

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

-۵۱- اگر $B = [0, 4]$ و $A = [0, 4)$ باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر، مجموعه‌ای متناهی است؟ (مجموعه مرجع \mathbb{R} است.)

$B - A'$ (۴)

$A' - B$ (۳)

$B' - A'$ (۲)

$A' - B'$ (۱)

-۵۲- کدام گزینه، بیانگر مجموعه‌ای متناهی از بین مجموعه‌های زیر است؟

الف) $A_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$

ب) $A_2 = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, 0 < x < 1\}$

ج) $A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, 0 < x \leq 1\}$

د) $A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, 0 < x < 1\}$

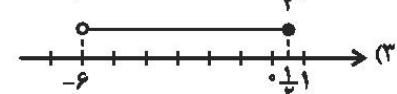
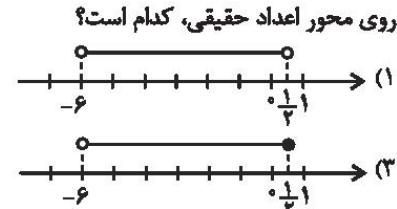
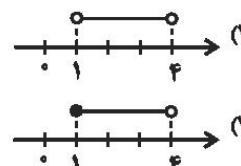
الف) $A_1 = [-1, 2]$

ب) $A_2 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 10\}$

ج) $A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 10\}$

د) $A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 10\}$

-۵۳- اگر $x \in [-2b, a] - [\frac{a}{2}, a+b)$ نمایش مجموعه‌ای محدوده x به صورت $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ باشد، نمایش هندسی بر روی محور اعداد حقیقی، کدام است؟



-۵۴- اگر U یک مجموعه مرجع با تعداد نامتناهی عضو باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) متمم هر زیرمجموعه نامتناهی از U یک مجموعه نامتناهی است.

(۲) یک مجموعه متناهی است.

(۳) اشتراک دو زیرمجموعه‌ای نامتناهی از U ، نامتناهی است.

(۴) مجموعه شامل تمام زیرمجموعه‌های نامتناهی U ، نامتناهی است.

-۵۵- مجموعه‌های ناتهی A ، B و C از مجموعه مرجع U مفروض‌اند. A و B جدا از هم هستند و $C \subseteq A$ است. کدام گزینه درست است؟

$(A - C)' \subseteq B'$ (۲)

$B' \cap (A - C)' = \emptyset$ (۱)

$A \cap (B \cup C) = A - C$ (۴)

$B' \cup C' = U$ (۳)

-۵۶- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، لزوماً نامتناهی است؟

الف) اشتراک دو مجموعه نامتناهی

ب) مجموعه شامل تمام اعداد اول

پ) مجموعه شامل تمام مثلث‌هایی که پاره خط معین AB ضلعی از آن است.

ت) مجموعه شامل تمام مقسوم‌علیه‌های طبیعی هر عدد طبیعی

ث) مجموعه شامل تمام اعداد گنگ بین $0/1$ و $0/2$

۴) چهار

۳) سه

۲) دو

۱) یک

-۵۷- اگر $n(A' \cap B') - n(A \cap B) = ۳$ باشد، آنگاه $n(A) = \frac{۳}{۴}n(B)$ و $n(B - A) = ۳۰$. $n(B' - A') = ۵۰$ و $n(U) = ۱۲۰$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۳۰ (۲)

۴۰ (۱)

-۵۸ اگر $x \in [-2, x+1] \cap (4x-1, 8] = \emptyset$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \leq x < 4 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \leq x < \frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} < x < \frac{7}{4} \quad (2)$$

$$1 < x \leq \frac{7}{4} \quad (1)$$

-۵۹ اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند و $A \cap B' \subseteq A' \cup B$ ، در این صورت کدام گزینه در حالت کلی درست است؟

$$B \subseteq A \quad (4)$$

$$B = \emptyset \quad (3)$$

$$A \subseteq B \quad (2)$$

$$A = U \quad (1)$$

-۶۰ فرض کنید $b = a + 4$ و $J = [b, 4]$ باشد. اگر $I \cup J = (1, c)$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$b < 4, a = c \quad (3)$$

$$b < 4, b > a \quad (2)$$

$$c = 4, 4 > a \geq b > 1 \quad (1)$$

-۶۱ در یک کلاس نوزده نفری، هر دانشآموز حداقل یکی از دو ورزش والیبال یا فوتبال را انجام می‌دهد. اگر تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می‌کنند پک نفر بیشتر از افرادی باشد که فقط والیبال بازی می‌کنند و حاصل ضرب تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می‌کنند در تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می‌کنند، برابر با تعداد افرادی که هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند باشد، چند نفر در این کلاس فوتبال بازی می‌کنند؟

$$15 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

-۶۲ اگر اشتراک دو مجموعه $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 2x+1 > a\}$ و $A = \{x | x \in \mathbb{R}, 2x-1 < b\}$ فقط شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ باشد، قدر مطلق تفاضل حداقل مقدار a از حداکثر مقدار b کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

