



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

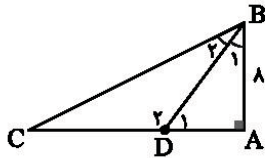


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۷۱- در یک نظرسنجی از ۱۲۰ نفر در شهر تهران، مشخص شد که ۷۲ نفر در یک هفته گذشته از مترو و ۴۹ نفر از اتوبوس استفاده کرده‌اند. همچنین ۲۴ نفر از آن‌ها اعلام کرده‌اند که در این مدت از هر دو وسیله نقلیه استفاده کرده‌اند. چند نفر دقیقاً از یکی از این دو وسیله استفاده کرده‌اند؟

- ۵۶ (۱)  
۶۸ (۲)  
۷۳ (۳)  
۵۲ (۴)

۷۲- در شکل زیر، زاویه A برابر  $90^\circ$  و  $\sin \hat{D}_1 = 0/8$  است. اگر  $\hat{C} = \hat{B}_1$  باشد،  $\tan \hat{C}$  کدام خواهد بود؟



- ۰/۳۵ (۱)  
۰/۷۵ (۲)  
۰/۵ (۳)  
۰/۶ (۴)

۷۳- اگر  $45^\circ < \theta < 60^\circ$  و  $m = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$  باشد، حدود m کدام است؟

- $0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)  
 $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  
 $0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  
 $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$  (۴)

۷۴- حاصل عبارت  $\cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$  کدام است؟

- ۱ (۱)  
صفر (۲)  
۲ (۴)  
۱ (۳)

۷۵- کدام گزینه برابر با کسر  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}$  است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$       (۲)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$
- (۳)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$       (۴)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

۷۶- به ازای چه حدودی از  $m$  عبارت  $\frac{(m+2)x^2 + 2mx + m - 1}{-x^2 + 3x - 4}$  همواره منفی است؟

- (۱)  $-2 < m$       (۲)  $-2 < m < 2$
- (۳)  $2 < m$       (۴)  $m < 2$

۷۷- دامنه یک تابع  $29 - 5n$  عضو و برد آن  $2n + 7$  عضو دارد. چند عدد طبیعی برای  $n$  وجود دارد؟

- (۱) ۲      (۲) ۳
- (۳) ۴      (۴) ۱

۷۸- گل‌فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق می‌تواند دسته‌گل‌های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

- (۱) ۱۲۶      (۲) ۱۴۰
- (۳) ۱۵۴      (۴) ۱۶۸

۷۹- در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۴ رنگ (زرد، سبز، سفید و مشکی)، ۳ مدل و ۵ حجم موتور مختلف و دو نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. چند نوع از این اتومبیل با رنگ سفید یا مشکی و با دنده اتوماتیک تولید می‌شود؟

- (۱) ۱۵      (۲) ۶۰
- (۳) ۱۲۰      (۴) ۳۰

۸۰- اگر در یک سالن دو ردیف صندلی و هر ردیف شامل ۷ صندلی باشد، به چند طریق ۵ دانش‌آموز اول دبیرستان و ۴ دانش‌آموز دوم دبیرستان می‌توانند روی آن‌ها بنشینند طوری که اولی‌ها در ردیف اول باشند؟

- (۱)  $12 \times 9!$       (۲)  $21 \times 9!$
- (۳) ۷۲۵      (۴)  $P(7,5)P(7,4)$

۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر، شامل متغیرهای کمی پیوسته، کیفی اسمی و کیفی ترتیبی است؟

- (۱) رنگ چشم افراد - فصل‌های سال - وضعیت اشتغال جوانان  
 (۲) مدرک تحصیلی کارمندان یک شرکت - گروه خونی دانش‌آموزان - تعداد ماشین‌های موجود در پارکینگ  
 (۳) وضعیت مسکن افراد - طول قد افراد جامعه - مراحل بلوغ یک انسان  
 (۴) تعداد مکالمات تلفنی - مساحت یک قطعه زمین - نوع درختان موجود در باغ

