



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

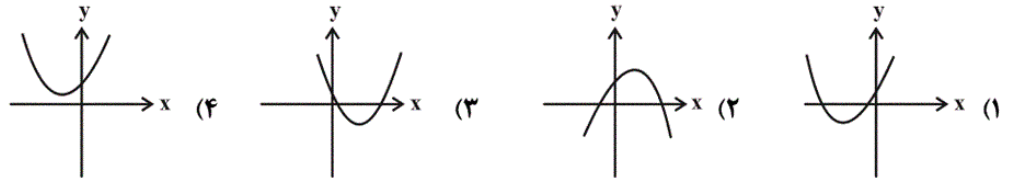


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۷۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۸ (۴)

۷۲- در کدام یک از سهمی‌های زیر، علامت ضریب  $b$  در معادله سهمی یعنی  $y = ax^2 + bx + c$ ، منفی است؟



۷۳- مجموع ریشه‌های معادله  $2(x^2 + x)^2 - 3(x^2 + x + 2) + 7 = 0$  کدام است؟

- ۱ (صفر)      ۲ (-۱)      ۳ (-۲)      ۴ (۳)

۷۴- اگر  $x = -2$  یکی از صفرهای تابع  $y = x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + m$  باشد، این تابع در کل چند صفر دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۴)

۷۵- در معادله  $16x^2 - mx + 27 = 0$  دو برابر یک ریشه، جذر ریشه دیگر است.  $m$  کدام است؟

- ۱ (۴۸)      ۲ (۳۸)      ۳ (۲۵)      ۴ (۳۳)

۷۶- در یک دنباله هندسی که جملات آن روند افزایشی دارند، قدرنسبت  $q$  و جمله اول  $a_1$  است. نسبت مجموع  $4n$  جمله اول این دنباله به

مجموع  $2n$  جمله اول آن کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

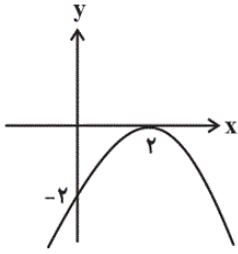
- ۱ (۱)      ۲  $(1+q)^n$       ۳  $1+q^{2n}$       ۴  $q^{2n} - 1$

۷۷- همه جملات دنباله هندسی ... ،  $5x + 2$  ،  $3x$  ،  $x + 1$  مثبت می‌باشند. چند جمله اول این دنباله را با هم جمع کنیم تا حاصل برابر با ۷۶۵

شود؟

- ۱ (۶)      ۲ (۷)      ۳ (۸)      ۴ (۹)

۷۸- اگر نمودار تابع  $y = ax^2 + (c-a)x - b - c$  به صورت زیر باشد، مقدار  $b - a - c$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{3}{2}$
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

۷۹- اگر جملات پنجم، دهم و بیستم یک دنباله حسابی با جملات متمایز به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی با جمله پنجم ۱۶ باشند، مجموع ده جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۲۰۴۶
- (۲) ۱۰۲۳
- (۳) ۲۰۴۸
- (۴) ۱۰۲۴

۸۰- اگر  $x = -4$ ، صفر تابع  $g(x) = f(x+3)$  باشد مجموع مربعات صفرهای تابع  $f(x) = x^3 + x^2 - ax - 4$  کدام است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۹
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۳

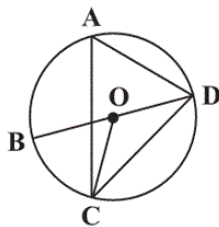
هندسه ۲- ۵ سوال

۸۱- خط  $d$  در نقطه  $A$  بر شعاع  $OA$  از دایره  $C(O, r)$  عمود است و  $B$  نقطه دیگری روی خط  $d$  است. کدام گزینه

نا درست است؟

- (۱)  $d$  بر دایره  $C$  مماس است.
- (۲)  $OB < OA$
- (۳)  $OB$  بر  $d$  عمود نیست.
- (۴)  $d$  دایره  $C$  را در نقطه دیگری قطع نمی کند.

