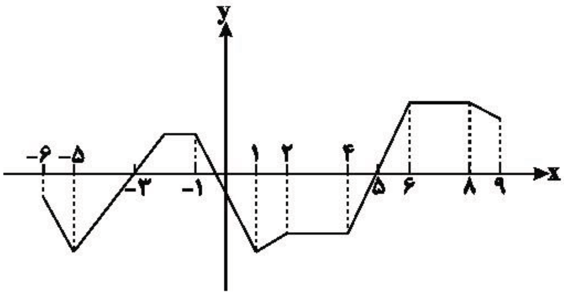
۱۰۱-شکل زیر، نمودار تابع $f(x)$ را نشان می‌دهد. اگر بازهٔ $[a,b]$ بزرگ‌ترین بازهٔ ممکن باشد که تابع $f(x)$ در آن صعودی است، آنگاه حاصل $b-a$ کدام است؟



۱) ۲

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۷

۱۰۲-در کدام بازهٔ زیر، هر دو تابع $y=\sin x$ و $y=\cos x$ نزولی‌اند و مقادیر دو تابع نسبت به هم دارای علامت‌های متفاوت است؟

۱) $(0,\frac{\pi}{2})$

۲) $(\frac{\pi}{2},\pi)$

۳) $(\pi,\frac{3\pi}{2})$

۴) $(\frac{3\pi}{2},2\pi)$

۱۰۳-برای رسم نمودار تابع $g(x)=x^3-9x^2+27x-29$ از روی نمودار $f(x)=x^3$، کافی است نمودار تابع f را در راستای محور x ها .... و سپس در راستای محور y ها .... انتقال دهیم.

۱) ۳ واحد به چپ – ۲ واحد به پایین

۲) ۳ واحد به راست – ۲ واحد به پایین

۳) ۳ واحد به چپ – ۲ واحد به بالا

۴) ۳ واحد به راست – ۲ واحد به بالا

۱۰۴-کدام تابع نزولی است؟ ([ ] : جزء صحیح)

۱) $y=\frac{1}{x}$

۲) $y=x|x|$

۳) $y=[x]-x$

۴) $y=-[x]$

۱۰۵-اگر یک تابع نزولی از نقاط $A(-1,|m|)$ و $B(2,|m-1|)$ عبور کند، آنگاه حدود m کدام است؟

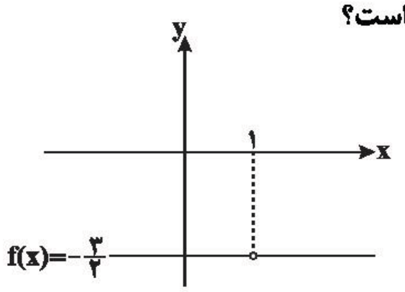
۱) $m\le\frac{1}{2}$

۲) $m<\frac{1}{3}$

۳) $m\ge\frac{1}{2}$

۴) $m>\frac{1}{3}$

۱۰۶-اگر شکل زیر نمودار تابع $f(x)=\dfrac{(۲a-۱)x^۲+bx+c}{x+d}$ باشد، حاصل $\dfrac{a+b}{c+d}$ کدام است؟



۱) -۲
۲) ۱
۳) ۲
۴) -۱

۱۰۷-تابع خطی f با دامنهٔ $\mathbb{R}$، نزولی اکید است. اگر $x=۱$ ریشهٔ $f(x)=۰$ باشد، دامنهٔ تابع $\sqrt{xf(x)}$ کدام بازه است؟

۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $(-۱,۱)$ ۳) $(-\infty,۱]$ ۴) $[۰,۱]$

۱۰۸-تابع $f(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x-۷$ خط $g(x)=-۲x$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۰۹-کدام تابع در دامنهٔ خود، اکیداً صعودی است؟

۱) $f(x)=x+|x|$
۲) $f(x)=x^۲|x|$
۳) $f(x)=۳x-|x|$
۴) $f(x)=x+|۲x|$

۱۱۰-در بازه‌ای که تابع $f(x)=|x-۴|-|x+۱|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن، تابع $h(x)=۳x^۲+x-۱۵$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۱– گزینهٔ «۴» *(رضا ذاکر)*

تابع $f(x)$ در بازه‌های $[-۵,-۱]$ و $[۱,۸]$ صعودی است، پس طول بزرگ‌ترین بازه که $f(x)$ در آن صعودی است برابر $۸-۱=۷$ می‌باشد.

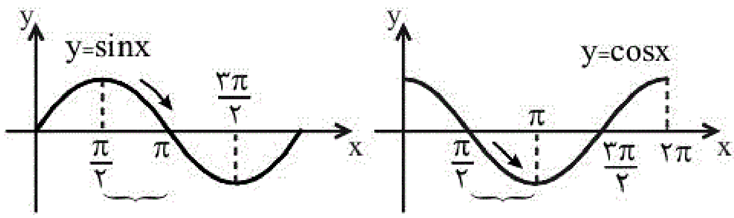
نکته: طبق کتاب درسی تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۲– گزینهٔ «۲» *(فرهاد حامی)*

با توجه به نمودار دو تابع $y=\sin x$ و $y=\cos x$، دیده می‌شود که در بازهٔ $(\frac{\pi}{۲},\pi)$، مقدار دو تابع مختلف‌العلامت و مقادیر هر دو کاهش می‌یابند.



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۳– گزینهٔ «۲» *(علی مرشد)*

می‌توانیم ضابطهٔ تابع g را به‌صورت $g(x)=(x-۳)^۳-۲$ بنویسیم. برای رسم نمودار تابع g کافی است نمودار تابع f را در راستای محور xها ۳ واحد به سمت راست و سپس در راستای محور yها دو واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

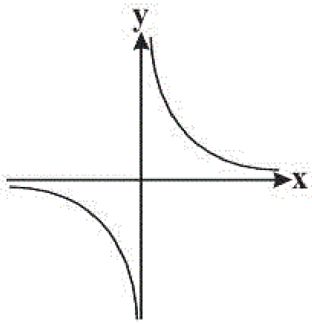
۱۰۴– گزینهٔ «۴» *(سپهر حقیقت‌افشار)*

شکل هر کدام از توابع ذکر شده به‌صورت زیر است:

شکل هر کدام از توابع ذکر شده به‌صورت زیر است.

گزینهٔ «۱»:

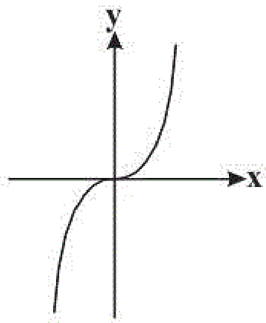
$y = \frac{1}{x}$



تابع در اطراف $x = 0$ یکنوایی خود را از دست داده است. (نه صعودی، نه نزولی)

گزینهٔ «۲»:

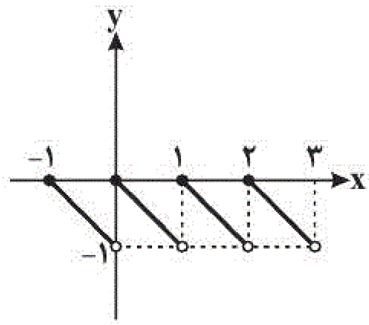
$y = x|x|$



اکیداً صعودی است.

گزینهٔ «۳»:

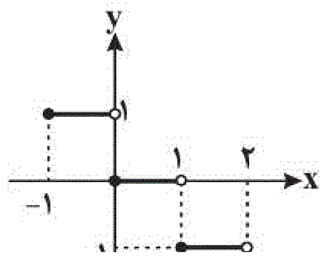
$y = [x] - x$



تابع در اطراف $x \in Z$ یکنوایی خود را از دست داده است. (نه صعودی، نه نزولی)

گزینهٔ «۴»:

$y = -[x]$



$-1|$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید این تابع نزولی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

۱۰۵- گزینهٔ «۳» (حمید علیزاده)

$$-۱<۲ \xrightarrow{f\ \text{نزولی}} f(-۱)\geq f(۲)$$

$$\Rightarrow |m|\geq|m-۱| \Rightarrow m^۲ \geq m^۲-۲m+۱ \Rightarrow ۲m\geq ۱ \Rightarrow m\geq \frac{۱}{۲}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

۱۰۶– گزینهٔ «۱» (سینا محمدپور)

نمودار f مربوط به یک تابع ثابت است که معادلهٔ آن به‌صورت $f(x)=-\frac{۳}{۲}$ می‌باشد، $x=۱$ عضو دامنهٔ تابع f نیست. بنابراین ریشه مخرج است:

$$\xrightarrow{x=۱} ۱+d=۰ \Rightarrow d=-۱$$

ضابطهٔ تابع f را به‌صورت $f(x)=-\frac{۳}{۲}$ نشان می‌دهیم. داریم:

$$f(x)=\frac{(۲a-۱)x^۲+bx+c}{x-۱}=-\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow (۲a-۱)x^۲+bx+c=-\frac{۳}{۲}x+\frac{۳}{۲} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۱}{۲} \\ b=-\frac{۳}{۲} \\ c=\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

درنتیجه:

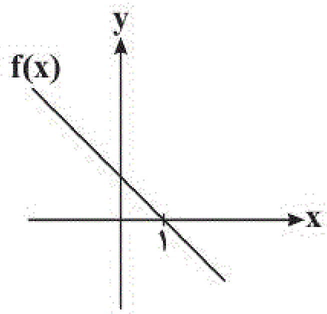
$$\frac{a+b}{c+d}=\frac{\frac{۱}{۲}+(-\frac{۳}{۲})}{\frac{۳}{۲}+(-۱)}=\frac{-۱}{\frac{۱}{۲}}=-۲$$

(ریاضی ۳، صفحهٔ ۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۷- گزینه «۴» (میلاد منصوری)

چون $f(x)$ نزولی است و $f(1)=0$، بنابراین نمای کلی نمودار تابع $f(x)$ به‌صورت زیر خواهد بود:



در نتیجه جدول تعیین علامت $x.f(x)$ به‌صورت زیر است:

		۰		۱	
x	−	0	+		+
f(x)	+		+	0	−
x.f(x)	−	0	+	0	−

پس جواب مسئله $[0,1]$ است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

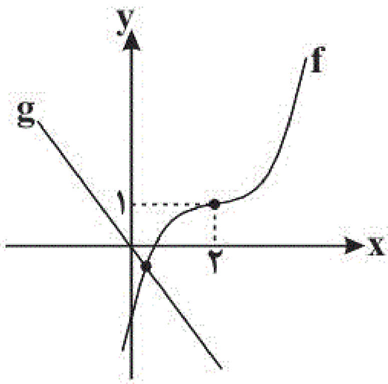
۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۸– گزینهٔ «۳» *(رضا آزاد)*

$$(x-۲)^۳ = x^۳ - ۳(x)^۲(۲) + ۳(x)(۴) - ۸ = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-۲)^۳ + ۱$$

حال نمودار دو تابع $f(x) = (x-۲)^۳ + ۱$ و $g(x) = -۲x$ را رسم می‌کنیم:



دو تابع f و g همدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند.

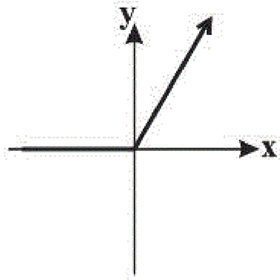
(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۹– گزینهٔ «۳» (علی مرشد)

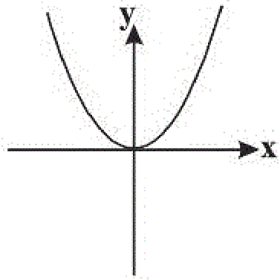
۱) صعودی

$$f(x)=x+|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۲x & x\geq ۰ \\ ۰ & x<۰ \end{cases}$$



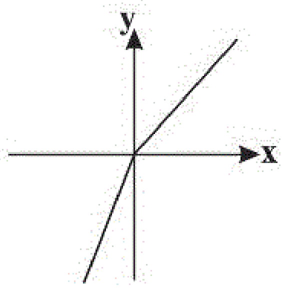
۲) نه صعودی و نه نزولی

$$f(x)=x^{۲}|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^{۳} & x\geq ۰ \\ -x^{۳} & x<۰ \end{cases}$$



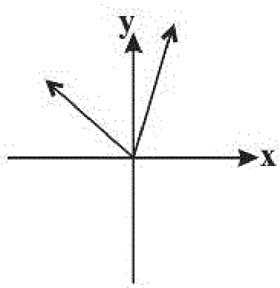
۳) صعودی اکید

$$f(x)=۳x-|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۲x & x\geq ۰ \\ ۴x & x<۰ \end{cases}$$



۴) نه صعودی و نه نزولی

$$f(x)=x+|۲x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۳x & x\geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$$



(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۰- گزینهٔ «۲» (رضا ذاکر)

با استفاده از ریشه‌های داخل قدرمطلق، تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}(x-۴)-(x+۱)=-۵ & x>۴\\ -(x-۴)-(x+۱)=-۲x+۳ & -۱\le x\le ۴\\ -(x-۴)+(x+۱)=۵ & x<-۱\end{cases}$$

تابع $f(x)$ در بازهٔ $[-۱,۴]$ اکیداً نزولی است، پس:

$$۳x^۲+x-۱۵=-۲x+۳ \Rightarrow ۳x^۲+۳x-۱۸=۰$$

$$\Rightarrow x^۲+x-۶=۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۲)=۰ \Rightarrow x=-۳,۲$$

پس در نقاط به‌طول ۳- و ۲ این دو تابع یکدیگر را قطع می‌کنند، اما ۳- متعلق به بازه‌ای که $f(x)$ در آن اکیداً نزولی است، نمی‌باشد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