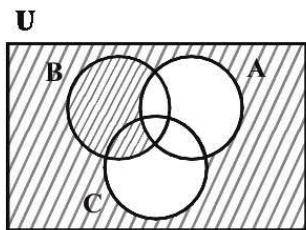
$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

-۶۳ در کدام یک از گزینه‌های زیر، هر دو مجموعه نامتناهی بوده ولی اشتراک آن‌ها متناهی است؟

- (۱) اعداد طبیعی و اعداد صحیح
(۲) مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد طبیعی فرد
(۳) مجموعه اعداد طبیعی و مجموعه اعداد گویای بازه $(0, 1)$
(۴) مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد طبیعی ۱۰ رقمی

-۶۴ نمودار ون زیر، نشان‌دهنده کدام مجموعه است؟ (U مجموعه مرجع است.)



$$((A' \cap C') \cup (A \cap C)) \quad (1)$$

$$A' \cap (C' \cup (B \cap C)) \quad (2)$$

$$(A' \cap C') \cup (A' \cap B') \quad (3)$$

$$(B - A) \cup C' \quad (4)$$

-۶۵- در یک نظرسنجی از ۵۰ نفر از اعضای یک باشگاه، مشخص شد که ۴۰ نفر برای گرم کردن از تردیمیل و ۳۶ نفر از دوچرخه ثابت استفاده می‌کنند. ۴ نفر هم

از این دو دستگاه استفاده نمی‌کنند. چند نفر از اعضای نظرسنجی شده، فقط از یکی از این دو دستگاه برای گرم کردن استفاده می‌کنند؟

۱۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۱۶ (۱)

-۶۶- اگر $x > 2$ باشد، کدام مجموعه متناهی است؟ (\mathbb{Z} مجموعه مرجع است.)

$B' \cup A$ (۴)

$B - A'$ (۳)

$A' \cap B'$ (۲)

$A - B$ (۱)

-۶۷- اگر $a^2 - 4a$ کدام است؟ فقط یک عضو داشته باشد، آنگاه $B = [2a, 2a-1]$ و $A = [2a+1, a+20]$

۴ (۰) صفر

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

-۶۸- اگر $n(A) \times n(B) = 45n(A \cap B)$ و $n(A - B) = 20$ کدام است؟ تعداد عضوهای مجموعه A ، دو برابر تعداد عضوهای مجموعه B باشد، ($n(B)$ کدام است؟)

۱۵ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

-۶۹- به ازای (۱) رابطه $(k, -k-1) \subseteq (-2k-2, -2k+2)$ برقرار است. حداقل مقدار $b-a$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

-۷۰- در یک منطقه ۴۷ نفر به بیماری کرونا مبتلا شده‌اند که از این تعداد ۱۸ نفر زن هستند و ۲۵ نفر از مبتلایان بهبود یافته‌اند. اگر تعداد مردان بیمار (بهبود نیافرته) از دو برابر تعداد زنان بهبود یافته ۴ نفر کمتر باشد، تعداد زنان بهبود یافته کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

-۷۱- فاصله بین دو نقطه A و B برابر با ۴ واحد است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۱ و از B به فاصله ۵ واحد باشد؟

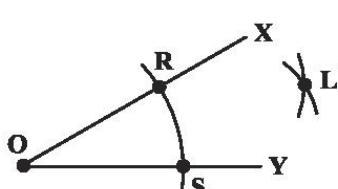
۴) بی شمار

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

-۷۲- در شکل مقابل، سه کمان با شعاع‌های برابر، به مرکزهای O , R و S رسم شده است. کدام گزینه درست نیست؟



۱) نیمساز XOY است.

۲) از L به OY و OX یک فاصله است.

۳) $OL = OR + OS$

۴) عمودمنصف RS است.



- ۷۳- در شکل رو به رو عمودمنصف BC ، امتداد AC را در E قطع کرده است. زاویه BEC چند درجه است؟

- (۱) ۱۰۸
(۲) ۱۰۶
(۳) ۱۰۴
(۴) ۱۰۲

- ۷۴- فاصله نقطه A از خط d برابر ۴ سانتی متر است. چند نقطه روی خط d به فاصله ۵ سانتی متر از نقطه A قرار دارد؟

(۱) هیچ

(۲) ۲

(۳) بی شمار

(۴) ۱

- ۷۵- عدد مثبت a و دو خط متقاطع را در صفحه در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از هر کدام از این دو خط به فاصله a باشد؟