۸۲- در شکل زیر،  $BD$  قطر دایره است. اگر  $\hat{A} = 7\alpha - 1^\circ$ ،  $\hat{C}OD = 10\alpha + 2^\circ$  و  $O$  مرکز دایره باشد، اندازه کمان  $\widehat{BC}$  چند درجه است؟



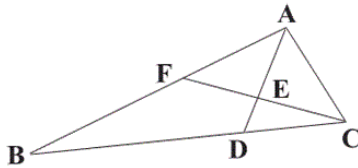
- (۱) ۱۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۶۰

۸۳- در یک دایره، دو وتر به طول‌های ۴ و ۱۰ به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که فاصله مرکز دایره از وتر کوچک‌تر، دو برابر فاصله آن تا وتر بزرگ‌تر است.

طول شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲)  $4\sqrt{2}$
- (۳)  $4\sqrt{3}$
- (۴) ۸

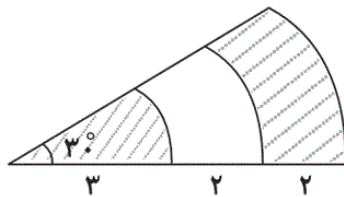
۸۴- در شکل مقابل، اگر  $AF = AD = AC$  و  $\hat{B}AD = 70^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\hat{F}CB$  کدام است؟



- (۱)  $20^\circ$
- (۲)  $30^\circ$
- (۳)  $35^\circ$
- (۴)  $45^\circ$

۸۵- در شکل زیر، قطاع‌هایی با زاویه  $30^\circ$  درجه از سه دایره هم‌مرکز نشان داده شده است. با توجه به اندازه‌های داده شده، مجموع مساحت

قسمت‌های هاشورخورده چند واحد مربع است؟



- (۱)  $2/25\pi$
- (۲)  $2/75\pi$
- (۳)  $4/5\pi$
- (۴)  $5/5\pi$

آمار و احتمال - ۵ سوال

۸۶- مجموعه جواب کدام گزاره‌ها با دامنه متغیر آن گزاره‌ها برابر است؟

(۱)  $D = \mathbb{Z}$  و  $X$  مضرب ۲ است

(۲)  $\frac{|x|}{x} = 1$ ,  $D = \mathbb{Z}^+$

(۳)  $x^2 - 4x - 5 = 0$ ,  $D = \{-1, -5\}$

(۴)  $\sqrt{x^2} = x$ ,  $D = \mathbb{Z}$

۸۷- اگر جدول ارزش گزاره‌ها را برای سه گزاره  $p$ ،  $q$  و  $r$  رسم کنیم، چند خانه از این جدول را با ارزش «درست» نشان خواهیم داد؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۲۴

۸۸- در چند حالت از جدول ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$ ، ارزش گزاره  $(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim r$  نادرست است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸۹- گزاره  $(\sim p) \vee [p \vee (q \vee \sim p)]$  هم‌ارز منطقی کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

۱ (۱)  $\sim p$

۲ (۲)  $p$

۳ (۳)  $q$

۴ (۴)  $\sim q$

۹۰- اگر گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$  با ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟

۱ (۱)  $p \vee \sim q$

۲ (۲)  $q \vee p$

۳ (۳)  $q \Rightarrow p$

۴ (۴)  $p \wedge q$

۷۱- گزینه «۳»

(قاسم کتابچی)

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳

۲

۱

۷۲- گزینه «۳»

(ابراهیم نبفی)

۱)  $x$  رأس  $<$   $\circ \longrightarrow \frac{-b}{2a} <$  سهمی رو به بالا است  $\circ \longrightarrow b >$   $\circ$   
 $a >$

۲)  $x$  رأس  $>$   $\circ \longrightarrow \frac{-b}{2a} >$  سهمی رو به پایین است  $\circ \longrightarrow b >$   $\circ$   
 $a <$