۶۲- مساحت محصور بین تابع  $y = |x - 2| - 3$  و محور  $x$  ها کدام است؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۴/۵  
 (۳) ۹  
 (۴) ۱۰/۵

۶۳- اگر  $\tan x = -2$  باشد، حاصل  $A = \frac{2 \sin x - \cos x}{3 \cos x + 5 \sin x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{7}$   
 (۲)  $-\frac{3}{7}$   
 (۳)  $\frac{3}{7}$   
 (۴)  $-\frac{5}{7}$

۶۴- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2 - 9}{3x + 1} \geq 1$  را به صورت  $[a, b) \cup [c, +\infty)$  نشان دهیم، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{3}$   
 (۲)  $\frac{7}{3}$   
 (۳)  $-\frac{10}{3}$   
 (۴)  $-\frac{7}{3}$

۶۵- متمم مجموعه  $(A' \cap B) \cap (A - B)$  کدام است؟ ( $U$  مجموعه مرجع است.)

- (۱)  $\emptyset$   
 (۲)  $U$   
 (۳)  $A' \cap B'$   
 (۴)  $A' \cup B'$

۶۶- یک تاس آبی و یک تاس قرمز را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهر شده روی تاس آبی بزرگ‌تر از عدد ظاهر شده روی تاس

قرمز نیست؟

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{7}{12}$

(۳)  $\frac{5}{9}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۶۷- با حروف کلمه «اردیبهشت»، چند کلمه ۴ حرفی و بدون تکرار حروف می‌توان نوشت، به طوری که حروف «ب» و «ت» کنار یکدیگر باشند؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۶۰

(۴) ۱۸۰

۶۸- با حروف  $AAAAABCDEFGFG$  چند کلمه ۱۱ حرفی، بدون توجه به معنی کلمه، می‌توان ساخت به طوری که هیچ دو  $A$  ای مجاور هم نباشند؟

(۱)  $6!$

(۲)  $21 \times 6!$

(۳)  $25 \times 6!$

(۴)  $15 \times 5!$

$$f(x) = \begin{cases} -x+3 & 2 < x < 4 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x+3 & -5 \leq x < -4 \end{cases}$$

۶۹- در تابع با ضابطه اشتراک دامنه و برد شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۷۰- اگر جملات دوم، چهارم و دوازدهم یک دنباله حسابی سه جمله متوالی یک دنباله هندسی با جملات متمایز باشند، قدرنسبت دنباله

هندسی کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۴

(۳) ۴

(۴) ۳

دهم: هندسه ۱ - گواه ۱۰ - سوال

۸۱- در مثلث  $ABC$  ( $AB = AC$ )،  $\hat{A} = 80^\circ$  و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده  $BC$  را در  $M$  و  $N$  قطع می‌کند. کوچک‌ترین

زاویه مثلث  $AMN$  چند درجه است؟

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

۸۲- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، یک قضیه شرطی نیست؟

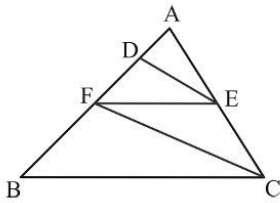
(۱) مساحت‌های هر دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

(۲) اگر سه ضلع مثلثی برابر باشند، آنگاه هر زاویه آن  $60^\circ$  است.

(۳) مثلثی که دو زاویه برابر دارد، دارای دو ضلع برابر است.

(۴) در یک مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر است.

۸۳- در شکل زیر،  $BC \parallel EF$  و  $DE \parallel FC$  است. اگر  $AD = 3$  و  $DF = 6$ ، آن گاه  $BC$  چند برابر  $EF$  است؟



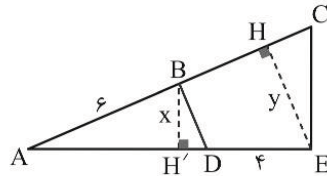
(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۲/۷۵