(۱) حداقل ۴
(۲) حداقل ۲

(۳) حداقل ۴

- ۷۶- دو نقطه A و B به فاصله ۴ از هم هستند. عمودمنصف پاره خط AB را رسم کرده و نقطه برخورد عمودمنصف با پاره خط AB را، M می‌نامیم. سپس به مرکز M و به شعاع AM دایره‌ای رسم کرده تا عمودمنصف را در نقاط C و D قطع کند. مساحت چهارضلعی $ACBD$ کدام است؟

(۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۴

(۴) ۲

(۵) ۱

- ۷۷- می‌خواهیم متوازی‌الاضلاعی به طول قطرهای ۴ و ۷ رسم کنیم. چه تعدادی از این متوازی‌الاضلاع‌ها، مستطیل یا لوزی هستند؟

(۱) هیچ
(۲) یک
(۳) دو
(۴) بی شمار

- ۷۸- در مثلث ABC ، عمودمنصف ضلع BC و نیمسازهای داخلی زاویه‌های B و C ، هر سه از نقطه O می‌گذرند. کدام نتیجه‌گیری درست است؟

$\triangle ABC$ (۱) قائم‌الزاویه است.

$\triangle ABC$ (۲) متساوی‌الاضلاع است.

$\triangle ABC$ (۳) می‌تواند مختلف‌الاضلاع باشد.

$\triangle ABC$ (۴) متساوی‌الساقین است.

- ۷۹- در مستطیل $ABCD$ می‌دانیم $AB=6$ و $BC=8$ ، اگر M محل تلاقی قطرهای مستطیل باشد، چند نقطه روی محیط این مستطیل وجود دارند که از M به فاصله ۴ باشند؟

(۱) هیچ
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) بی شمار

(۵) ۴

(۶) ۱

- ۸۰- نقطه A به فاصله ۱ سانتی متر از خط d قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر و از نقطه A به فاصله ۳ سانتی متر باشند؟

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

(۵) ۲

(۶) ۱

(سوند ولی زاده)

-۵۱

۱) $A' - B' = B - A = [4, 10] \Rightarrow$ نامتناهی

۲) $B' - A' = A - B = \{0\} \Rightarrow$ متناهی

۳) $A' - B = A' \cap B' = (A \cup B)' = (-\infty, 0) \cup (10, +\infty) \Rightarrow$ نامتناهی

۴) $B - A' = B \cap A = (0, 4) \Rightarrow$ نامتناهی

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۱

۲

۳✓

۴

(عاطفه قان محمدی)

-۵۲

$$A_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}$$

مجموعه‌های A_1 , A_3 و A_4 نامتناهی هستند.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۱

۲

۳✓

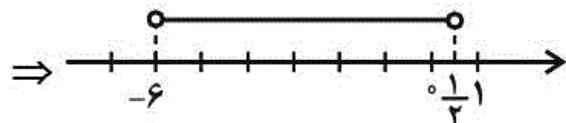
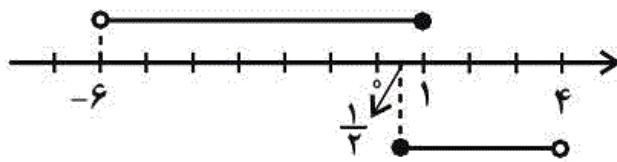
۴

ابتدا بازه مربوط به x را می‌یابیم:

$$x \in [2x-6, 2x-1) \Rightarrow 2x-6 \leq x < 2x-1 \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 < x \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$(-b, a] - [\frac{a}{b}, a+b) = (-6, 1] - [\frac{1}{2}, 4) = (-6, \frac{1}{2})$$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

فرض کنیم $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ باشد. برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» از مثال نقض

استفاده می‌کنیم:

$$\mathbf{A} = \{2, 3, 4, \dots\} \Rightarrow \mathbf{A}' = \{\}\Rightarrow \text{متناهی} \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = \text{مجموعه اعداد طبیعی زوج} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \mathbf{A}' = \text{مجموعه اعداد طبیعی فرد}$$

$$\mathbf{A} = \text{مجموعه اعداد طبیعی فرد} \quad \text{و مجموعه اعداد طبیعی زوج} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset \Rightarrow \text{متناهی}$$

اما گزینه «۳» برای هر مجموعه مرجع \mathbf{U} همواره درست است.

