



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



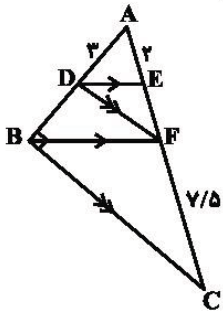
<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- دو خط به معادلات  $4x + 3y = 5$  و  $6x - 8y = -8$  بر دایره‌ای به مرکز  $O(2, 1)$  در نقاط  $A$  و  $B$  مماس‌اند. اگر این دو خط در

نقطه  $C$  با هم برخورد کنند، مساحت چهارضلعی  $ACBO$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{36}{25}$  (۲)  $\frac{42}{25}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{6}{5}$

۹۲- در شکل زیر، مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است. با توجه به پاره‌خط‌های موازی و اندازه‌های روی شکل، محیط مثلث  $ABC$  کدام



است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۹۳- دامنه تابع  $f(x) = \frac{1}{x^2 - (a^2 + 1)x - b^2}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{-1, 6\}$  است. مقدار  $a^2 + b^2$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۹۴- اگر توابع  $f = \{(1, -2), (2, 1), (\frac{2a+5}{2}, 3), (-1, 3)\}$  و  $g(x) = \sqrt{3x-2}$  و  $2f + g = \{(1, -2), (2, b), (2a, c)\}$

مفروض باشند، حاصل  $ab$  کدام است؟ (دامنه تابع  $2f + g$ ، سه عضو متمایز دارد.)

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳

۹۵- نمودار تابع  $f(x) = 2 + 3 \cos x$  در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  محور  $x$  ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۶

۹۶- مجموعه جواب نامعادله  $(\frac{2}{3})^{1+x} < (\frac{9}{4})^{2-x}$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) همه اعداد طبیعی را شامل می‌شود.

۹۷- از تساوی  $\log_x(3x+8) = 2 - \log_x(x-6)$ ، مقدار لگاریتم  $x$  در پایه ۴ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

۹۸- به ازای کدام مقدار  $a$  و  $b$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + [x], & x < 2 \\ 2a[x] + bx + 1, & x \geq 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  پیوسته است؟ ( [ ]، علامت جزء صحیح است).

(۱) فقط  $a = 2$  و  $b = 0$

(۲) فقط  $a = b = 0$

(۳)  $\emptyset$

(۴) هر مقدار  $a$  و  $b$

۹۹- یک تاس سفید و یک تاس سیاه را با هم پرتاب می‌کنیم. پیشامد اینکه تاس سفید مضرب سه باشد، از کدام یک از پیشامدهای

زیر مستقل است؟

(۱) مجموع دو تاس برابر ۲ باشد.

(۲) مجموع دو تاس برابر ۴ باشد.

(۳) مجموع دو تاس برابر ۶ باشد.

(۴) مجموع دو تاس برابر ۸ باشد.

۱۰۰- اختلاف چارک اول و سوم داده‌های  $a+29, \dots, a+5, a+2, a-1$  کدام است؟

$$18 \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

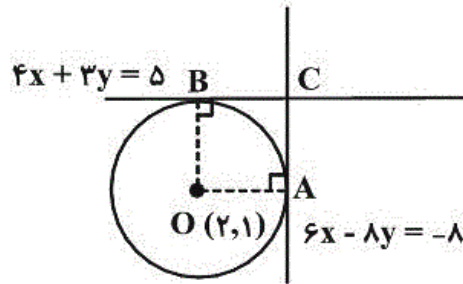
$$17 \quad (2)$$

$$17/5 \quad (1)$$

۹۱- گزینه «۱»

(میثم بهرامی پویا)

این دو خط بر هم عمودند (حاصل ضرب شیب‌ها  $-۱$  است) پس شکل فرضی آن به صورت زیر خواهد بود.



با توجه به شکل، چهارضلعی حاصل مربع است و ضلع مربع برابر با فاصله مرکز دایره از یکی از خطوط است، بنابراین:

$$\text{ضلع مربع } r = \frac{|4(2) + 3(1) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\text{مساحت مربع} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر  $EF = x$  باشد، آن گاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EF} \\ DF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2+x}{7/5}$$

$$\Rightarrow 2x + x^2 = 15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{غقق} \\ x = 3 \Rightarrow AF = 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم  $\hat{ADF} = \hat{ABC} = 90^\circ$ ، بنابراین

مثلث  $ADF$  قائم‌الزاویه است و داریم:

$$AF^2 = AD^2 + DF^2 \Rightarrow 25 = 9 + DF^2 \Rightarrow DF^2 = 16 \Rightarrow DF = 4$$

$$\Delta \text{ محیط } ADF = AD + AF + DF = 3 + 5 + 4 = 12$$

با توجه به موازی بودن  $BC$  و  $DF$ ، دو مثلث  $ABC$  و  $ADF$  متشابه‌اند

و در نتیجه داریم:

$$\frac{\Delta \text{ محیط } ABC}{\Delta \text{ محیط } ADF} = \frac{AC}{AF} \Rightarrow \frac{\Delta \text{ محیط } ABC}{12} = \frac{12/5}{5} \Rightarrow \Delta \text{ محیط } ABC = 30$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

۹۳- گزینه «۲»

(ممید معنوی)

دو عدد ۶ و ۱- در دامنه تابع قرار ندارند، پس  $x = 6$  و  $x = -1$  ریشه‌های  
مخرج ضابطه تابع هستند.