(۴) ۳

۸۴- در شکل زیر  $AD = 8$ ،  $DE = 4$ ،  $AB = 6$  و  $BC = 10$ ، نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{5}{9}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۸۵- در مثلث  $ABC$   $\hat{A} = 70^\circ$ ،  $\hat{B} = 50^\circ$  و  $AB = 18$  و در مثلث  $MNP$   $\hat{M} = 70^\circ$  و  $\hat{N} = 60^\circ$  است. اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $\frac{9}{4}$  مساحت مثلث  $MNP$  باشد، ضلع  $MP$  چقدر است؟

(۲) ۱۶

(۱) ۱۲

(۴) ۲۷

(۳) ۲۴

۸۶- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌های میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و  $2\sqrt{2}$  است، اندازه ضلع متوسط این مثلث کدام است؟

(۲)  $2\sqrt{5}$

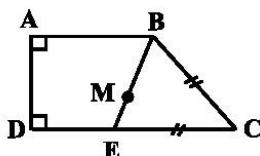
(۱)  $3\sqrt{2}$

(۴)  $3\sqrt{3}$

(۳)  $2\sqrt{6}$

۸۷- در شکل زیر، چهارضلعی  $ABCD$  دوزنقه قائم‌الزاویه است و  $CB = CE$ . مجموع فواصل نقطه  $M$  از دو خط  $CB$  و  $CE$  برابر با کدام

است؟



(۱)  $DE$

(۲)  $BC$

(۳)  $BE$

(۴)  $AD$

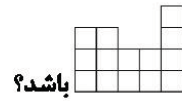
۸۸- اگر سه صفحه متمایز همگی بر صفحه P عمود باشند، آن گاه فصل مشترک‌های دوجه‌دوی این سه صفحه متمایز، کدام وضعیت را نمی‌پذیرد؟

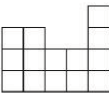
(۱) فصل مشترک ندارند.

(۲) منطبق

(۳) موازی

(۴) متقاطع



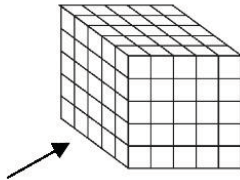
۸۹- در شکل زیر حداکثر چه تعداد از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت  باشد؟

(۱) ۱۱۱

(۲) ۱۱۲

(۳) ۱۱۰

(۴) ۱۲۰



۹۰- دو کره به مراکز O و O' و شعاع‌های ۲۰ و ۱۵ سانتی‌متر مفروض‌اند. اگر فاصله O تا O' برابر ۲۵ سانتی‌متر باشد، مساحت سطح مقطع

حاصل از برخورد این دو کره چند سانتی‌متر مربع است؟

(۱)  $28\pi$

(۲)  $196\pi$

(۳)  $144\pi$

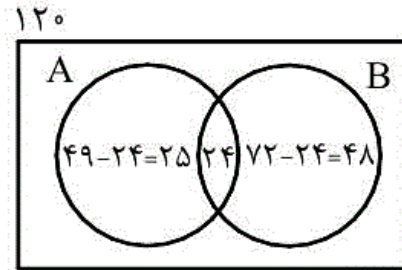
(۴)  $169\pi$



۷۱- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

نمودار ون به صورت زیر خواهد بود:



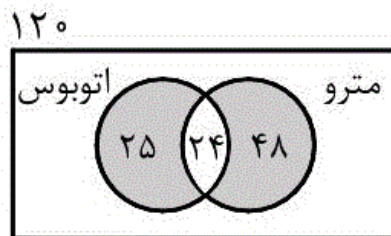
A : اتوبوس

B : مترو

مجموعه افرادی که دقیقاً از یکی از این دو وسیله استفاده کرده‌اند، معادل

است با مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  یعنی فقط اتوبوس یا فقط مترو

که در نمودار زیر سایه زده شده است:



$۲۵ + ۴۸ = ۷۳ =$  تعداد نفراتی که دقیقاً از یکی از این دو وسیله استفاده کرده‌اند.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\sin D_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{BD} = 0.8 \Rightarrow BD = 10$$

با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$AD^2 = BD^2 - AB^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

از طرفی  $\hat{B}_2 = \hat{C}$  است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است،

