



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۲۱- نصف مساحت زمینی برای احداث ساختمان مسکونی،  $\frac{1}{3}$  باقیمانده برای حیاط و پارکینگ و بقیه آن به عنوان فضای سبز در نظر

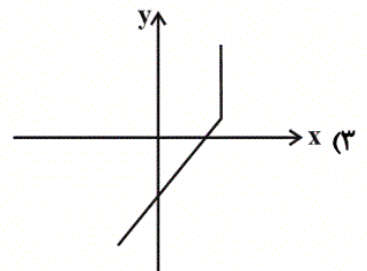
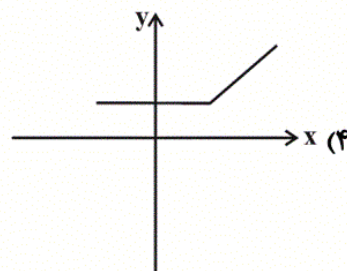
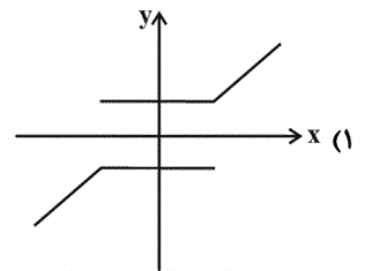
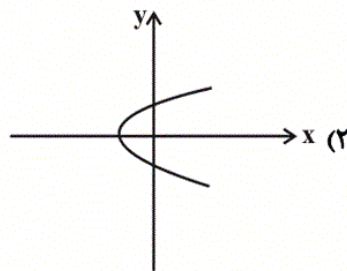
گرفته شده است. اگر مساحت فضای سبز ۴۰۰ متر مربع باشد، مساحت زمین چند متر مربع بوده است؟

- ۱۸۰۰ (۴)                      ۱۶۰۰ (۳)                      ۱۲۰۰ (۲)                      ۸۰۰ (۱)

۲۲- در مورد معادله گویای  $\frac{3x}{x+1} - \frac{2}{1-x} = \frac{4}{x^2-1}$  کدام گزینه درست است؟

- ۱) یک ریشه منفی دارد.                      ۲) یک ریشه مثبت دارد.                      ۳) دو ریشه مثبت دارد.                      ۴) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت دارد.

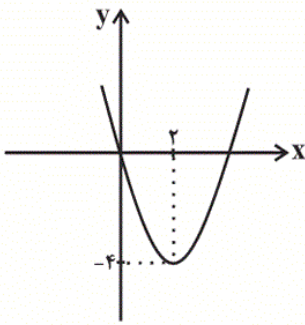
۲۳- نمودار کدام رابطه مربوط به یک تابع است؟



۲۴- در تابع خطی  $f(x) = ax + 3 + 2f(0)$  اگر  $f(-2) = 2f(0)$  باشد، در این صورت  $f(1)$  کدام است؟

- $-\frac{3}{2}$  (۴)                       $\frac{3}{2}$  (۳)                      ۳ (۲)                      -۳ (۱)

۲۵- با توجه به نمودار سهمی  $f$ ، مقدار  $f(-3)$  کدام است؟



(۱) ۲۱

(۲) ۱۷

(۳) ۱۵

(۴) ۱۳

۲۶- در کدام گزینه، نوع و مقیاس اندازه‌گیری متغیر، کیفی اسمی است؟

(۲) مزه غذاهای یک رستوران (عالی، معمولی، بد)

(۱) شماره صندلی‌های کنکور

(۳) وضعیت مالی خانواده‌های ایرانی (دهک اول، دوم، ...، دهم)

(۴) نوع آلاینده‌های موجود در هوا

۲۷- در داده‌های ۲۰، ۲۵، ۳۱، ۱۰،  $x$ ، ۵، ۸، ۷ اگر میانگین برابر با ۱۲ باشد، در این صورت میانگین کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۹

۲۸- اختلاف پنج داده آماری از میانگین آن‌ها برابر ۴، ۱، ۰، ۲، -۳ می‌باشند. حال اگر سه داده ۱۰، ۱۴، ۱۸ را به داده‌های اولیه اضافه کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند. در این حالت واریانس داده‌های جدید چقدر افزایش می‌یابد؟