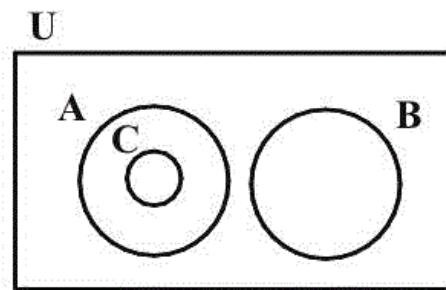
(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

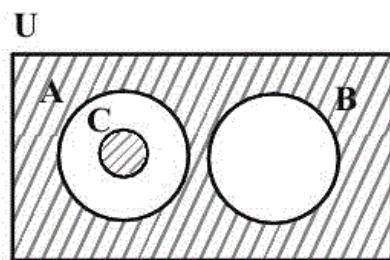
۳

۲

۱



$$۱) B' \cap (A - C)' = (B \cup (A - C))'$$



با توجه به شکل نادرست است.

$$۲) (A - C)' \subseteq B' \rightarrow B \subseteq A - C \Rightarrow$$

$$۳) B' \cup C' = (B \cap C)' = \emptyset' = U$$

$$۴) A \cap (B \cup C) = C$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۱

۲✓

۳

۴

الف) اشتراک دو مجموعه نامتناهی هم می‌تواند متناهی باشد و هم نامتناهی. به

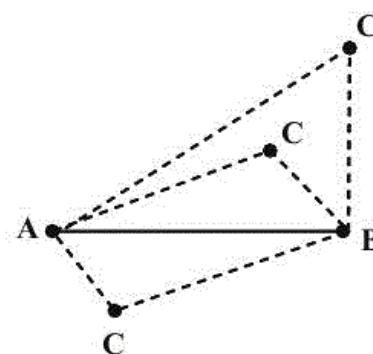
عنوان مثل اشتراک اعداد گویا و اعداد گنگ، تهی (متناهی) و اشتراک اعداد طبیعی

و حسابی نامتناهی است.

ب) بی‌شمار عدد اول وجود دارد. پس مجموعه‌ای نامتناهی است.

پ) با انتخاب نقطه C در هر نقطه غیرواقع بر راستای پاره‌خط AB ، یک مثلث

ایجاد خواهد شد، پس بین‌نهایت مثلث وجود دارد.



ت) مجموعه شامل مقسوم‌علیه‌های طبیعی هر عدد طبیعی متناهی است.

ث) بین هر دو عدد دلخواه، بین‌نهایت عدد گنگ وجود دارد.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

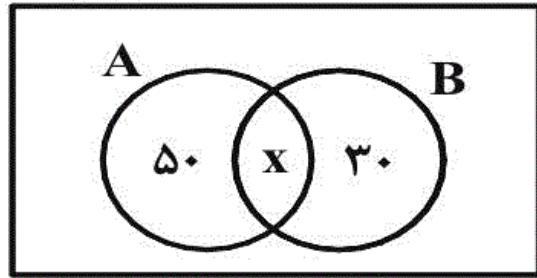
۳✓

۲

۱

$$n(U) = 120$$

$$n(V) = 120$$



$$\begin{aligned} n(A) &= \frac{5}{12} n(B) \Rightarrow 50 + x = \frac{5}{12} (x + 30) \Rightarrow 100 + 12x = 5x + 150 \\ \Rightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') - n(A \cap B) &= n((A \cup B)') - n(A \cap B) \\ &= n(U) - n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ &= n(U) - n(A) - n(B) = 120 - 50 - 30 = 40 \end{aligned}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

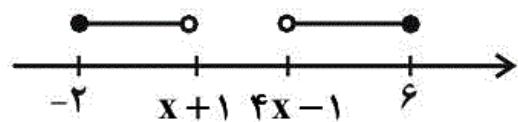
۴ ✓

۳

۲

۱

بازه‌های داده شده را روی محور اعداد حقیقی مشخص می‌کنیم:



اشتراک ۲ بازه، \emptyset است، بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} x+1 \leq 4x-1 \Rightarrow 3x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3} \\ 4x-1 < 6 \Rightarrow 4x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{4} \xrightarrow[\text{اشتراک ۳ بازه}]{\quad} \frac{2}{3} \leq x < \frac{7}{4} \\ x+1 > -2 \Rightarrow x > -3 \end{array} \right.$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم $A - B$ زیرمجموعه‌ای از A است و $A \not\subseteq A'$ بنابراین

$A - B \subseteq B$ و تنها در صورتی درست است که داشته باشیم:

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

شرط‌های زیر باید برقرار باشد:

$$۱) I = (l, a] \Rightarrow l < a$$

$$۲) J = [b, c) \Rightarrow b < c$$

$$۳) I \cup J = (l, c)$$

انتهای بازه $J \cup I$ باز است، بنابراین $c < a$ و $c = c$ است.

۴) از طرفی، برای این که اجتماع این دو بازه، به صورت فقط یک بازه باشد، باید

ابتداي بازه J کوچک‌تر یا مساوی انتهای بازه I باشد:

$$b \leq a$$

۵) با توجه به این که ابتداي بازه اجتماع این دو بازه برابر با l است، پس $l > b$.