یعنی  $BD = CD$ ، پس:

$$CD = BD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 6 + 10 = 16$$

و در نتیجه در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

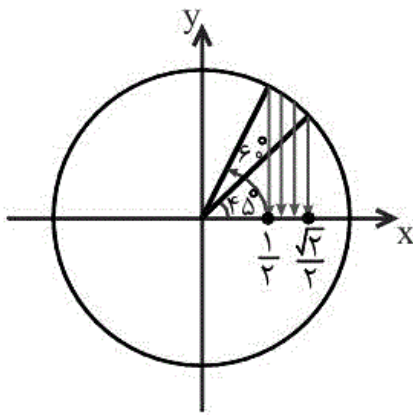
(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$45^\circ < \theta < 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\times(-\sqrt{2})} -1 < -\sqrt{2} \cos \theta < -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{+1} 0 < 1 - \sqrt{2} \cos \theta < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۴- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$$\cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$$

$$= \cos^2 \theta \left(1 + \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) + (\cos^2 \theta - 1)$$

$$= \cos^2 \theta + \cos^2 \theta \times \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \cos^2 \theta - 1$$

$$= \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 1 = 2 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta - 1$$

$$= 2(\underbrace{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}_1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا اعداد ۵۴ و ۲۵۰ را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}} = \frac{1}{\sqrt{3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2}}} = \frac{1}{\sqrt{8\sqrt[3]{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{8^3 \times 2}}} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{210}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[6]{210}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^6 \times 3^2}} = \frac{1}{2\sqrt[6]{2^2}} \end{aligned}$$

صورت و مخرج کسر را در  $\sqrt[6]{2^2}$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[6]{2^2}} \times \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[6]{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - صفحه‌های ۴۱ تا ۵۱ و ۶۵ تا ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۷۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

عبارت مخرج کسر همواره منفی است، زیرا در معادله آن  $\Delta < 0$  و ضریب  $x^2$ ، منفی است.

$$\Delta_{\text{مخرج}} = 3^2 - 4 \times (-4) \times (-1) = 9 - 16 = -7 < 0$$

$$-1 < 0 = \text{ضریب } x^2 \text{ در مخرج کسر}$$

برای آن که مقدار کسر، همواره منفی باشد، باید عبارت صورت کسر همواره مثبت باشد، پس:

$$(1) \quad m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad \text{ضریب } x^2 \text{ در صورت کسر}$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1)(m+2) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 < 0 \Rightarrow 8 < 4m \Rightarrow 2 < m \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (1) و (2)}} 2 < m$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

۷۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

باید تعداد اعضای دامنه، بزرگتر یا مساوی تعداد اعضای برد باشد، پس:

$$29 - 5n \geq 3n + 7 \Rightarrow 8n \leq 22 \Rightarrow n \leq \frac{22}{8}$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1 \text{ یا } n = 2$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲

۱

**۷۸- گزینه «۳»**

(کتاب آبی)

با انتخاب ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه گل از بین ۸ شاخه گل مختلف، طبق اصل جمع خواهیم داشت:

$$\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7}{2 \times 1}$$

$$\underbrace{\binom{8}{4}}_{\binom{8}{2}} + \underbrace{\binom{8}{5}}_{\binom{8}{3}}$$

$$= 70 + 56 + 28 = 154$$

توجه: از تساوی  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$  برای ساده‌تر کردن محاسبات

استفاده کردیم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱**۷۹- گزینه «۴»**

(کتاب آبی)

برای رنگ‌ها، دو حالت (سفید یا مشکی) انتخاب داریم. برای مدل ۳ حالت، برای حجم موتور ۵ حالت و برای دنده تنها یک حالت (اتوماتیک) انتخاب داریم. بنابراین:

$$تعداد کل حالات = 2 \times 3 \times 5 \times 1 = 30$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

**۸۰- گزینه ۲»**

(کتاب آبی)