۳)  $x$  رأس  $>$   $\circ \longrightarrow \frac{-b}{2a} >$  سهمی رو به بالا است  $\circ \longrightarrow b <$   $\circ$   
 $a >$

۴)  $x$  رأس  $<$   $\circ \longrightarrow \frac{-b}{2a} <$  سهمی رو به بالا است  $\circ \longrightarrow b >$   $\circ$   
 $a >$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

۷۳- گزینه «۳»

(مجتبی نادرری)

به روش تغییر متغیر معادله را حل می‌کنیم، با تغییر متغیر  $x^2 + x = t$  داریم:

$$2t^2 - 3(t+2) + 7 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 6 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow (t-1)(2t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر } t=1 \Rightarrow x^2 + x = 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \\ \xrightarrow{\Delta > 0} \text{مجموع ریشه‌ها} : x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -1 \\ \text{اگر } t = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + x = \frac{1}{2} \\ \xrightarrow{\Delta > 0} \text{مجموع ریشه‌ها} : x'_1 + x'_2 = \frac{-b}{a} = -1 \end{array} \right.$$

بنابراین مجموع ریشه‌های معادله عبارت است از:

$$x_1 + x_2 + x'_1 + x'_2 = -1 + (-1) = -2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۴- گزینه «۴»

(امیرحسین افشار)

صفر تابع در آن صدق می‌کند.

$$x = -2 \Rightarrow 16 - 16 + 4 - 4 + m = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x^3(x+2) + x(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow (x^3 + x)(x+2) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^3 + x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \text{ فاقد ریشه} \end{cases} \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{array} \right.$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر ریشه‌های معادله  $\alpha$  و  $\beta$  باشند:

$$\begin{cases} 2\alpha = \sqrt{\beta} \\ \alpha\beta = \frac{27}{16} \end{cases} \Rightarrow 2\alpha\beta = \sqrt{\beta} \times \beta \Rightarrow 2\left(\frac{27}{16}\right) = \sqrt{\beta} \times \beta$$

$$\Rightarrow \frac{27}{8} = \sqrt{\beta} \times \beta \Rightarrow \beta = \frac{9}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha + \beta = \frac{m}{16} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{m}{16} \Rightarrow m = 48$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸ و ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۷۶- گزینه ۳»

(مجتبی نادری)

می‌دانیم در هر دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$ ، مجموع  $n$  جمله اول از

رابطه  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$  به دست می‌آید. بنابراین مجموع  $4n$  جمله اول

و مجموع  $2n$  جمله اول از فرمول‌های زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} S_{4n} = \frac{a_1(1-q^{4n})}{1-q} \\ S_{2n} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{4n}}{S_{2n}} = \frac{a_1(1-q^{4n})}{a_1(1-q^{2n})} = \frac{1-q^{4n}}{1-q^{2n}}$$

$$= \frac{(1-q^{2n})(1+q^{2n})}{1-q^{2n}} = 1+q^{2n}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



۷۷- گزینه «۳»

(بوانبش نیکنام)

$$(3x)^2 = (x+1)(5x+2) \Rightarrow 4x^2 - 7x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{1}{4} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

پس دنباله به صورت ... , 12 , 6 , 3 درمی آید که قدرنسبت آن  $q = 2$  می باشد.

$$S_n = \frac{3(1-2^n)}{1-2} = 765 \Rightarrow 2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

(مسایان ۱- صفحه های ۴ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۸- گزینه «۲»

(ابراهیم نفی)