شروطی که باید برقرار باشد، به صورت زیر خواهد بود:

$$l < a < c$$

$$l < b < c$$

$$b \leq a$$

$$c = c$$

دو شرط $c < a < b \leq l$ و $c = c$ برقرار است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

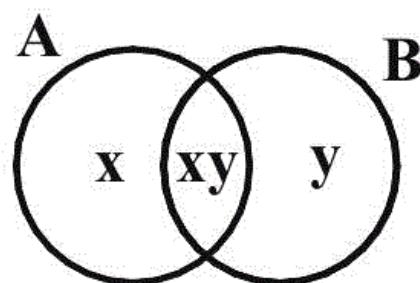
A: فوتیال

B: والیبال

$$\Rightarrow \begin{cases} n(U) = 19 = n(A \cup B) \\ n(A - B) = 1 + n(B - A) \\ n(A - B) \times n(B - A) = n(A \cap B) \end{cases}$$

فرض می کنیم تعداد افرادی که فقط فوتیال بازی می کنند x و تعداد افرادی که فقط

والیبال بازی می کنند y باشد:



$$\begin{cases} x + xy + y = 19 \\ x = 1 + y \end{cases} \Rightarrow 1 + y + (1 + y)y + y = 19$$

$$y^2 + 3y - 18 = 0 \Rightarrow (y+6)(y-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -6 \\ \text{یا} \\ y = 3 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A) = x + xy = 4 + 12 = 16$$

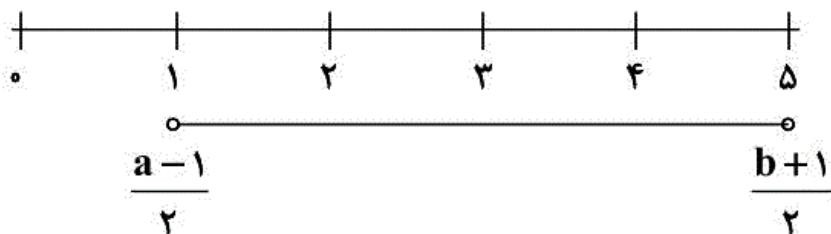
(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱



برای به دست آوردن حداقل مقدار a و حداکثر مقدار b باید شرط‌های زیر برقرار باشند:

$$\begin{cases} \frac{a-1}{2} = 1 \Rightarrow a = 3 \\ \frac{b+1}{2} = 5 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow |b-a| = |9-3| = 6$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

-۶۳

بررسی گزینه‌ها:

$$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N} \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

(۱)

$$= \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\} \Rightarrow \text{مجموعه اعداد اول}$$

(۲)

$$= \{1, 3, 5, 7, \dots\} \Rightarrow \text{مجموعه اعداد طبیعی فرد}$$

$$\Rightarrow \{3, 5, 7, 11, 13, \dots\} \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

(۳) اشتراک این دو مجموعه \emptyset است و \emptyset یک مجموعه متناهی است.

(۴) مجموعه اعداد طبیعی ۱۰ رقمی، یک مجموعه متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

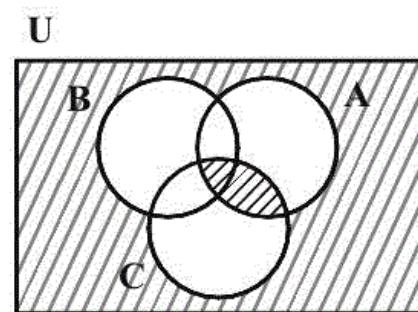
۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$1) ((A' - B) \cap C') \cup (A \cap C)$$

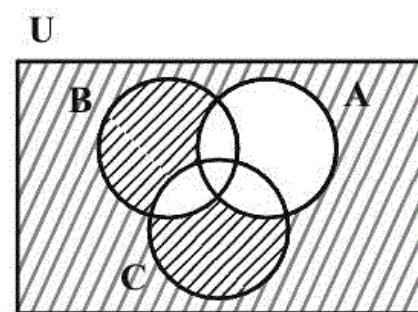
$$= ((A' \cap B') \cap C') \cup (A \cap C) = ((A \cup B)' \cap C') \cup (A \cap C)$$

$$= ((A \cup B) \cup C)' \cup (A \cap C)$$

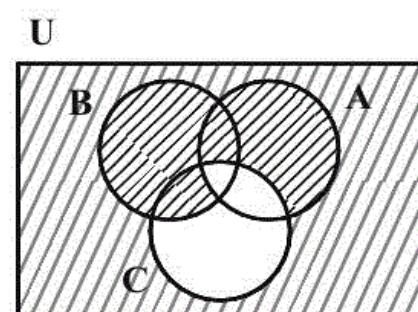


$$2) (A' \cap C') \cup (A' \cap B') = (A \cup C)' \cup (A \cup B)'$$

$$= [(A \cup C) \cap (A \cup B)]'$$



$$3) (B - A) \cup C'$$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴

(زهره رامشینی)