$$x = 6 \xrightarrow{\text{در مخرج}} 36 - (a^2 + 1)6 - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 30 - 6a^2$$

$$x = -1 \xrightarrow{\text{در مخرج}} 1 + (a^2 + 1) - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = a^2 + 2$$

$$30 - 6a^2 = a^2 + 2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow b^2 = 6 \quad \text{بنابراین:}$$

$$a^2 + b^2 = 4 + 6 = 10 \quad \text{در نتیجه:}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

۹۴- گزینه «۳»

(علی کردی)

$$(2f + g)(2) = b \Rightarrow 2f(2) + g(2) = 2 + 2 = b \Rightarrow b = 4$$

با توجه به این که  $2a \in D_{2f} \cap D_g$ ، بنابراین  $2a \in D_f$  و  $2a \in D_g$ . از  
آن جا که  $2a \neq \pm 1, 2$  است، بنابراین:

$$2a = \frac{2a + 5}{2} \Rightarrow 4a = 2a + 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

در نتیجه  $ab = 10$ .

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

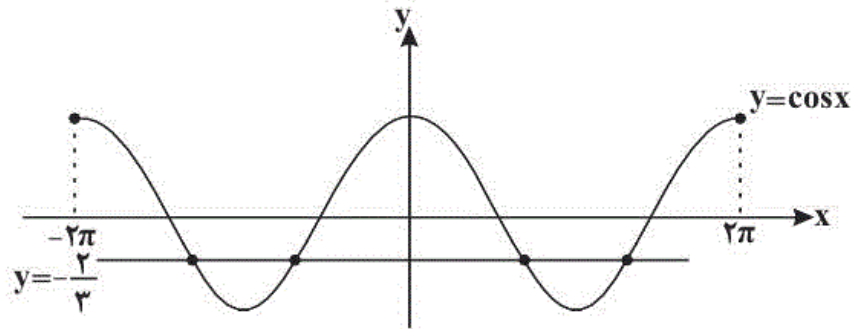
۱

۹۵- گزینه «۱»

(علی مرشد)

برای پیدا کردن نقاطی که تابع  $f(x)$  محور  $x$  ها را قطع می‌کند، معادله  $f(x) = 0$  را حل می‌کنیم:

$$2 + 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{2}{3}$$



همانطور که می‌بینید نمودار تابع  $y = \cos x$  در ۴ نقطه خط  $y = -\frac{2}{3}$

را قطع می‌کند.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱

۹۶- گزینه «۳»

(فرشاد فرامرزی)

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{2-x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4-2x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-4} < \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$$

از آنجا که  $0 < \frac{2}{3} < 1$ ، برای برقراری نامساوی فوق باید داشته باشیم:

$$2x - 4 > 1 + x \rightarrow x > 5$$

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\log_x(3x+8) = 2 - \log_x(x-6)$$

عبارت  $\log_x(x-6)$  را به سمت چپ تساوی منتقل کرده و از رابطه  $\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$  استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \log_x(3x+8) + \log_x(x-6) = 2$$

$$\Rightarrow \log_x(3x+8)(x-6) = 2 \quad (*)$$

می‌دانیم اگر  $\log_v^u = t$ ، آنگاه  $u = v^t$ ، پس می‌توان از (\*) نتیجه گرفت:

$$(3x+8)(x-6) = x^2 \Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -3 < 0 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

(به ازای  $x = -3$  عبارت‌های لگاریتمی معادله اولیه تعریف نمی‌شوند.)

$$x = 8 \Rightarrow \log_4^8 = \log_4^4$$

$$\log_4^4 = \log_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2} \log_2^2 = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

(سهند ولی زاده)

ابتدا حد راست و چپ تابع  $x = 2$  در را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (2a[x] + bx + 1) = 2a[2^+] + 2b + 1 = 4a + 2b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2 + bx + [x]) = 4a + 2b + [2^-] = 4a + 2b + 1$$

پس به‌ازای هر مقدار  $b$  و  $a$  تابع در  $x = 2$  پیوسته است.  $f(2) = 4a + 2b + 1$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱



پیشامد A را مضرب ۳ بودن تاس سفید در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\begin{cases} n(S) = 6 \times 6 \\ n(A) = 2 \times 6 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{2 \times 6}{6 \times 6} = \frac{1}{3}$$

برای آنکه پیشامد B مستقل از A باشد، باید:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} P(B)$$

با توجه به جدول، گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

گزینه	P(B)	A ∩ B	P(A ∩ B)
۱	$\frac{1}{36}$	∅	۰
۲	$\frac{3}{36}$	{(۳, ۱)}	$\frac{1}{36}$
۳	$\frac{5}{36}$	{(۳, ۳)}	$\frac{1}{36}$
۴	$\frac{5}{36}$	{(۳, ۵), (۶, ۲)}	$\frac{2}{36}$

با توجه به جدول، رابطه  $P(A \cap B) = \frac{1}{3} P(B)$  تنها در گزینه «۲» برقرار است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

داده‌ها تشکیل دنباله حسابی داده‌اند، پس:

$$\text{تعداد جملات} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{قدر نسبت}} + 1 = \frac{(a + 29) - (a - 1)}{3} + 1$$

$$= 10 + 1 = 11$$

تعداد داده‌ها فرد و برابر ۱۱ است. پس جمله ششم میانه، جمله سوم برابر چارک اول و جمله نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_3 - Q_1 = a_9 - a_3 = (9 - 3)(\text{قدرنسبت}) = 6(3) = 18$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۴، ۱۵۵ و ۱۶۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