محل تقاطع سهمی با محور  $y$  ها برابر با  $-2$  است. پس:

$$-b - c = -2 \Rightarrow b + c = 2 \quad (1)$$

$$x_{\text{رأس}} = 2 \Rightarrow -\frac{c-a}{2a} = 2 \Rightarrow c - a = -4a \quad (2)$$

$$\Rightarrow c = -3a \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} y = ax^2 - 4ax - 2$$

$$\xrightarrow{\text{سهمی } (2, 0) \in} 0 = 4a - 8a - 2 \Rightarrow -4a = 2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(3)} c = \frac{3}{2} \\ \xrightarrow{(1)} b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b - a - c = \frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) - \frac{3}{2} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به فرض داریم:

$$a_{10}^2 = a_5 \times a_{15} \Rightarrow (a_1 + 9d)^2 = (a_1 + 4d)(a_1 + 14d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 18a_1d + 81d^2 = a_1^2 + 22a_1d + 76d^2$$

$$\Rightarrow 5a_1d = 5d^2 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 & \text{غ ق ق} \\ d = a_1 \end{cases}$$

پس  $a_5 = 5d$ ،  $a_{10} = 10d$  و  $a_{15} = 20d$  سه جمله اول دنباله هندسی اند و داریم:

$$\text{قدرنسبت } q = \frac{10d}{5d} = 2$$

$$t_5 = t_1 q^4 \Rightarrow 16 = t_1 \times 2^4 \Rightarrow t_1 = 1$$

$$S_n = \frac{t_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_{10} = \frac{1 \times (1-2^{10})}{1-2} = 1023$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۳ تا ۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(پوانبش نیکنام)

چون  $x = -4$  صفر تابع  $g(x) = f(x+3)$  می‌باشد پس  $x = -1$  صفر تابع  $f(x)$  است.

$$\Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x^2(x+1) - 4(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع مربعات}} (-1)^2 + (2)^2 + (-2)^2 = 9$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

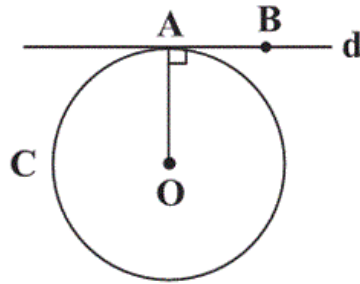
۲ ✓

۱

۸۱- گزینه «۲»

(رحیم مشتاق نظم)

چون  $d \perp OA$  پس  $d$  بر دایره  $C$  مماس است. بنابراین گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» درست هستند. چون در مثلث  $OAB$ ، زاویه  $A$  قائمه است پس  $OB$  وتر مثلث است. بنابراین:  $OA < OB$ .



(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۸۲- گزینه «۴»

(ابراهیم نبغی)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} \text{ زاویه محاطی} \Rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{DC}}{2} \\ \widehat{C\hat{O}D} \text{ زاویه مرکزی} \Rightarrow \widehat{C\hat{O}D} = \widehat{DC} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{C\hat{O}D}}{2} \Rightarrow \widehat{C\hat{O}D} = 2\widehat{A}$$

$$\Rightarrow 10\alpha + 2^\circ = 2(7\alpha - 1^\circ) \Rightarrow 10\alpha + 2^\circ = 14\alpha - 2^\circ$$

$$\Rightarrow 4\alpha = 4^\circ \Rightarrow \alpha = 1^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{B\hat{O}C} = 18^\circ - \widehat{C\hat{O}D} = 6^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

۸۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

از مرکز دایره، عمودهایی بر این دو وتر رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر وتر، وتر را نصف می‌کند. داریم:



$$\Delta AHO : OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow R^2 = 4x^2 + 4 \quad (1)$$

$$\Delta CH'O : OC^2 = OH'^2 + CH'^2 \Rightarrow R^2 = x^2 + 25 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 4x^2 + 4 = x^2 + 25 \Rightarrow 3x^2 = 21 \Rightarrow x^2 = 7$$

$$\xrightarrow{(2)} R^2 = x^2 + 25 = 7 + 25 = 32 \Rightarrow R = 4\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

