup [0, b)$ ، حاصل $b - a$ کدام

است؟ $(\bigcup_{n=0}^k A_n$ و $\bigcap_{n=0}^k A_n$ به ترتیب اشتراک و اجتماع مجموعه‌های A_n تا A_k هستند.)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{17}{4}$ (۲)

$\frac{13}{4}$ (۱)

۶۴- $\frac{2}{5}$ از دبیران مدرسه A با $\frac{1}{3}$ از دبیران مدرسه B مشترک هستند. اگر تعداد کل دبیران این دو مدرسه

۴۵ نفر باشد، در این صورت چه تعداد از این دبیران این دو مدرسه فقط در یک مدرسه تدریس می‌کنند؟

۳۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۶۵- در یک کلاس ۳۰ نفر، ۱۰ نفر به شطرنج و ۷ نفر به تنیس روی میز علاقه دارند. اگر در این کلاس ۵ دانش‌آموز

به هر دو رشته ورزشی علاقمند باشند، چند دانش‌آموز به هیچ‌کدام از این دو رشته ورزشی علاقه ندارند؟

۱۲ (۴)

۱۳ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۶۶- اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد مجموعه

$B \cap (A \cap B)'$ صحیح است؟

(۲) نامتناهی است.

(۱) متناهی و غیرتهی است.

(۴) تهی است.

(۳) هم ممکن است متناهی باشد هم نامتناهی.

۶۷- اگر در یک کلاس تعداد افراد با رنگ چشم قهوه‌ای (مجموعه A) ۱۸ نفر، تعداد افراد با رنگ چشم آبی

(مجموعه B) $\frac{1}{3}$ تعداد افراد کل کلاس و $n(A' \cap B') = 22$ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟

۵۰ (۴)

۳۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

۶۸- اگر U مجموعه مرجع باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر با $(BU \cup \emptyset)' \cup (BU \cup \emptyset)$ برابر است؟

\emptyset (۴)

B (۳)

B' (۲)

U (۱)

۶۹- در یک میهمانی ۷۴ نفره، دو نوع نوشیدنی قهوه و چای وجود دارد که ۳۱ نفر فقط قهوه و ۳۶ نفر فقط

چای نوشیده‌اند. اگر نسبت افرادی که حداکثر یک نوع نوشیدنی مصرف کرده‌اند به افرادی که قهوه مصرف

کردند، ۲ باشد، در این حالت نسبت افرادی که نوشیدنی مصرف نکردند به افرادی که هر دو نوع نوشیدنی را

مصرف کردند، کدام گزینه است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۷۰- اگر مجموعه اعداد طبیعی مجموعه مرجع، $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \geq 5\}$ و $B = \{2, 6, 7\}$ باشد، آن‌گاه کدام

مجموعه نامتناهی است؟

$B - A'$ (۴)

$A' \cup B$ (۳)

$B' - A$ (۲)

$B' \cap A$ (۱)

۵۱- گزینه «۴»

«علی ارجمند»

$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

بنابراین $\mathbb{Z} - \mathbb{W} \not\subseteq \mathbb{N}$

(صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

۵۲- گزینه «۳»

«وهاب نادری»

ابتدا توجه کنید که در خصوص بازه $[2m, m-1]$ شرط زیر باید قرار باشد:

$$m-1 > 2m \Rightarrow m < -1$$

گزینه‌های «۳» و «۴» که در شرط $m < -1$ صدق می‌کنند را جایگذاری می‌کنیم:

$$m = -1/5 \Rightarrow [-3, -2/5] \Rightarrow \text{شامل یک عدد صحیح}$$

$$m = -3 \Rightarrow [-6, -4] \Rightarrow \text{شامل دو عدد صحیح}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

با توجه به اینکه $(a+2b, 4b+a) \cap (6, 9) = (6, 9)$ شده است بایستی

$4b+a=9$ باشد و حتماً $a+2b \leq 6$ باشد تا جواب برابر با $(6, 9)$ باشد.

$$\begin{cases} 4b+a=9 \\ a+2b \leq 6 \end{cases}$$

تنها گزینه‌ای که در شروط بالا صدق می‌کند، گزینه «۲» است.