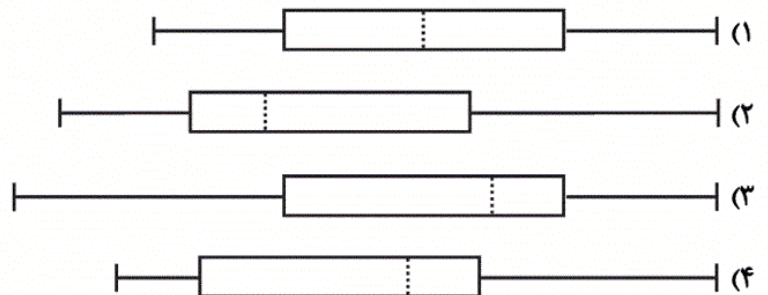
(۴)  $1/75$

(۳)  $1/25$

(۲)  $0/25$

(۱) صفر

۲۹- نمودار جعبه‌ای داده‌های ۳۱، ۱۸، ۶۳، ۵۳، ۲۷، ۲۳، ۱۰، ۱۹، ۵۵، ۳۲، ۶۰، ۱۶، ۱۴، ۱۵، ۱۱ شبیه کدام گزینه است؟



۳۰- برای داده‌های جدول زیر یک نمودار راداری رسم کرده‌ایم، مساحت نمودار راداری مشاهده A چند برابر مساحت نمودار راداری

مشاهده B است؟ (بر روی نمودار راداری، متغیرها را به ترتیب  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_3$  و  $X_4$  پشت سر هم در نظر بگیرید).

متغیر	مشاهده A	مشاهده B	بیشینه مقدار
$X_1$	۳	۴	۵
$X_2$	۰/۴	۰/۸	۱
$X_3$	۸۰	۱۲۰	۲۰۰
$X_4$	۰/۲۵	۰/۷۵	۱/۲۵

$$\frac{13}{37} \quad (4)$$

$$\frac{15}{49} \quad (3)$$

$$\frac{8}{15} \quad (2)$$

$$\frac{7}{13} \quad (1)$$

۲۱- گزینه ۲»

(مهروی تک، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

مساحت کل زمین را  $x$  در نظر می‌گیریم، در این صورت  $\frac{x}{4}$  برای احداث ساختمان و

فضای سبز می‌رسد برابر است با:  $\frac{1}{3}(x - \frac{x}{4}) = \frac{x}{6}$  برای پارکینگ و حیاط در نظر گرفته شده است پس مساحتی که به

مساحت پارکینگ و حیاط - مساحت ساختمان مسکونی - مساحت کل زمین = مساحت فضای سبز

$$400 = x - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{x}{3} = 400 \Rightarrow x = 3 \times 400 = 1200 \text{ مترمربع}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

۲۲- گزینه ۱» (امیر زرانروز، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه ۳۳ تا ۳۸)

ابتدا مخرج مشترک معادله را می‌یابیم:

$$\frac{3x}{x+1} - \frac{2}{1-x} = \frac{4}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{x+1} - \frac{2}{1-x} - \frac{4}{x^2-1} = 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک }=(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{3x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{4}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x(x-1) + 2(x+1) - 4}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x + 2x + 2 - 4}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - x - 2}{(x+1)(x-1)} = 0$$

حال معادله صورت را حل می‌کنیم:

$$3x^2 - x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} \text{غ ق } x=1 \\ \text{ق ق } x = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

دقت کنید که  $x=1$  ریشه قابل قبول معادله نیست، زیرا ریشه مخرج عبارت گویا می‌باشد.

۴

۳

۲

۱ ✓



۲۳- گزینه «۴»

(هاشم زمانیان، مفهوم تابع، صفحه ۴۰ تا ۴۹)

نمودار یک رابطه زمانی تابع است که هر خط موازی محور  $y$  ها آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند. که با توجه به این تعریف، نمودار گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» تابع نیستند و فقط نمودار مربوط به گزینه «۴» یک تابع است.