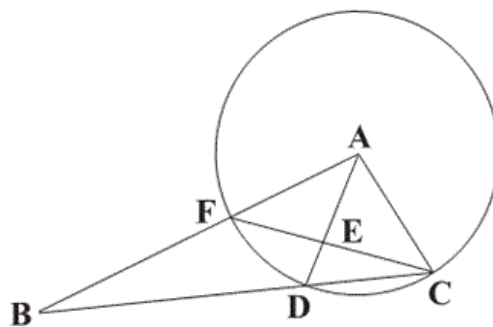
۳

۲✓

۱

۸۴- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)



اگر به مرکز A و شعاع  $AF = AD = AC$  دایره‌ای رسم کنیم، داریم:

$$\widehat{FAD} = \widehat{FD} \Rightarrow \widehat{FD} = 70^\circ$$

$$\widehat{FCB} = \frac{\widehat{FD}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

حال:

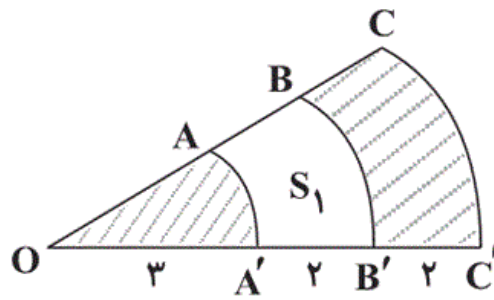
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳✓

۲

۱



می‌دانیم مساحت قطاعی با زاویه  $\alpha$  در دایره‌ای به شعاع  $r$ ، از

$$\text{رابطه } S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} \text{ به دست می‌آید. ابتدا } S_1 \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$S_1 = S_{BOB'} - S_{AOA'}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{\pi(5^2)(36^\circ)}{360^\circ} - \frac{\pi(3^2)(36^\circ)}{360^\circ} = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین مجموع مساحت قسمت‌های هاشورخورده برابر است با:

$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{COC'} - S_1$$

$$= \frac{\pi(7^2)(36^\circ)}{360^\circ} - \frac{4\pi}{3} = \frac{11\pi}{4} = 2/75\pi$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۸۶- گزینه «۲»

(عزیزالله علی‌اصغری)

در گزینه «۲» تمامی اعداد صحیح مثبت در عبارت  $\frac{|x|}{x} = 1$  صدق

می‌کنند. بنابراین مجموعه جواب (S) با دامنه متغیر (D) برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $S = E$  (مجموعه اعداد زوج)

گزینه «۳»:  $S = \{-1\}$

گزینه «۴»:  $S = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جدول ارزش برای سه گزاره به صورت زیر است:

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

که در این جدول نیمی از خانه‌ها (  $3 \times 8 = 24$  ) یعنی  $\frac{24}{2} = 12$

خانه، ارزش درست و ۱۲ خانه، ارزش نادرست دارند.

(آمار و احتمال- مشابه کار در کلاس صفحه ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۸۸- گزینه ۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

ارزش گزاره  $(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim r$  تنها در حالتی نادرست است که گزاره‌های  $(\sim r)$  و  $(\sim p \Rightarrow q)$  هر دو نادرست باشند. در این صورت گزاره  $r$  درست، گزاره  $(\sim p)$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. بنابراین تنها در حالتی از جدول که گزاره  $r$  درست و دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشند، ارزش گزاره مورد نظر نادرست می‌گردد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۸۹- گزینه ۲»

(سیدوید زوالفقاری)

با توجه به قوانین دمورگان و جذب داریم:

$$[\sim (q \vee \sim p)] \vee p \equiv (\sim q \wedge p) \vee p \equiv p$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

## ۹۰- گزینه «۴»

(علی ارجمند)

گزاره  $p \Rightarrow q$  هنگامی نادرست خواهد بود که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد. در این صورت ارزش گزاره‌های  $(p \vee q)$  و  $(p \wedge q)$  به ترتیب درست و نادرست است و در نتیجه ارزش ترکیب شرطی  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  نیز نادرست می‌باشد. ارزش گزاره‌های گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳»، درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