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

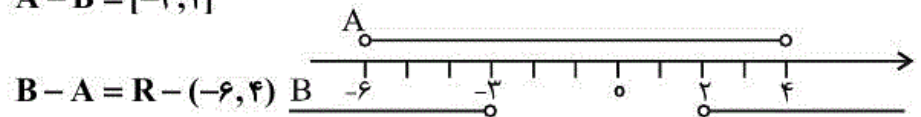
۳

۲

۱

بازه‌های A و B را روی محور نمایش می‌دهیم و حاصل گزینه‌ها را محاسبه می‌کنیم

$$A - B = [-3, 2]$$



$$B - A = \mathbb{R} - (-6, 4)$$

$$A \cap B = (-6, 4) - [-3, 2]$$

$$A \cup B = \mathbb{R}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

$$A - B = \{3\} \Rightarrow (A - B)' = \{-3, -4, 2, 1, 7\}$$

$$C = \{3, -3, -4, 7\}$$

$$(A - B)' - C = \{2, 1\}$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

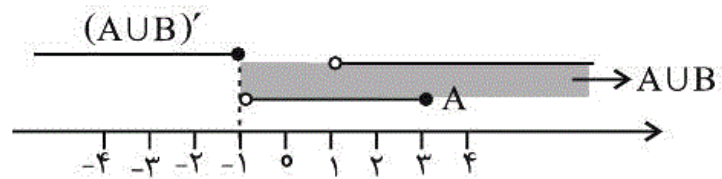
۴

۳

۲

۱

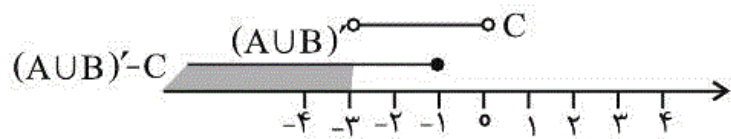
ابتدا $(A \cup B)'$ روی محور مشخص می‌کنیم:



دقت کنیم که:

$$(-1) \notin (A \cup B) \Rightarrow (-1) \in (A \cup B)'$$

در نتیجه:



دقت کنیم که $(-3) \in (A \cup B)' - C$ است. بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

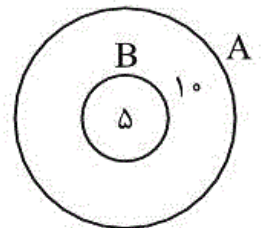
۱

با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نمودار ون زیر را برای مسئله در نظر گرفت:

$$n(A \cap B) = n(B) = 5$$

$$n(A - B) = 10$$

$$\Rightarrow \frac{n(A)n(A \cap B)}{n(A - B)} = \frac{n(A)n(B)}{n(A - B)} = \frac{15 \times 5}{10} = 7/5$$



(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

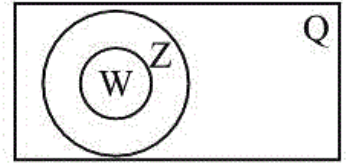
۳

۲ ✓

۱

با توجه به نمودار ون زیر داریم:

$$A = W, B = Z, C = Q \text{ و } A \subseteq B \subseteq C$$



$$[(\underbrace{(B \cap C)}_B) \cup A] - [(\underbrace{(B \cup C)}_C) \cap A] = B - A$$

$$B - A = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$B - A = \{\dots, -2, -1\}$$

که یک مجموعه ناتهی، نامتناهی و نسبت به مجموعه اعداد طبیعی مجزا است. همچنین (-۱) بزرگترین عضو این مجموعه است.

(صفحه‌های ۲ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \xrightarrow{n(A \cap B) = 0} \text{دو مجموعه مجزا}$$

$$11 = \frac{3a+2b}{2} + \frac{6a+b}{3} \Rightarrow 11 = \frac{9a+6b+12a+2b}{6}$$

$$\Rightarrow 21a + 8b = 66 \quad (\text{I})$$

$$n(A) = \frac{6}{5}n(B) \Rightarrow \frac{3a+2b}{2} = \frac{6}{5} \left(\frac{6a+b}{3} \right)$$

$$\Rightarrow 15a + 10b = 24a + 4b \Rightarrow 9a = 6b \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{\text{I, II}} 21\left(\frac{2}{3}b\right) + 8b = 66 \Rightarrow 22b = 66 \Rightarrow b = 3, a = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A_3 = \left\{ \frac{2(n^2+1)}{n^2+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\} = \{2\}$$

مجموعه A_3 تک عضوی و متناهی است. سایر گزینه‌ها نامتناهی هستند.

(صفحه‌های ۲ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$n(A') = n(U) - n(A) \Rightarrow 16 = 30 - n(A) \Rightarrow n(A) = 14$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$16 = 14 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

می‌دانیم که A و A' دو مجموعه مجزا هستند و $A' \cup A = U$.

$$n(U) = n(A) + n(A') = 9 + 6 = 15$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(B-A) = n(B) - n(B \cap A)}{\quad} \rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B-A)$$

$$= 9 + 3 = 12$$

می‌دانیم که $(A \cup B)$ و $(A \cup B)'$ دو مجموعه مجزا و متمم هم‌اند.

$$n(U) = n((A \cup B)') + n(A \cup B) \Rightarrow 15 = n((A \cup B)') + 12$$

$$\Rightarrow n((A \cup B)') = 3 \xrightarrow{(A \cup B)' = A' \cap B'} n(A' \cap B') = 3$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