ابتدا ۵ دانش آموز اول دبیرستان را در ۷ صندلی ردیف اول جای می‌دهیم که این کار به  $P(7, 5)$  حالت امکان پذیر است. حال که ۵ دانش آموز اولی در ردیف اول نشسته‌اند، ۹ صندلی (۲ صندلی ردیف اول و ۷ صندلی ردیف دوم) خالی مانده است. برای نشستن ۴ دانش آموز دوم دبیرستان روی این ۹ صندلی،  $P(9, 4)$  حالت امکان پذیر است. بنابراین تعداد حالت‌ها به کمک اصل ضرب برابر می‌شود با:

$$P(7, 5) \times P(9, 4) = \frac{7!}{2!} \times \frac{9!}{5!} = \frac{7! \times 9!}{5! \times 2!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5! \times 9!}{2 \times 5!} = 21 \times 9!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱**۶۱- گزینه ۳»**

(ویدئو راهتی)

وضعیت مسکن افراد: کیفی اسمی

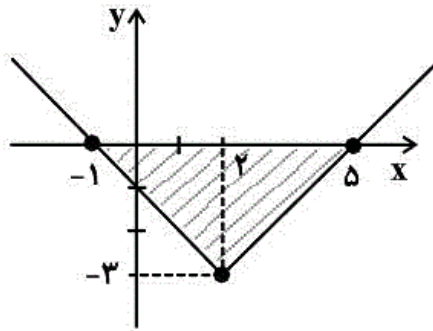
طول قد افراد جامعه: کمی پیوسته

مراحل بلوغ یک انسان: کیفی ترتیبی

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(وعید راقتی)



محل برخورد با محور X ها  $y = 0 \Rightarrow |x - 2| - 3 = 0$

$$|x - 2| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 \Rightarrow x = 5 \\ x - 2 = -3 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

مثلث محصور شده

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(وعید راقتی)

$$A = \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{3 \cos x}{\cos x} + \frac{\Delta \sin x}{\cos x}} = \frac{2 \tan x - 1}{3 + \Delta \tan x} = \frac{2(-2) - 1}{3 + 5(-2)} = \frac{5}{7}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$\frac{x^2 - 9}{3x + 1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 9}{3x + 1} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 9 - 3x - 1}{3x + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 10}{3x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x - 5)(x + 2)}{3x + 1} \geq 0$$

|       |    |      |   |
|-------|----|------|---|
| x     | -2 | -1/3 | 5 |
| عبارت | -  | +    | - |
|       |    | ت    | ن |

$$\Rightarrow x \in [-2, -\frac{1}{3}) \cup [5, +\infty) = [a, b) \cup [c, +\infty)$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3}, c = 5 \Rightarrow a + b + c = \frac{8}{3}$$

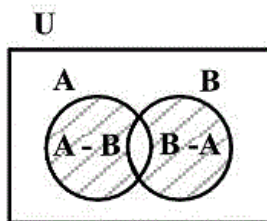
(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓



می‌دانیم:

$$A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

$$(A' \cap B) \cap (A - B) = (B - A) \cap (A - B) = \emptyset \quad (\text{طبق نمودار وون})$$

$$\emptyset' = U \quad \text{مجموعه مرجع}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

در پرتاب دو تاس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای ۳۶ حالت خواهد بود که در ۶ حالت اعداد ظاهر شده روی دو تاس برابرند و در ۱۵ حالت اعداد ظاهر شده روی تاس قرمز بیشتر از اعداد ظاهر شده روی تاس آبی خواهد بود. لذا داریم:

$$\text{تعداد کل حالات مطلوب} = ۶ + ۱۵ = ۲۱$$

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{۲۱}{۳۶} = \frac{۷}{۱۲}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

راه حل اول:

$$\begin{array}{l}
 \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 = 60 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 = 60 \\
 \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 = 60
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 \\ \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 \\ \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_6 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad\quad}_1 \end{array}} \right\} \Rightarrow 60 + 60 + 60 = 180$$

