



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

...و

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۱۱- نقیض کدام گزاره درست نوشته نشده است؟

$$(1) \quad Z \subseteq R \xrightarrow{\text{نقیض}} Z \not\subseteq R$$

(۲)  $10$  عددی اول نیست.  $\xrightarrow{\text{نقیض}}$   $10$  عددی اول است.

(۳) عدد حقیقی  $a$  گویا است.  $\xrightarrow{\text{نقیض}}$  عدد حقیقی  $a$  گنگ است.

(۴)  $x = 1$  جواب معادله  $x + 1 = 0$  است.  $\xrightarrow{\text{نقیض}}$   $x = -1$  جواب معادله  $x + 1 = 0$  است.

۱۱۲- ارزش کدام گزاره مرکب صحیح است؟

(۱) حاصل جمع دو عدد اول، همواره عددی مرکب یا حاصل جمع هر دو عدد گنگ عددی گنگ است.

(۲)  $\pi$  عددی گنگ و در مثلث متساوی الساقین طول قاعده همواره از ساق‌ها کوچکتر است.

(۳)  $120$  عددی زوج است و  $120$  بر  $16$  و  $7$  بخش پذیر است.

(۴) به ازای  $n \in \mathbb{N}$  عبارت  $3^n + 1$  همواره عددی زوج و این عدد می تواند بر  $5$  نیز بخش پذیر باشد.

۱۱۳- اگر ارزش گزاره مرکب  $p \wedge (\sim p \vee q)$  درست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $(p \wedge \sim r) \vee (q \wedge r)$  کدام است؟ (  $r$  را گزاره‌ای

دلخواه در نظر بگیرید.)

(۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) همواره هم‌ارزش با  $r$  (۴) همواره هم‌ارزش با  $\sim r$

۱۱۴- اگر گزاره‌ای درست،  $p$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

$$(1) \quad (\sim p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r) \quad (2) \quad (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$$

$$(3) \quad (p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge q) \quad (4) \quad (\sim r \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$$

۱۱۵- کدام یک از گزینه‌های زیر هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  نیست؟

$$(1) \quad \sim p \vee q \quad (2) \quad \sim q \Rightarrow \sim p$$

$$(3) \quad (p \wedge \sim q) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \quad (4) \quad (p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$$

۱۱۶- نماد ریاضی عبارت «نصف مربع حاصل جمع دو عدد حقیقی متمایز، کوچکتر یا مساوی با مجموع مربعات آن دو عدد است.» کدام

است؟

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2 \leq (x+y)^2 \quad (2) \qquad \frac{(x+y)^2}{2} \leq x^2 + y^2 \quad (1)$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} \leq x^2 + y^2 \quad (4) \qquad \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} \leq (x+y)^2 \quad (3)$$

۱۱۷- در هر یک از گزینه‌های زیر تعدادی لیوان وجود دارد که در هر مورد تعدادی از لیوان‌ها وارونه قرار گرفته‌اند. اگر مجاز باشیم در هر بار

تنها حالت ۲ لیوان را تغییر دهیم، در کدام گزینه می‌توانیم با انجام تعدادی حرکت تمام لیوان‌ها را به حالت درست قرار دهیم؟ (لیوان

وارونه نداشته باشیم)

(۱) ۷ لیوان داریم که ۲ تای آن‌ها درست قرار گرفته‌اند. (۲) ۸ لیوان داریم که ۳ تای آن‌ها وارونه قرار گرفته‌اند.

(۳) ۶ لیوان داریم که یک لیوان وارونه قرار گرفته است. (۴) ۹ لیوان داریم که ۷ تای آن‌ها درست قرار گرفته‌اند.

۱۱۸- اگر تابع  $f = \{(3, m+n), (m, 2), (4, m-2)\}$  ثابت باشد، در این صورت مقدار  $n$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۱۹- اگر ضابطه  $f(x) = (2a-3)x + a - 2$  مربوط به یک تابع ثابت باشد، در این صورت حاصل  $f(-\sqrt{3}) + f(2)$  کدام است؟

(۱)  $-\sqrt{3} - 2$  (۲)  $-\sqrt{3} + 2$  (۳)  $-1$  (۴)  $-\sqrt{3} + 4$

۱۲۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & , x \geq 2 \\ 3 - 4x & , -1 < x < 2 \\ 4 & , x \leq -1 \end{cases}$ ، در این صورت حاصل  $f(\sqrt{5}) - f(-\frac{1}{2})$  کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۴ (۳)

۴ (۲)

-۳ (۱)

۱۱۱-

(هاشم زمانیان، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۴)

تنها نقیض گزارهٔ گزینهٔ «۴» درست نوشته نشده است و صورت صحیح آن به صورت  
« $x=1$  جواب معادلهٔ  $x+1=0$  نیست.» می‌باشد.

۴

۳

۲

۱

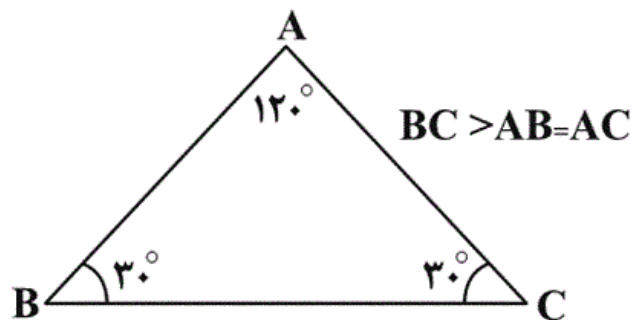
۱۱۲-

(مهمد بهیرایی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه ۲ تا ۶)

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: ترکیب فصلی دو گزاره است که ارزش هر دو گزاره نادرست است زیرا حاصل جمع دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد مانند دو عدد اول ۲ و ۳ که مجموعشان ۵ می‌شود که باز هم عددی اول است و هم‌چنین دو عدد گنگ  $\sqrt{2}$  و  $-\sqrt{2}$  که مجموعشان صفر می‌شود و عددی گویا است.

گزینهٔ «۲»: ترکیب عطفی دو گزاره است که گزارهٔ دوم همواره صحیح نیست زیرا در مثلث متساوی‌الساقین طول قاعده می‌تواند بزرگتر از ساق باشد مانند شکل زیر:



گزینهٔ «۳»: ترکیب عطفی دو گزاره است که عدد ۱۲۰ عددی زوج است ولی نه بر ۱۶ و نه بر ۷ بخش پذیر است پس این گزاره نادرست است.

گزینهٔ «۴»: به ازای هر عدد طبیعی  $3^n + 1$  همواره عددی زوج است که به ازای  $n=2$  حاصل آن ۱۰ می‌شود که بر ۵ نیز بخش پذیر است پس این گزاره عطفی دارای ارزش درست است.

۴

۳

۲

۱

ترکیب عطفی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که ارزش هر دو گزاره درست باشد، در این صورت داریم:

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv T \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T & (1) \\ \sim p \vee q \equiv T \xrightarrow{(1)} \sim T \vee q \equiv T \Rightarrow F \vee q \equiv T \\ \Rightarrow q \equiv T \end{cases}$$

حال ارزش گزاره مورد نظر را می‌یابیم:

$$(p \wedge \sim r) \vee (q \wedge r) \equiv (\underbrace{T \wedge \sim r}_{\sim r}) \vee (\underbrace{T \wedge r}_r) \equiv \sim r \vee r \equiv T$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ارزش گزاره‌های هر یک از گزینه‌ها را می‌یابیم:

$$1) (\sim p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r) \equiv (\underbrace{\sim T \wedge r}_F) \Leftrightarrow (F \vee r) \equiv F \Leftrightarrow r \equiv \sim r$$

$$2) (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv (\underbrace{F \Rightarrow r}_{\text{به انتقای مقدم T}}) \Rightarrow (\underbrace{T \wedge \sim F}_T) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

$$3) (p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge q) \equiv (\underbrace{T \Leftrightarrow F}_F) \vee (\underbrace{r \wedge F}_F) \equiv F \vee F \equiv F$$

$$4) (\sim r \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\underbrace{\sim r \Rightarrow F}_r) \wedge (\underbrace{T \Rightarrow \sim F}_T) \equiv r$$

۴

۳

۲ ✓

۱

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزاره‌های تمام گزینه‌ها را می‌یابیم و با ارزش گزاره صورت سؤال مقایسه می‌کنیم:

p	q	~p	~q	p ⇒ q	~p ∨ q	~q ⇒ ~p	p ∧ ~q	q ∧ ~p
T	T	F	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	F	F

(۱)                      (۲)

(p ∧ ~q) ⇒ (q ∧ ~p)	p ∨ q	~p ∧ q	(p ∨ q) ⇒ (~p ∧ q)
T	T	F	F
F	T	F	F
T	T	T	T
T	F	F	T

(۳)                      (۴)

همان‌طور که از جدول مشاهده می‌کنیم هم‌ارز گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$ ، گزاره‌های گزینه‌های ۱ تا ۳ می‌باشند و هم‌ارز گزاره گزینه «۴»  $\sim p$  می‌باشد.

- ۱                       ۲                       ۳                       ۴

اگر هر دو عدد را به ترتیب با نماد  $x$  و  $y$  نشان دهیم، مربع حاصل جمع دو عدد

$(x+y)^2$  و نصف آن معادل  $\frac{(x+y)^2}{2}$  است و مجموع مربعات آنها یعنی

$$\frac{(x+y)^2}{2} \leq x^2 + y^2 \quad \text{بنابراین داریم: } x^2 + y^2$$

- ۱                       ۲                       ۳                       ۴

برای پاسخ دادن به سؤال به تعداد لیوان‌های وارونه هر گزینه نیاز داریم. جواب صحیح گزینه‌ای است که تعداد لیوان‌های وارونه آن عددی زوج باشد.

گزینه «۱»: ۵ لیوان وارونه

گزینه «۲»: ۳ لیوان وارونه

گزینه «۳»: ۱ لیوان وارونه

گزینه «۴»: ۲ لیوان وارونه

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

در نمایش زوج مرتبی تابع ثابت، مؤلفه دوم تمام زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابر است، لذا داریم:

$$f = \{(3, m+n), (m, 2), (4, m-2)\} \Rightarrow m+n = 2 = m-2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-2=2 \Rightarrow m=4 & (1) \\ m+n=2 \xrightarrow{(1)} 4+n=2 \Rightarrow n=2-4=-2 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱



(شقایق راهبریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۶ و ۲۷)

ضابطه تابع ثابت به صورت  $f(x) = C$  است که ضابطه آن همواره مستقل از  $x$  است و در ضابطه آن هیچ تابع یا ضربی از  $x$  وجود ندارد پس می‌بایست در تابع  $f(x)$  ضریب مربوط به  $x$  صفر باشد، در نتیجه داریم:

$$f(x) = (2a - 3)x + a - 2 \xrightarrow{\text{ضریب } x \text{ باید صفر باشد}} 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

حال با جایگذاری  $a = \frac{3}{2}$  در ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = (2 \times \frac{3}{2} - 3)x + \frac{3}{2} - 2 = 0 \times x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت  $f(x) = -\frac{1}{2}$  است که به ازای هر مقدار ورودی، مقدار خروجی همواره  $-\frac{1}{2}$  است، پس داریم:

$$f(-\sqrt{3}) + f(2) = -\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۲۰

(هادی پلاور، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه ۲۷ تا ۲۹)

با توجه به ضابطه تابع چون  $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$  است، لذا  $f(\sqrt{5})$  را از ضابطه اول و چون  $-1 < -\frac{1}{2} < 2$ ، پس  $f(-\frac{1}{2})$  را از ضابطه دوم می‌یابیم، حال داریم:

$$f(\sqrt{5}) = 2 \times (\sqrt{5})^2 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 3 - 4 \times (-\frac{1}{2}) = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$$

$$f(\sqrt{5}) - f(-\frac{1}{2}) = 9 - 5 = 4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