ابتدا A_0 ، A_1 و A_2 را حساب می‌کنیم:

$$A_0 = (-1, 0) \quad , \quad A_1 = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \quad , \quad A_2 = \left(-\frac{1}{4}, 4\right)$$

$$\bigcup_{n=0}^2 A_n = (-1, 4) \quad \text{و} \quad \bigcap_{n=0}^2 A_n = \left(-\frac{1}{4}, 0\right)$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=0}^2 A_n - \bigcap_{n=0}^2 A_n = \left(-1, -\frac{1}{4}\right] \cup [0, 4) \Rightarrow b = 4, \quad a = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow b - a = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به آنچه که در صورت سوال مطرح شده است، داریم:

$$\frac{2}{5}n(A) = \frac{1}{3}n(B) = n(A \cap B) \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \\ n(B) = 3n(A \cap B) \end{cases}$$

تعداد کل دبیران این دو مدرسه ۴۵ نفر می باشد، پس:

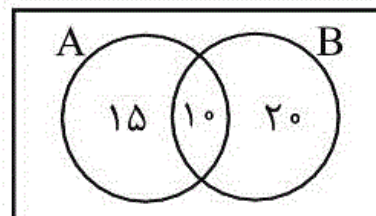
$$n(A \cup B) = 45 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 45$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}n(A \cap B) + 3n(A \cap B) - n(A \cap B) = 45 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A) = \frac{5}{2} \times 10 = 25 \\ n(B) = 3 \times 10 = 30 \end{cases}$$

طبق نمودار ون زیر، تعداد دبیرانی که فقط در یک مدرسه تدریس می کنند

$$15 + 20 = 35 \text{ است.}$$



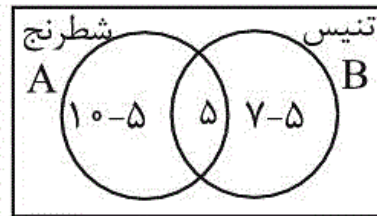
(صفحه های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 5 + 5 + 2 = 12$$

$$n((A \cup B)') = 30 - 12 = 18$$

یعنی ۱۲ نفر به این ورزش‌ها علاقه‌مند هستند. بنابراین:

۱۸ نفر به هیچ کدام از این رشته‌های ورزشی علاقه ندارند.

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا توجه کنید که چون A متناهی است، پس $A \cap B$ متناهی می‌شود.

اگر مجموعه را ساده کنیم، داریم:

$$B \cap (A \cap B)' = B - (A \cap B) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{نامتناهی}}}{B} - \underset{\substack{\downarrow \\ \text{متناهی}}}{(A \cap B)}$$

تفاضل مجموعه متناهی از نامتناهی، یک مجموعه نامتناهی می‌باشد.

(صفحه‌های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

مجموعه‌های A و B مجزا هستند، پس $n(A \cap B) = 0$ است. داریم:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 22$$

$$\frac{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B) = 0} \rightarrow n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 22$$

$$\frac{n(B) = \frac{1}{3}n(U)}{\rightarrow n(U) - (18 + \frac{1}{3}n(U)) = 22}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}n(U) - 18 = 22 \Rightarrow \frac{2}{3}n(U) = 40 \Rightarrow n(U) = 60$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

توجه کنید که $U' = \emptyset$ ، $\emptyset' = U$ ، $B \cup \emptyset = B$ ، $B \cup U = U$ است. پس:

$$(B \cup U')' \cup (B \cup \emptyset')' = (B \cup \emptyset)' \cup (B \cup U)'$$

$$= B' \cup U' = B' \cup \emptyset = B'$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$۳۱ + x + ۳۶ + y = ۷۴ \Rightarrow x + y = ۷ \quad (I)$$

تعداد نفراتی که حداکثر یک نوع نوشیدنی مصرف کردند:

$$۳۱ + ۳۶ + y = ۶۷ + y$$

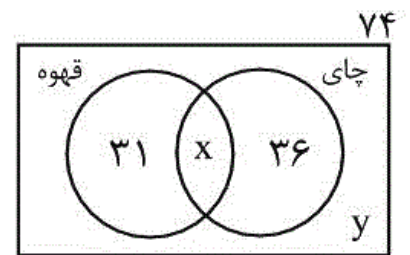
تعداد نفراتی که قهوه نوشیده‌اند: $۳۱ + x$

$$\Rightarrow \frac{۶۷ + y}{۳۱ + x} = ۲ \Rightarrow ۶۷ + y = ۶۲ + ۲x \Rightarrow ۲x - y = ۵ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} ۲x - y = ۵ \\ x + y = ۷ \end{cases} \Rightarrow ۳x = ۱۲$$

$$\Rightarrow x = ۴, y = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{۳}{۴}$$



(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به مجموعه مرجع که اعداد طبیعی می باشد، پس:

$$A = \{5, 6, 7, 8, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 6, 7\} \Rightarrow B' = \{1, 3, 4, 5, 8, 9, \dots\}$$

نامتناهی $B' \cap A = \{5, 8, 9, \dots\}$ گزینه «۱»

متناهی $B' - A = \{1, 3, 4\}$ گزینه «۲»

متناهی $A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ گزینه «۳»

متناهی $B - A' = \{6, 7\}$ گزینه «۴»

(صفحه های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