حروف ب و ت

راه حل دوم: حروف «ب» و «ت» انتخاب شده‌اند، ابتدا از ۶ حرف

باقیمانده ۲ حرف دیگر انتخاب می‌کنیم که به  $\binom{6}{2} = 15$  حالت ممکن

است. حروف «ب» و «ت» را در یک بسته فرضی قرار می‌دهیم که این

بسته با دو حرف دیگر ۳! جایگشت دارد. همچنین در این بسته، حروف

«ب» و «ت» در کنار هم به ۲! حالت جابه‌جا می‌شوند. پس تعداد کل

حالت‌ها طبق اصل ضرب برابر است با:

$$\binom{6}{2} \times 3! \times 2! = 15 \times 6 \times 2 = 180$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۸- گزینه «۲»

(راور بوالهسنی)

ابتدا حروف □ B □ C □ D □ E □ F □ G □ را به ۶! حالت می‌چینیم. حال از بین ۷ جای خالی ۵ جای خالی را انتخاب کرده و AAAAA را به یک طریق می‌چینیم.

$$6! \times \binom{7}{5} = 6! \times \frac{7 \times 6}{2} = 21 \times 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

□۴

□۳

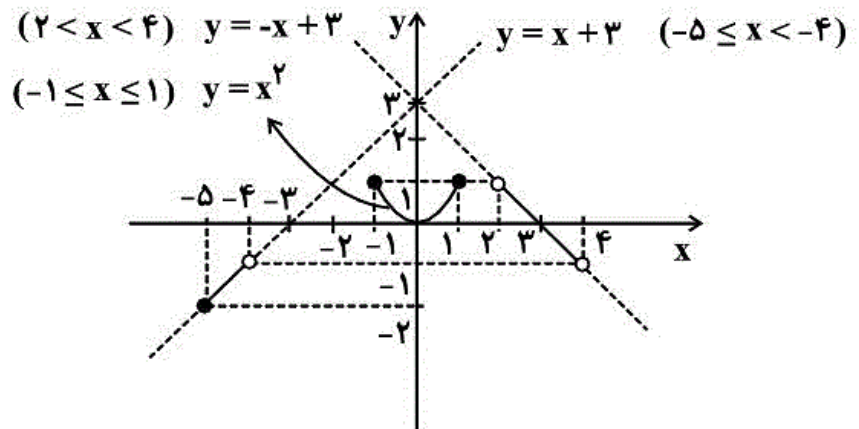
□۲✓

□۱

۶۹- گزینه «۳»

(مجتبی نادری)

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم و از روی نمودار دامنه و برد آن را مشخص می‌کنیم.



$$\begin{cases} D_f = [-5, -4) \cup [-1, 1] \cup (2, 4) \\ R_f = [-2, 1] - \{-1\} \end{cases} \Rightarrow D_f \cap R_f = (-1, 1)$$

اشتراک دامنه و برد شامل اعداد صحیح ۰ و ۱ است.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

$$a_2, a_4, a_{12} \Rightarrow (a_4)^2 = (a_2)(a_{12})$$

$$\Rightarrow (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 6a_1d + 9d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 11d^2$$

$$-6a_1d = 2d^2 \Rightarrow d = -3a_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 + d = -2a_1 \\ a_4 = a_1 + 3d = -8a_1 \\ a_{12} = a_1 + 11d = -32a_1 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{-8a_1}{-2a_1} = 4$$

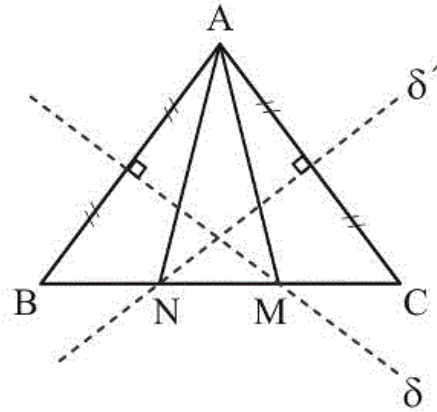
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



$$\hat{A} = 80^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180 - \hat{A}}{2} = 50^\circ$$

هر نقطه واقع بر عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \\ \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 50^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 80^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \\ \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 80^\circ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 20^\circ$$

بنابراین، کوچکترین زاویه مثلث AMN زاویه  $\hat{MAN} = 20^\circ$  است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