-۶۵

A: تردیل:**B:** دوچرخه ثابت:

$$n(U) = 50$$

$$n(A) = 40$$

$$n(B) = 36$$

$$n((A \cup B)') = 4 \Rightarrow n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) = 4$$

$$\Rightarrow 50 - 40 - 36 + n(A \cap B) = 4 \Rightarrow n(A \cap B) = 3.$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 16$$

(مجموعه، الگو و نباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{\pm 3, \pm 4, \pm 5, \dots\} \Rightarrow A' = \{0, \pm 1, \pm 2\}$$

$$B = \{4, 5, 6, \dots\} \Rightarrow B' = \{\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, -4, -5, \dots\}$$

۱) $A - B = \{\dots, -5, -4, -3, 3\} \Rightarrow$ نامتناهی

۲) $A' \cap B' = \{0, \pm 1, \pm 2\} \Rightarrow$ متناهی

۳) $B - A' = B \cap A = \{4, 5, 6, \dots\} = B \Rightarrow$ نامتناهی

۴) $B' \cup A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots\} \Rightarrow$ نامتناهی

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۱۰ کتاب درسی)

۱

۲

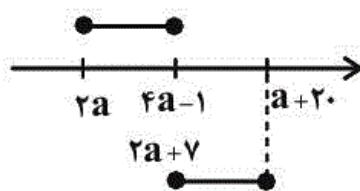
۳

۴

$$\begin{cases} 4a - 1 > 2a \Rightarrow 2a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < a < 13 \\ a + 20 > 2a + 7 \Rightarrow a < 13 \end{cases}$$

دو حالت را می‌توانیم برای اشتراک این دو بازه در نظر بگیریم:

حالت اول:

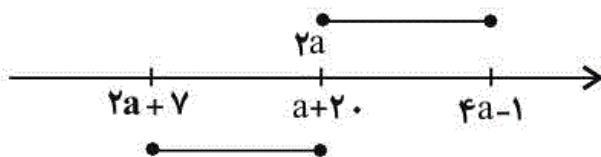


اشتراک دو بازه فقط یک عضو دارد، بنابراین:

$$4a - 1 = 2a + 7$$

$$\Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 - 4a = 16 - 4 \times 4 = 0$$

حالت دوم:



$$2a = a + 20 \Rightarrow a = 20$$

با توجه به این که $a < 13$ ، این مقدار از a قابل قبول نیست.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

$$n(A \cap B) = \frac{n(A) \times n(B)}{45}$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A) - \frac{n(A) \times n(B)}{45} = 10$$

$$\frac{n(A) = 15n(B)}{\rightarrow 15n(B) - \frac{15n^2(B)}{45}} = 10$$

$$\Rightarrow n^2(B) - 45n(B) + 450 = 0$$

$$\Rightarrow (n(B) - 15)(n(B) - 30) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(B) = 15 \Rightarrow n(A) = 30 \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \\ \text{یا} \\ n(B) = 30 \Rightarrow n(A) = 15 \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \end{cases}$$

۱✓

۳

۲

۱

برای آن که رابطه داده شده برقرار باشد باید ۴ شرط زیر برقرار شود:

۱) در بازه $(k, -k-1)$ ، ابتدای بازه باید کمتر از انتهای بازه باشد:

$$k < -k - 1 \Rightarrow k < -\frac{1}{2}$$

۲) در بازه $(-2k-2, -2k+2)$ باید ابتدای بازه کمتر از انتهای بازه باشد:

$$-2k - 2 < -2k + 2 \Rightarrow -2 < 2$$

(۳) ابتدای بازه $(k, -k-1)$ باید بزرگ‌تر یا مساوی ابتدای بازه

$(-2k-2, -2k+2)$ باشد:

$$-2k - 2 \leq k \Rightarrow -2 \leq 3k \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq k$$

(۴) انتهای بازه $(k, -k-1)$ باید کمتر یا مساوی انتهای بازه

$(-2k-2, -2k+2)$ باشد.

$$-k - 1 \leq -2k + 2 \Rightarrow k \leq 3$$

از اشتراک موارد به دست آمده داریم:

$$-\frac{2}{3} \leq k < -\frac{1}{2}$$

پس حداقل مقدار $a - b$ برابر خواهد شد با:

$$-\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

A : زنان

B : بهبود یافته‌گان

$$n(U) = 47$$

$$n(A) = 18$$

$$n(B) = 25$$

مردان بیمار یعنی افرادی که نه جنسیت زن دارند و نه بهبود یافته‌اند یعنی

: $A' \cap B'$ مجموعه

$$n((A \cup B)') = n(A \cap B) - 4$$

$$\Rightarrow n(U) - n(A \cup B) = n(A \cap B) - 4$$

$$\Rightarrow n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) = n(A \cap B) - 4$$

