



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

دهم: ریاضی ۱-۱۰ سوال

۱۰۱- اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه لزوماً متناهی است؟

- (۱) $B - A$ (۲) $A - B$ (۳) $A \cap B$ (۴) هیچ کدام

۱۰۲- مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 2x - 1 < 5\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq 2x \leq b\}$ مفروض است. اگر $(A - B) \cap C = [a, \frac{1}{4}]$

باشد، کدام رابطه بین a و b برقرار است؟

- (۱) $a - b = -1$ (۲) $a + b = 0$ (۳) $2b + a = 1$ (۴) $a = \frac{b}{2}$

۱۰۳- در یک نظرسنجی از ۱۰۰ دانش‌آموز، ۶۳ نفر علاقه‌مند به درس ریاضی و ۶۹ نفر علاقه‌مند به درس فیزیک هستند. اگر ۱۲ نفر فقط به یکی از دو

درس علاقه‌مند باشند، چند نفر از دانش‌آموزان به هیچ کدام از این دو درس علاقه‌مند نیستند؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۱۰۴- در یک دنباله، رابطه $a_n = \begin{cases} 4n^2 + 1 & \text{فرد } n \\ 2n - 1 & \text{زوج } n \end{cases}$ برقرار است. مجموع سه جمله اول این دنباله، چند برابر مجموع سه جمله دوم است؟ ($n \geq 1$)

- (۱) $\frac{119}{45}$ (۲) $\frac{143}{21}$ (۳) $\frac{45}{119}$ (۴) $\frac{21}{143}$

۱۰۵- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات چهارم و هفتم برابر ۲ و مجموع جملات نهم و دهم برابر ۳۴ است. در این دنباله، مجموع جملات منفی کدام

است؟

- (۱) -۴۴ (۲) -۴۵ (۳) -۳۸ (۴) -۴۲

۱۰۶- ساختمانی به ارتفاع ۴۰ متر در فاصله ۹ متری از دیوار قائمی، به ارتفاع ۴ متر قرار دارد. یک سیم را مطابق شکل، از روی زمین و مماس بر دیوار، به

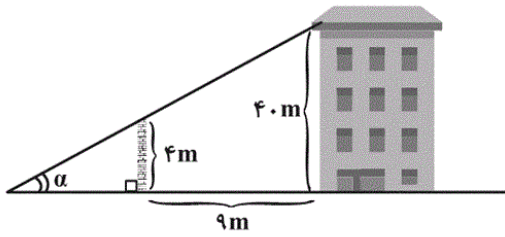
بالای ساختمان به صورت کشیده و صاف وصل می‌کنیم. اگر زاویه سیم با سطح زمین α باشد، آنگاه $\cos \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{\sqrt{13}}{13}$

(۳) $\frac{\sqrt{15}}{15}$

(۴) $\frac{\sqrt{17}}{17}$



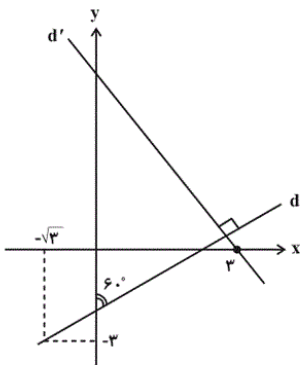
۱۰۷- با توجه به شکل روبه‌رو، مجموع عرض از مبدأهای دو خط d و d' کدام است؟

(۱) $3\sqrt{3} + 2$

(۲) $2\sqrt{3} + 3$

(۳) $3\sqrt{3} - 2$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3} - 2$



۱۰۸- اگر a و b اعداد طبیعی متوالی باشند و $a < \sqrt[3]{250} < b$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر بین دو عدد a و $2a - b$ قرار می‌گیرد؟

(۲) $\sqrt[3]{207}$

(۴) $\sqrt[3]{98}$

(۱) $\sqrt[3]{400}$

(۳) $\sqrt{70}$

۱۰۹- اگر رابطه مثلثاتی $\frac{A}{1 - \sin x} + \frac{B}{1 + \sin x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tan^2 x$ همواره برقرار باشد، مقدار $A - 2B$ کدام است؟ (مخرج کسرها مخالف صفر است.)

(۴) $-\frac{1}{4}$

(۳) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $-\frac{1}{2}$

۱۱۰- حاصل عبارت $A = \frac{a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2}{a^3 - 2ab - a^2b + 2b^2}$ به ازای $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۱۱- چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی نیست؟

- الف) مجموعه اعداد طبیعی که مضرب ۴ باشند ولی مضرب ۲ نباشند.
 ب) مجموعه اعداد صحیح مثبتی که در تقسیم بر ۳، باقی‌مانده ۱ دارند.
 پ) مجموعه کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -۱
 ت) مجموعه اعداد گویایی که مربعشان با خودش برابر است.

(۱) یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) چهار تا

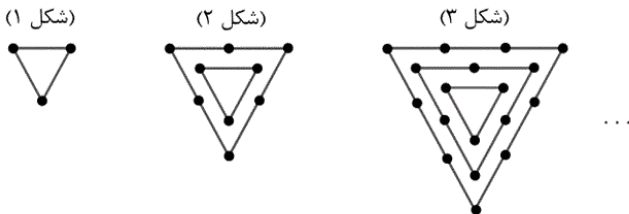
۱۱۲- اگر $A \cup B = (-3, 2]$ و $A - B = (1, 2]$ و $B - A = (-3, -1)$ ، آنگاه مجموعه A در \mathbb{Z} چند عضو دارد؟

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۱۳- اگر $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 3, 5\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ باشد، کدام عدد متعلق به مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B)$ نیست؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۱۴- با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند نقطه توپر تشکیل شده است؟



(۱) ۳۲
(۲) ۴۳
(۳) ۵۳
(۴) ۶۳

۱۱۵- دنباله‌های حسابی «... ۲، ۹، ۱۶، ۲۳» و «... ۱۲، ۱۷، ۲۲، ۲۷» چند عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ دارند؟

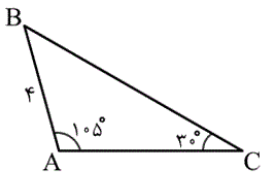
(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۱۶- نقطه $(-1, 0)$ روی دایره مثلثاتی را حول مبدأ مختصات به اندازه 120° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. مختصات نقطه جدید کدام است؟

(۱) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

(۳) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

۱۱۷- در شکل زیر، طول ضلع AC کدام است؟



(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $6\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $6\sqrt{3}$

۱۱۸- اگر $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه چهارم باشد، آنگاه مقدار عبارت $A = \sin\alpha - \cos\alpha$ کدام است؟

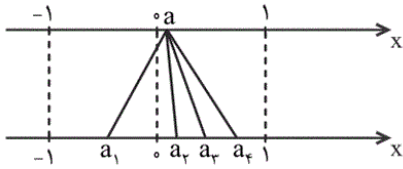
(۴) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{17}}{3}$

(۲) $-\frac{\sqrt{17}}{3}$

(۱) $\frac{4}{3}$

۱۱۹- در شکل زیر، عدد a از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. کدام نقطه ریشه چهارم عدد a است؟



(۱) فقط a_1

(۲) a_1 و a_2

(۳) فقط a_3

(۴) a_1 و a_3

۱۲۰- اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{y}$ ، آنگاه حاصل $A = (x - y + z)^3$ کدام است؟

(۲) $-27xyz$

(۱) $27xyz$

(۴) $-xyz$

(۳) xyz

-۱۰۱

(ابراهیم نبفی)

مجموعه A ، مجموعه‌ای نامتناهی و $A \subseteq B$ است، بنابراین B نیز مجموعه‌ای نامتناهی خواهد بود.

$B - A$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

$A \cap B = A \Rightarrow$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

با توجه به این که $A \subseteq B$ است، بنابراین $A - B$ برابر مجموعه تهی است که عضوی ندارد و مجموعه تهی، مجموعه‌ای متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(حمید علیزاده)

$$A: -3 < 2x - 1 < 5 \Rightarrow -2 < 2x < 6 \Rightarrow -1 < x < 3$$

$$B: x > 1$$

$$\Rightarrow A - B = (-1, 1]$$

$$C: 0 \leq 2x \leq b \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{b}{2}$$

$$(A - B) \cap C = (-1, 1] \cap [0, \frac{b}{2}] = [a, \frac{1}{2}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، رابطه $a - b = -1$ برقرار است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(سیدسروش کریمی مداحی)

علاقه‌مند به درس ریاضی: **A**علاقه‌مند به درس فیزیک: **B**

$$n(U) = 100, n(A) = 63, n(B) = 69$$

$$n(A - B) + n(B - A) = 12 \Rightarrow n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 12$$

$$\Rightarrow 63 + 69 - 2n(A \cap B) = 12 \Rightarrow 2n(A \cap B) = 120 \Rightarrow n(A \cap B) = 60$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 100 - [63 + 69 - 60] = 100 - 72 = 28$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مجتبی مآه‌ری)

جملات اول تا ششم این دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 = 4(1)^2 + 1 = 5$$

$$a_2 = 2(2) - 1 = 3$$

$$a_3 = 4(3)^2 + 1 = 37 \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_4 + a_5 + a_6} = \frac{45}{119}$$

$$a_4 = 2(4) - 1 = 7$$

$$a_5 = 4(5)^2 + 1 = 101$$

$$a_6 = 2(6) - 1 = 11$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان)

$$\begin{cases} t_4 + t_5 = 2 \\ t_9 + t_{10} = 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t_1 + 9d = 2 \\ 2t_1 + 17d = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2t_1 - 9d = -2 \\ 2t_1 + 17d = 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ t_1 = -17 \end{cases}$$

پس جمله عمومی این دنباله حسابی به صورت $t_n = -17 + (n-1) \times 4$ است.

تعداد جملات منفی را می‌یابیم:

$$t_n < 0 \Rightarrow 4n - 21 < 0 \Rightarrow n < 5.25 \Rightarrow n \leq 5$$

$$\text{مجموع } 5 \text{ جمله اول} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5t_1 + 10d$$

$$= 5(-17) + 10(4) = -45$$

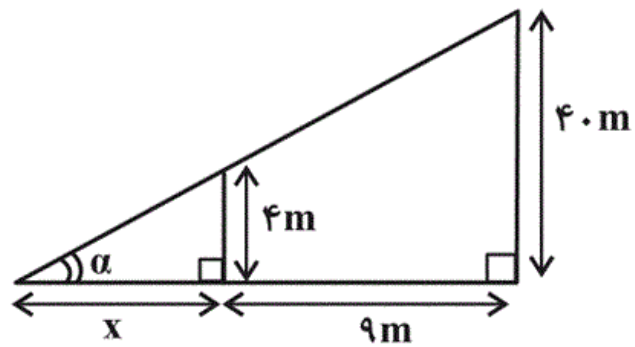
(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\cot \alpha = \frac{x}{4} = \frac{(9+x)}{4.0} \Rightarrow 1.0x = 9 + x \Rightarrow x = 1\text{m}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{17}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{17} = \frac{1}{17}$$

$$\xrightarrow[\text{حاده است.}]{\alpha \text{ زاویه‌ای}} \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

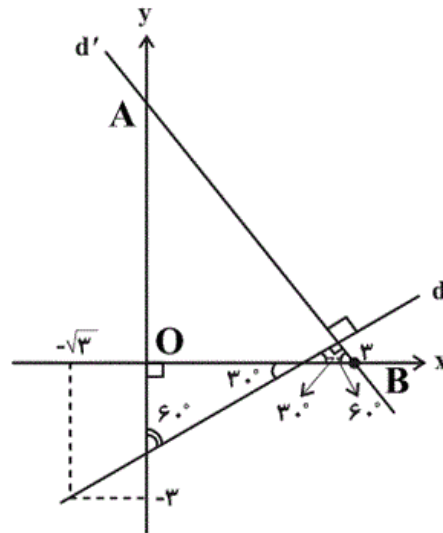
(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵، ۳۸ و ۴۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



زاویه خط d با جهت مثبت محور x ها، 30° است و نقطه $(-\sqrt{3}, -3)$ روی این خط قرار دارد، بنابراین:

$$d: y = mx + b, m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-\sqrt{3}) + b$$

$$\Rightarrow b = -2$$

در مثلث OA, AOB عرض از مبدأ خط d' می‌باشد. داریم:

$$\tan 60^\circ = \frac{OA}{OB} = \frac{OA}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow OA = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow b + OA = 3\sqrt{3} - 2$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲، ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$6^3 < 250 < 7^3 \Rightarrow 6 < \sqrt[3]{250} < 7 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ 2a - b = 12 - 7 = 5 \end{cases}$$

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) 4^4 < 400 < 5^4 \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{400} < 5$$

$$2) 5^3 < 207 < 6^3 \Rightarrow 5 < \sqrt[3]{207} < 6$$

$$3) 8^2 < 70 < 9^2 \Rightarrow 8 < \sqrt{70} < 9$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{A}{1 - \sin x} + \frac{B}{1 + \sin x} = \frac{A(1 + \sin x) + B(1 - \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{A + A \sin x + B - B \sin x}{\cos^2 x} = (1 + \tan^2 x)((A + B) + (A - B) \sin x)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tan^2 x \Rightarrow \begin{cases} A + B = \frac{1}{2} \\ A - B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{4} \\ B = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A - 2B = \frac{1}{4} - 2\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

(مثلاًت، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$A = \frac{a^2 + a^2b - 2ab - 2b^2}{a^2 - a^2b - 2ab + 2b^2} = \frac{a^2(a+b) - 2b(a+b)}{a^2(a-b) - 2b(a-b)}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 - 2b)}{(a-b)(a^2 - 2b)} = \frac{a+b}{a-b} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

-۱۱۱

هر یک از مجموعه‌ها را با نوشتن اعضا مشخص می‌کنیم:

الف) مجموعه اعداد طبیعی که مضرب ۴ باشند ولی مضرب ۲ نباشند، برابر با تهی است، زیرا اگر عددی مضرب ۴ باشد، حتماً مضرب ۲ نیز خواهد بود. مجموعه تهی، متناهی است.

ب) مجموعه اعداد صحیح مثبتی که در تقسیم بر ۳، باقیمانده ۱ دارند، برابر است با:

$$\{3k+1 \mid k \in \mathbb{W}\} = \{1, 4, 7, 10, \dots\}$$

بنابراین این مجموعه نامتناهی است.

پ) مجموعه کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -۱ برابر است با: $\{0\}$ که متناهی است.

ت) مجموعه اعداد گویایی که مربعشان با خودش برابر است:

$$\{a \in \mathbb{Q} \mid a^2 = a\}$$

$$a^2 = a \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه فوق برابر با $\{0, 1\}$ است که متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

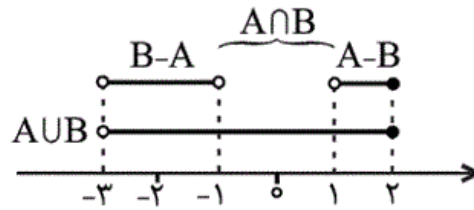
۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا نمایش هندسی مجموعه‌های داده شده را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، مشخص است که:

$$A \cap B = [-1, 1]$$

از طرفی داریم:

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A$$

بنابراین:

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) = (1, 2] \cup [-1, 1] = [-1, 2]$$

پس مجموعه A ، شامل چهار عدد صحیح ۱، ۰، ۱، ۲ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا عبارت را با استفاده از خواص متمم ساده می‌کنیم:

$$(A - B)' \cap (A \cup B)' = ((A - B) \cup (A \cup B))'$$

از طرفی $A - B \subseteq A$ و همچنین $A \subseteq A \cup B$ بنابراین:

$$(A - B) \subseteq (A \cup B)$$

$$\Rightarrow ((A - B) \cup (A \cup B))' = (A \cup B)' = M - (A \cup B)$$

$$= \{1, 2, \dots, 10\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 7, 8, 9, 10\}$$

بنابراین عدد ۵ عضو مجموعه فوق نیست.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

با توجه به شکل داریم:

$$\begin{array}{ccccccc}
 a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_6 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{تعداد نقطه‌ها: } 3 & 3+6 & 3+6+9 & & 3+6+\dots+18 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 3 \times 1 & 3 \times (1+2) & 3 \times (1+2+3) & & 3 \times (1+2+\dots+6)
 \end{array}$$

$$\text{شکل ششم: } a_6 = 3(1+2+3+4+5+6) = 3\left(\frac{6 \times 7}{2}\right)$$

$$= 3 \times 21 = 63$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

اعداد مشترک دو دنباله حسابی، خود یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند که جمله اول آن، اولین جمله مشترک دو دنباله و قدر نسبت آن برابر با ک.م.م قدر نسبت‌های دو دنباله است.

ابتدا اولین جمله مشترک دو دنباله را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, \dots \\ 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, \dots \end{aligned} \Rightarrow t_1 = 37$$

$$\text{ک.م.م قدر نسبت‌ها} : [7, 5] = 35 \Rightarrow d = 35$$

بنابراین جمله عمومی جملات مشترک دو دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = 37 + (n-1) \times (35) = 35n + 2$$

حال باید تعداد جملاتی از دنباله را بیابیم که سه رقمی و کوچکتر از ۳۰۰ باشند:

$$100 \leq t_n < 300 \Rightarrow 100 \leq 35n + 2 < 300$$

$$\Rightarrow \frac{98}{35} \leq n < \frac{298}{35}$$

$$\Rightarrow 2/8 \leq n < 8/51 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 3 \leq n \leq 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جملات مورد نظر} = 8 - 3 + 1 = 6$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

 ۴

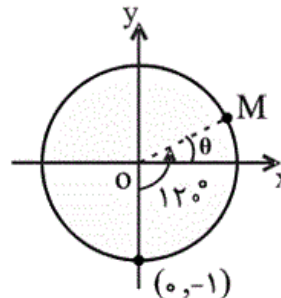
 ۳

 ۲

 ۱

نقطه $(0, -1)$ روی دایره مثلثاتی در شکل نشان داده شده است. اگر آن را ۱۲۰° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، به نقطه M در ناحیه اول می‌رسیم.

OM با محور طول‌ها، زاویه ۳۰° می‌سازد، بنابراین:



$$\begin{cases} x_M = \cos \theta \Rightarrow x_M = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y_M = \sin \theta \Rightarrow y_M = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین $M = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ است.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

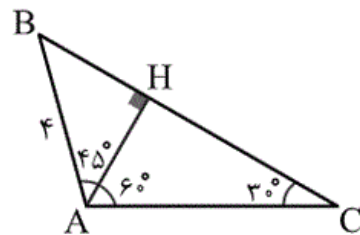
۴

۳

۲

۱ ✓

با رسم ارتفاع AH خواهیم داشت:



$$\Delta ABH : \cos 45^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH}{4} \Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$$

$$\Delta AHC : \sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{AC} \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

طرفین تساوی $\frac{1}{3} = \sin\alpha + \cos\alpha$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_1 + 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{9} - 1 = \frac{-8}{9}$$

حال عبارت $A = \sin\alpha - \cos\alpha$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha \\ &= 1 - \left(\frac{-8}{9}\right) = \frac{17}{9} \end{aligned}$$

بنابراین $A^2 = \frac{17}{9}$ ، از طرفی α در ناحیه چهارم قرار دارد، بنابراین $\sin\alpha$ منفی

و $\cos\alpha$ مثبت و در نتیجه $\sin\alpha - \cos\alpha$ منفی است، لذا A منفی است:

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم که اگر عددی بین صفر و یک در عدد مثبت a ضرب شود، حاصل کوچکتر از a خواهد بود، بنابراین برای عدد $0 < a < 1$ داریم

$$a^5 > a^4 > a^3 > a^2 > a > 0$$

a عددی بین صفر و یک باشد، آنگاه $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$ پس با

$$\text{توجه به محورها، می‌توان گفت } a_2 = \sqrt[3]{a}, a_3 = \sqrt[4]{a} \text{ و } a_4 = \sqrt[5]{a}.$$

همچنین می‌دانیم که هر عدد مثبت دو ریشه چهارم قرینه دارد. پس از آنجا که a_1

$$\text{منفی است، می‌توان گفت } a_1 \text{ نیز ریشه چهارم } a \text{ است؛ به عبارت دیگر } a_1 = -\sqrt[4]{a}.$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{y} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۳}} x + z + 3\sqrt[3]{x^2z} + 3\sqrt[3]{xz^2} = y$$

$$\Rightarrow x + z - y = -3\sqrt[3]{xz} \underbrace{(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{z})}_{\sqrt[3]{y}}$$

$$\Rightarrow (x + z - y)^3 = (-3\sqrt[3]{xyz})^3 = -27xyz$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