۸۲- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

عکس قضیه شرطی گزینه «۱» عبارت است از: «اگر مساحت‌های دو مثلث برابر یکدیگر باشند، آن دو مثلث همنهشت هستند» واضح است که این موضوع در حالت کلی صحیح نیست، پس نمی‌تواند یک قضیه شرطی باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه ۲۵)

۴

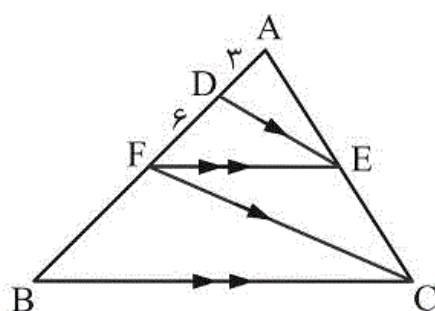
۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

۸۳- گزینه «۴»



$$\Delta AFC : DE \parallel FC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AF} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} (*)$$

$$\Delta ABC : FE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}}$$

$$\frac{FE}{BC} = \frac{AE}{AC} \xrightarrow{(*)} \frac{FE}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3FE$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

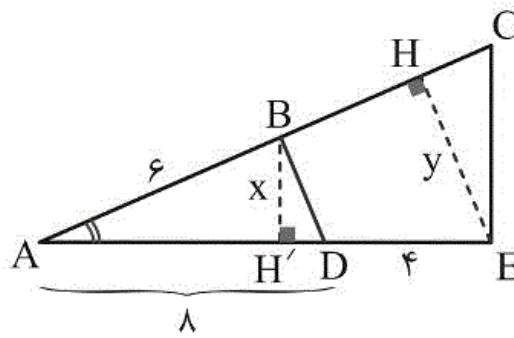
۴ ✓

۳

۲

۱

مطابق شکل، داریم:



$$\begin{cases} \widehat{AH'B} = \widehat{AHE} = 90^\circ \\ \widehat{A} \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \triangle ABH' \sim \triangle AEH$$

$$\Rightarrow \frac{BH'}{EH} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{8+4} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} \widehat{M} = 7^\circ \\ \widehat{N} = 6^\circ \\ \widehat{P} = 180^\circ - (\widehat{M} + \widehat{N}) = 5^\circ \end{cases}$$

ملاحظه می‌شود که زاویه‌های دو مثلث ABC و MPN، نظیر به نظیر با

هم برابرند، پس  $\triangle ABC \sim \triangle MPN$ ، حال اگر نسبت تشابه را k در نظر

بگیریم، داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MPN}} = k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

نسبت هر دو ضلع متناظر، برابر با نسبت تشابه است، پس:

$$k = \frac{AB}{MP} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{18}{MP} \Rightarrow MP = 12$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۵)

۴

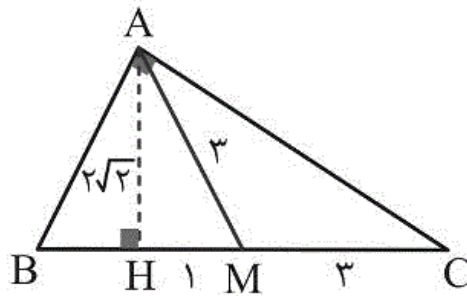
۳

۲

۱ ✓



با توجه به فرض مسئله، در شکل زیر  $AM = 3$  و  $AH = 2\sqrt{2}$  است.



با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHM$ ، داریم:

$$MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{9 - 8} = 1$$

چون  $AM = 3$  میانه وارد بر وتر است، پس:

$$CM = AM = 3$$

$$\Rightarrow CH = CM + MH = 3 + 1 = 4$$

$AC$  ضلع متوسط مثلث  $ABC$  است، با استفاده از قضیه فیثاغورس در

مثلث قائم‌الزاویه  $AHC$ ، داریم:

$$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{8 + 16} = 2\sqrt{6}$$

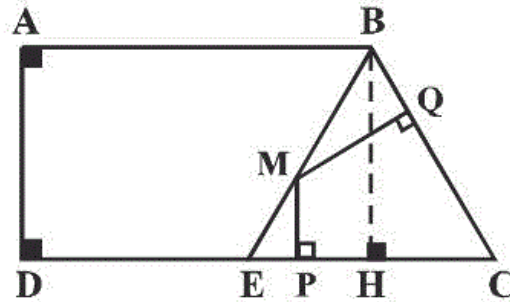
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها - صفحه ۶۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



در یک مثلث متساوی الساقین، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده مثلث از دو ساق، برابر با طول ارتفاع وارد بر ساق است، یعنی:

$$MP + MQ = BH$$

با توجه به نکته بالا، مجموع فاصله‌های نقطه  $M$  واقع بر قاعده مثلث متساوی الساقین  $CBE$  از  $BC$  و  $CE$ ، برابر با طول  $BH$  (ارتفاع وارد بر ساق) است. از طرفی دوزنقه  $ABCD$  قائم‌الزاویه است، پس مطابق شکل  $BH$  و  $AD$  برابر فاصله بین دو پاره خط موازی  $AB$  و  $CD$  هستند، پس:

$$BH = AD$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها - صفحه ۶۸)

 ۴ ✓

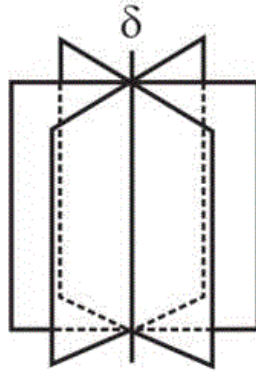
 ۳

 ۲

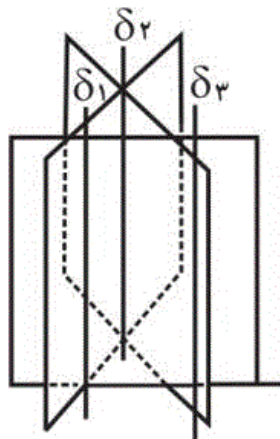
 ۱

با توجه به دو شکل زیر، فصل مشترک‌های این سه صفحه متمایز که هر سه بر صفحه  $P$  عمودند، نمی‌توانند به صورت دو به دو متقاطع باشند.

(الف) فصل مشترک‌ها بر هم منطبق



(ب) فصل مشترک‌های موازی



۴ ✓

۳

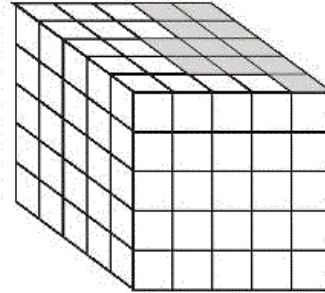
۲

۱

۸۹- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

برای به دست آوردن نمای بالای مورد نظر، کافی است در ستون‌هایی که مکعب کوچک بالایی آن‌ها با رنگ سفید نمایش داده شده، پایین‌ترین مکعب باقی بماند و در سایر ستون‌ها همگی مکعب‌های کوچک برداشته شود، بنابراین حداکثر مکعب‌های کوچکی که می‌توان برداشت، برابر است با:



$$125 - 14 = 111$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۴

۳

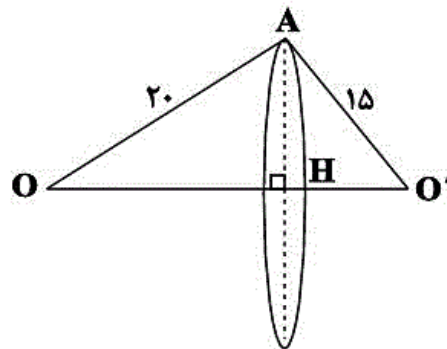
۲

۱ ✓

۹۰- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

چون  $25^2 = 15^2 + 20^2$ ، پس مثلث  $AOO'$  قائم‌الزاویه است. طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$AH \times 25 = 15 \times 20 \Rightarrow AH = \frac{15 \times 20}{25} = 12$$

$$\text{مساحت سطح مقطع دو کره} = \pi(12)^2 = 144\pi$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