۴

۳

۲

۱

۲۴- گزینه «۴»

(مهم‌گورری، نمودار تابع خطی، صفحه ۵۶ تا ۶۲)

با توجه به ضابطه تابع که بر حسب  $f(0)$  می‌باشد، ابتدا با جایگذاری  $x=0$  در ضابطه تابع مقدار  $f(0)$  را می‌یابیم:

$$f(x) = ax + 3 + 2f(0) \xrightarrow{x=0} f(0) = a \times (0) + 3 + 2f(0)$$

$$\Rightarrow f(0) = 3 + 2f(0) \Rightarrow f(0) - 2f(0) = 3 \Rightarrow -f(0) = 3 \Rightarrow f(0) = -3$$

حال با جایگذاری  $f(0)$  در ضابطه تابع و رابطه  $f(-2) = 2f(0)$  داریم:

$$f(-2) = 2 \times (-3) = -6$$

$$f(x) = ax + 3 + 2 \times (-3) \Rightarrow f(x) = ax - 3 \xrightarrow{x=-2}$$

$$f(-2) = a \times (-2) - 3 = -2a - 3 \xrightarrow{f(-2)=-6} -2a - 3 = -6$$

$$\Rightarrow -2a = -6 + 3 \Rightarrow -2a = -3 \Rightarrow a = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

ضابطه تابع به فرم  $f(x) = \frac{3}{2}x - 3$  است و  $f(1)$  برابر است با:

$$f(1) = \frac{3}{2} \times (1) - 3 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$

۴

۳

۲

۱

۲۵- گزینه «۱»

(امیر محمودیان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

اگر ضابطه تابع سهمی را به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در نظر بگیریم، با توجه به نمودار، سهمی داده شده از مبدأ مختصات عبور می‌کند، در نتیجه  $f(0) = 0$ .

$$f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{x=0} 0 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 0$$

با توجه به نمودار، طول رأس سهمی  $x = 2$  است، با توجه به رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  داریم:

$$x = -\frac{b}{2a} \xrightarrow{x=2} 2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -4a \quad (1)$$

از طرفی به ازای  $x = 2$  مقدار سهمی برابر  $-4$  است. با جایگذاری  $x = 2$  در ضابطه تابع، داریم:

$$f(2) = -4 \xrightarrow{x=2} a(2)^2 + b(2) = -4 \Rightarrow 4a + 2b = -4$$

$$\Rightarrow 2a + b = -2 \xrightarrow{(1)} 2a - 4a = -2 \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} b = -4$$

پس ضابطه تابع به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = x^2 - 4x$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 4(-3) = 9 + 12 = 21$$

۴

۳

۲

۱ ✓

۲۶- گزینه «۴»

(امیر زراندوز، گردآوری داده‌ها، صفحه ۸۰ تا ۸۴)

متغیرهای ذکر شده در گزینه‌های «۱» تا «۳» همگی از نوع کیفی و مقیاس اندازه‌گیری آنها ترتیبی است و تنها متغیر ذکر شده در گزینه «۴» متغیر کیفی اسمی است.

۴ ✓

۳

۲

۱

برای بدست آوردن میانه، ابتدا می‌بایست داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، دقت کنید که چون مقدار  $x$  را نمی‌دانیم ابتدا آن را در داده‌ها در نظر نمی‌گیریم، از طرفی می‌دانیم تعداد داده‌ها زوج است، پس میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$۵, ۷, ۸, ۱۰, ۲۰, ۲۵, ۳۱$$

$x$  نمی‌تواند بعد از ۲۰ و قبل از ۱۰ باشد چون در این صورت میانه برابر ۱۵ می‌شود، پس باید بین ۱۰ و ۲۰ قرار گیرد.

$$۵, ۷, ۸, \quad \underbrace{۱۰, x}_{\text{میانگین}}, \quad ۲۰, ۲۵, ۳۱$$

$$\text{میانگین} = \frac{۱۰+x}{۲} = ۱۲ \rightarrow x = ۱۴$$

حال میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{۵+۷+۸+۱۰+۱۴+۲۰+۲۵+۳۱}{۸} = \frac{۱۲۰}{۸} = ۱۵$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