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A) - n(B) + 4 = 47 - 18 - 25 + 4 = 8$$

تعداد زنان بهبود یافته ۸ نفر است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ | کتاب درسی)

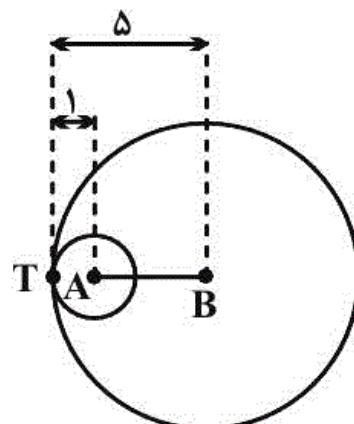
۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به اینکه مطابق شکل، دایره‌ای به مرکز **A** و شعاع ۱ با دایره‌ای به مرکز **B** و شعاع ۵ در یک نقطه (**T**) مشترک است، یک نقطه با شرایط مسأله وجود دارد.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به روش رسم نیمساز زاویه **XOY**. **OL** نیمساز زاویه **XOY** است. (گزینه «۱») و می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است (گزینه «۲»). در مثلث متساوی‌الساقین **ORS**، نیمساز زاویه روبه‌روی قاعده و عمودمنصف قاعده برهمنطبقند. (گزینه «۴»). پس گزینه «۳» پاسخ سؤال است.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۴

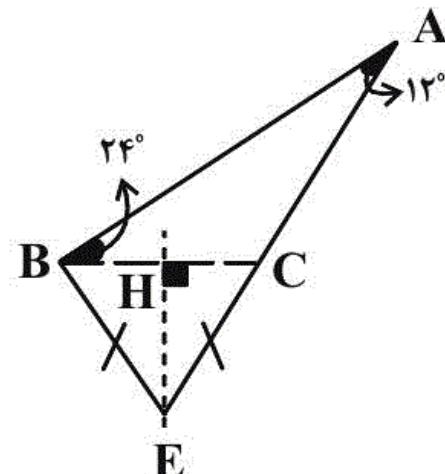
۳✓

۲

۱

در مثلث ABC داریم:

$$\hat{HCE} = 12^\circ + 24^\circ = 36^\circ \quad \text{زاویه خارجی}$$



در مثلث قائم الزاویه HCE داریم:

$$\hat{CEH} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

در مثلث متساوی الساقین EBC داریم:

$$\hat{BEC} = 2\hat{CEH} = 108^\circ$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

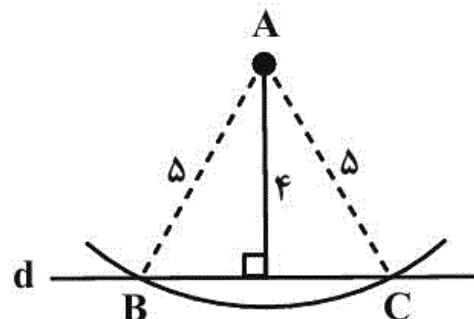
۴

۳

۲

۱ ✓

دایره‌ای به مرکز **A** و به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. چون $4 < 5$ است در نتیجه دایره، خط **d** را در دو نقطه قطع می‌کند. پس مطابق شکل، دو نقطه **B** و **C** روی خط **d**، از نقطه **A** به فاصله ۵ هستند.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۴

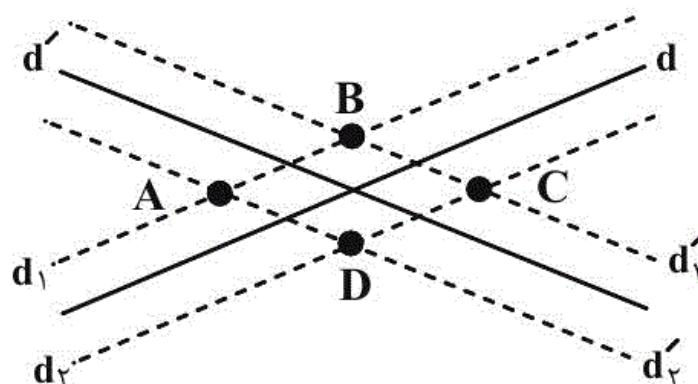
۳

۲ ✓

۱

(مرتفع نوری)

نقاطی از صفحه که از خط **d** به فاصله ثابت **a** باشند، دو خط موازی با خط **d** در طرفین آن و به فاصله **a** از آن است، بنابراین مطابق شکل، ۴ نقطه **A**, **B**, **C** و **D** از دو خط متقاطع **d** و **d'** به فاصله ثابت **a** هستند.



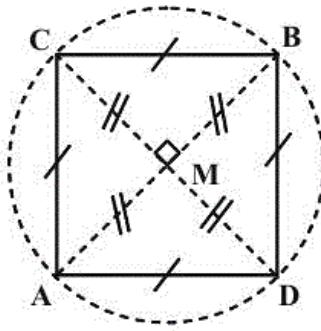
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، مشابه تمرین ۳، صفحه ۱۶ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



حال در مثلث قائم الزاویه ΔACM داریم:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow S(ACBD) = AC^2 = 8$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(شایان عباچی)

-۷۷-

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند. پس در بی‌شمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم، همگی قطرها منصف‌اند. از طرفی در مستطیل علاوه بر منصف بودن، قطرها همان‌دازه‌اند و در لوزی علاوه بر منصف بودن قطرها عمود نیز هستند. پس با توجه به غیر هم اندازه بودن اقطار ۴ و ۷ امکان مستطیل بودن فراهم نیست اما در حالتی که دو قطر عمود باشند لوزی خواهیم داشت. با این تفاسیر فقط در یک حالت، متوازی‌الاضلاع با این اقطار، لوزی یا مستطیل می‌شود.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶ کتاب درسی)

۴

۳

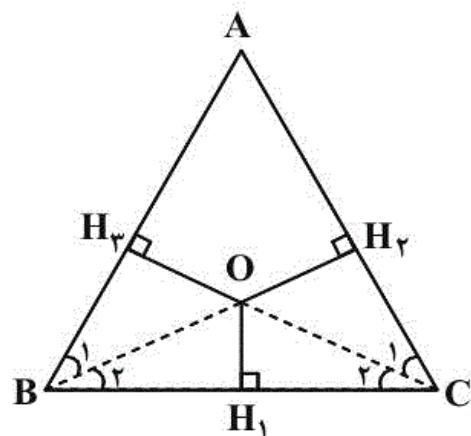
۲✓

۱

از آنجاکه O روی نیمساز زاویه‌های \hat{B} و \hat{C} قرار دارد، پس

از طرفی O روی عمودمنصف BC است پس $OH_1 = OH_2 = OH_3$

بنابراین: $OB = OC$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{H}_2 = \hat{H}_3 = 90^\circ \\ OC = OB \\ OH_2 = OH_3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وترویک ضلع}} \Delta COH_2 \cong \Delta BOH_3$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

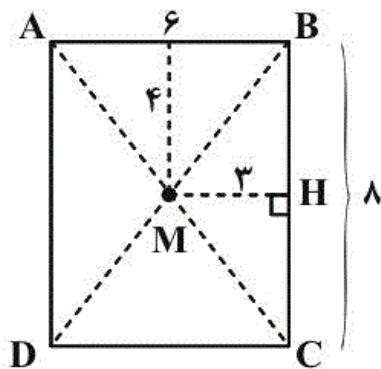
۴

۳✓

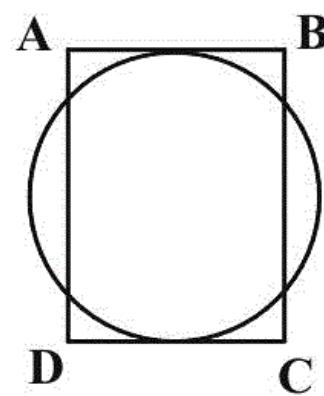
۲

۱

مستطیل ABCD به صورت زیر است.



بنابراین اگر دایره‌ای به شعاع $r = 4$ رسم کنیم، مطابق شکل، شش نقطه روی محیط این مستطیل وجود دارد که روی این دایره واقع‌اند.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۱

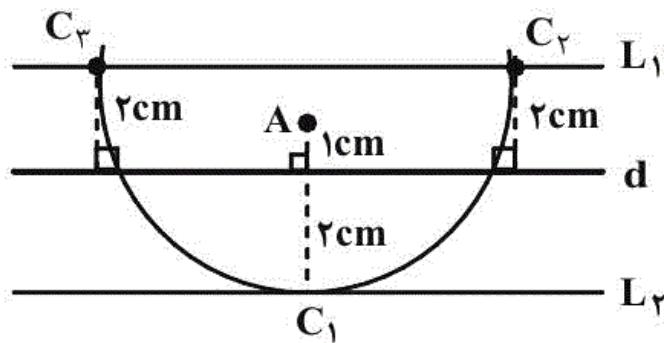
۲

۳✓

۴

(مرتفع نوری)

تمام نقاطی که از خط d به فاصله ۲ واحد هستند، روی دو خط L_1 و L_2 در شکل زیر قرار دارند و تمام نقاطی که از نقطه A به فاصله ۳ واحد هستند روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ قرار دارند. پس همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید سه نقطه C_1 ، C_2 و C_3 از خط d به فاصله 2cm و از نقطه A به فاصله 3cm می‌باشد.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۶ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