در حالت اول که اختلاف داده‌ها از میانگین داده شده است، واریانس را می‌یابیم:

$$\sigma_1^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 0^2 + (1)^2 + (4)^2}{5} = \frac{9+4+0+1+16}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

در حالت دوم که سه داده ۱۰، ۱۴ و ۱۸ را به داده‌های اولیه اضافه می‌کنیم، میانگین

تغییری نمی‌کند. فرض می‌کنیم میانگین داده‌ها  $\bar{x}$  باشد در این صورت کل داده‌ها به

صورت زیر می‌باشند:

$$-3 + \bar{x}, -2 + \bar{x}, 0 + \bar{x}, 1 + \bar{x}, 4 + \bar{x}, 10, 14, 18$$

میانگین این ۸ داده باز هم  $\bar{x}$  است، لذا داریم:

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{-3 + \bar{x} - 2 + \bar{x} + \bar{x} + 1 + \bar{x} + 4 + \bar{x} + 10 + 14 + 18}{8}$$

$$\Rightarrow 8\bar{x} = 5\bar{x} + 42 \Rightarrow 3\bar{x} = 42 \Rightarrow \bar{x} = 14$$

حال واریانس داده‌های جدید برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 0^2 + (1)^2 + (4)^2 + (10-14)^2 + (14-14)^2 + (18-14)^2}{8}$$

$$= \frac{9+4+0+1+16+16+0+16}{8} = \frac{62}{8} = \frac{31}{4} = 7.75$$

پس واریانس نسبت به حالت قبل  $\sigma_2^2 - \sigma_1^2 = 7.75 - 6 = 1.75$  افزایش می‌یابد.

۴ ✓

۳

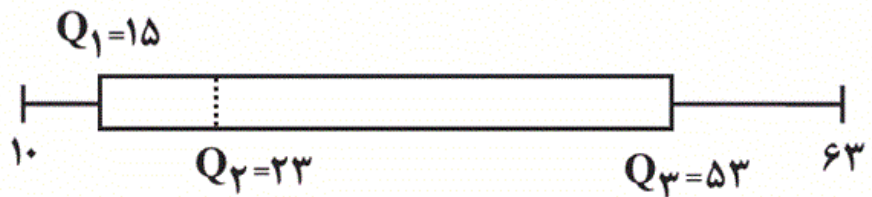
۲

۱

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را می‌یابیم، تعداد داده‌ها فرد است، پس میانه یا چارک دوم همان داده وسط است.

۱۰, ۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۲, ۵۳, ۵۵, ۶۰, ۶۳  
 $\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $Q_1$                        $Q_2$                        $Q_3$

حال نمودار جعبه‌ای حاصل را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید میانه به چارک اول نزدیک‌تر و دنباله سمت چپ جعبه کوتاه‌تر از دنباله سمت راست آن است.

۴

۳

۲

۱

تعداد متغیرها ۴ تا است، پس تعداد شعاع‌های نمودار راداری ۴ تا است و زاویه بین

شعاع‌ها برابر است با:  $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ . برای رسم نمودار نیز مقدار متغیر هر مشاهده را

به بیشینه مقدار آن تقسیم می‌کنیم و عدد آن را روی هر یک از شعاع‌های نمودار راداری مشخص می‌کنیم و نقاط را به هم وصل می‌کنیم تا شکل آن پدید آید.

متغیر	مشاهده A	مشاهده B	مشاهده A بیشینه	مشاهده B بیشینه
$x_1$	۳	۴	$\frac{3}{5} = 0/6$	$\frac{4}{5} = 0/8$
$x_2$	۰/۴	۰/۸	$\frac{0/4}{1} = 0/4$	$\frac{0/8}{1} = 0/8$
$x_3$	۸۰	۱۲۰	$\frac{80}{200} = 0/4$	$\frac{120}{200} = 0/6$
$x_4$	۰/۲۵	۰/۷۵	$0/25$	$0/75$

