



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...و

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



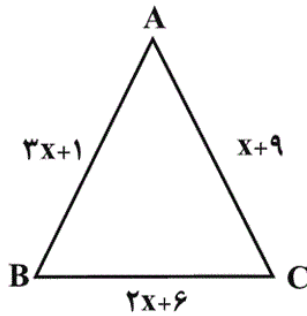
<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- اگر مثلث شکل زیر، یک مثلث متساوی الساقین باشد، در این صورت مقدار x کدام نمی‌تواند باشد؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۹۲- عددی، ثلث عدد دیگر است. اگر حاصل ضرب این دو عدد متمایز، ۹ برابر مجموع آنها باشد، حاصل ضرب این دو عدد کدام است؟

۴۸۰ (۴)

۴۳۲ (۳)

۱۴۴ (۲)

۴۸ (۱)

۹۳- یک شرکت تولیدی جوراب مردانه در یک هفته از روز شنبه هر روز تولید خود را افزایش می‌دهد و تولید آن در هر روز به نحوی است که از ۲ برابر تولید روز قبل خود ۲۰ عدد کمتر است، اگر مجموع تولید کل هفته از شنبه تا چهارشنبه ۲۵۸۰ جفت جوراب بوده باشد، در این صورت تولید روز دوشنبه چه تعداد بوده است؟

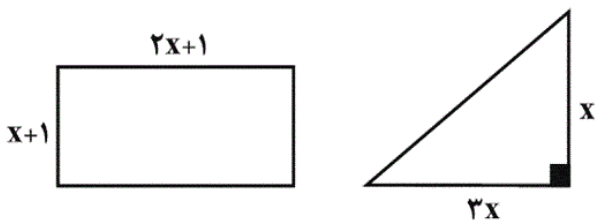
۴۰۰ (۴)

۳۸۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۴۰ (۱)

۹۴- مساحت مستطیل زیر به اندازه ۹ واحد از مساحت مثلث زیر بزرگتر است. مساحت مثلث کدام است؟



۶ (۱)

۹ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۹۵- اگر معادله $2x^2 - 4x - 1 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنیم، معادله به شکل $(x - a)^2 = b$ درمی‌آید، در این صورت $a - b$ کدام است؟

$-\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۹۶- کدام یک از معادلات زیر دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

$$9x^2 - 12x + 4 = 0 \quad (2)$$

$$(7 - 2x)^2 = (3 + 2x)^2 \quad (1)$$

$$4x^2 + 17x + 5 = 0 \quad (4)$$

$$3x^2 + 4x + 9 = 0 \quad (3)$$

۹۷- یکی از ریشه‌های معادله $13x^2 - 37x + 24 = 0$ کدام است؟

$$\frac{24}{13} \quad (2)$$

$$-\frac{37}{13} \quad (1)$$

$$-\frac{24}{13} \quad (4)$$

$$\frac{37}{13} \quad (3)$$

۹۸- در مورد جواب‌های معادله $\frac{2x^2}{x-1} - \frac{4x-2}{x-1} = 5x$ چه می‌توان گفت؟

(۲) یک ریشه مثبت دارد.

(۱) یک ریشه منفی دارد.

(۴) دو ریشه مثبت دارد.

(۳) دو ریشه منفی دارد.

۹۹- دو شیر A و B به یک استخر متصل‌اند. وقتی یک شیر به تنهایی باز باشد، شیر A استخر را ۶ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند،

چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم، آنگاه استخر در ۴ ساعت پر می‌شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

۱۸ (۴)

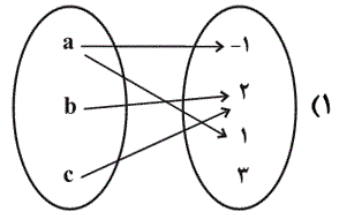
۱۲ (۳)

۸ (۲)

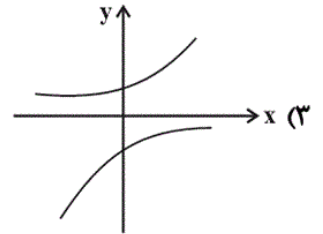
۶ (۱)

۱۰۰- کدام یک از رابطه‌های زیر مربوط به یک تابع است؟

x	-۱	۲	-۱	-۲
y	۴	۰	۰	۴

 (۲)

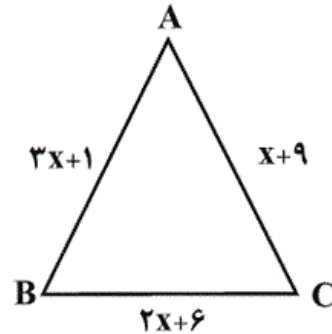
$$f = \{(1, -1), (-1, 1), (2, -2), (-2, 2)\} \quad (۴)$$



-۹۱

(شقایق راهبریان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ و ۱۱)

اگر مثلث ABC بخواهد متساوی الساقین باشد، ۳ حالت زیر را می تواند داشته باشد که به ازای هر حالت یک x بدست می آید که در این صورت داریم:



$$1) AB = AC \Rightarrow 3x+1 = x+9 \Rightarrow 3x-x = 9-1 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$2) AB = BC \Rightarrow 3x+1 = 2x+6 \Rightarrow 3x-2x = 6-1 \Rightarrow x = 5$$

$$3) AC = BC \Rightarrow x+9 = 2x+6 \Rightarrow x-2x = 6-9 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

پس با توجه به ۳ حالت بالا مقدار x می تواند ۳، ۴ و یا ۵ باشد ولی ۶ نمی تواند باشد.

۴

۳

۲

۱

-۹۲

(امیر زرانروز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

فرض می کنیم دو عدد مورد نظر x و y باشند، در این صورت داریم:

$$x = \frac{1}{3}y \Rightarrow y = 3x \quad (1)$$

$$xy = 9(x+y) \xrightarrow{y=3x} x(3x) = 9(x+3x)$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 9(4x) \Rightarrow 3x^2 = 36x \Rightarrow x^2 = 12x \xrightarrow{x \neq 0} x = 12$$

$$y = 3 \times 12 = 36$$

$$xy = 12 \times 36 = 432$$

تذکر: چون دو عدد متمایزند، پس $x \neq 0$ است.

۴

۳

۲

۱

(عمید زرین کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

فرض می‌کنیم تولید روز شنبه X باشد، در این صورت تولید روزهای دیگر هفته به صورت زیر بدست می‌آید:

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
X	$2X - 20$	$2(2X - 20) - 20$	$2(4X - 60) - 20$	$2(8X - 140) - 20$
		$= 4X - 40 - 20$	$= 8X - 120 - 20$	$= 16X - 280 - 20$
		$= 4X - 60$	$= 8X - 140$	$= 16X - 300$

$$\text{مجموع تولید کل هفته} = X + 2X - 20 + 4X - 60 + 8X - 140 + 16X - 300$$

$$= 31X - 520 = 2580$$

$$\Rightarrow 31X = 520 + 2580 \Rightarrow 31X = 3100 \Rightarrow X = 100$$

$$\text{تولید روز دوشنبه} = 4X - 60 = 4 \times 100 - 60 = 400 - 60 = 340$$

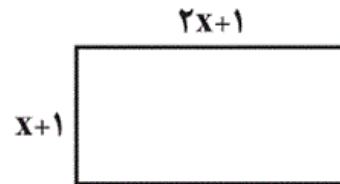
۴

۳

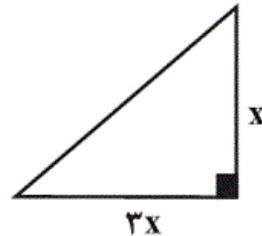
۲

۱ ✓

ابتدا مساحت هر یک از شکل‌ها را می‌یابیم:



$$\begin{aligned} \text{مساحت مستطیل} &= \text{طول} \times \text{عرض} = (2x+1)(x+1) = 2x^2 + 2x + x + 1 \\ &= 2x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times (x) \times (3x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$\text{مساحت مستطیل} - \text{مساحت مثلث} = 9 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 - \frac{3}{2}x^2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} + 3x + 1 - 9 = 0$$

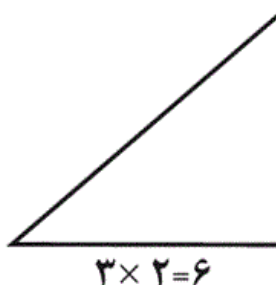
$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} + 3x - 8 = 0 \quad \xrightarrow{\text{طرفین معادله را در ۲ ضرب می‌کنیم.}}$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0 \quad \xrightarrow{\text{معادله را به روش اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم.}}$$

$$x^2 + (8-2)x + (-2) \times (8) = 0$$

$$\Rightarrow (x+8)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+8=0 \Rightarrow x=-8 & \text{غ ق} \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید که طول نمی‌تواند مقداری منفی باشد، پس داریم:



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times (2) \times 6 = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

۴

۳

۲

۱ ✓

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\rightarrow \text{عدد ثابت را به طرف راست تساوی می‌بریم.} \quad 2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\rightarrow \text{طرفین معادله را بر ضریب } x^2 \text{ تقسیم می‌کنیم تا ضریب } x^2 \text{ یک شود.} \quad 2x^2 - 4x = 1$$

$$\rightarrow \text{مربع نصف ضریب } x \text{ را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.} \quad \frac{2x^2}{2} - \frac{4x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 2x = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \text{حال طرف چپ تساوی را به صورت مربع دو جمله‌ای می‌نویسیم.} \quad x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = \frac{3}{2}$$

که با مقایسه با عبارت صورت سؤال $(x-a)^2 = b$ ، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-a)^2 = b \\ (x-1)^2 = \frac{3}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$a - b = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) (۷-۲x)^2 = (۳+۲x)^2 \Rightarrow 49 - 28x + 4x^2 = 9 + 12x + 4x^2$$

$$\Rightarrow 40x = 40 \Rightarrow x = 1$$

این معادله فقط یک ریشه دارد.

$$۲) 9x^2 - 12x + 4 = 0 \Rightarrow (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 2 + (2)^2 = 0 \Rightarrow (3x - 2)^2 = 0$$

$$3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

این معادله تنها یک ریشه مضاعف $\frac{2}{3}$ را دارد.

$$۳) 3x^2 + 4x + 9 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0 \text{ بررسی شرط}} \Delta = (4)^2 - 4 \times (3) \times 9$$

$$= 16 - 108 = -92 < 0$$

پس این معادله فاقد ریشه حقیقی است.

$$۴) 4x^2 + 17x + 5 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0 \text{ بررسی شرط}} \Delta = (17)^2 - 4 \times (4) \times (5)$$

$$= 289 - 80 = 209 > 0$$

پس این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ هرگاه رابطه $a + b + c = 0$ بین ضرایب

برقرار باشد، در این صورت یکی از ریشه‌ها $x = 1$ و ریشه دیگر $x = \frac{c}{a}$ است. در

معادله $13x^2 - 37x + 24 = 0$ نیز این شرایط برقرار است، پس یکی از ریشه‌ها

$x = 1$ و دیگری $x = \frac{24}{13}$ است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون دو عبارت طرف چپ تساوی دارای مخرج مشترک می‌باشند، ابتدا طرف چپ را ساده‌تر می‌کنیم و در نهایت با استفاده از طرفین وسطین کردن معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2x^2}{x-1} - \frac{4x-2}{x-1} = 5x \Rightarrow \frac{2x^2 - (4x-2)}{x-1} = 5x \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + 2}{x-1} = 5x$$

$$\frac{2x^2 - 4x + 2}{x-1} = 5x(x-1) \Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) = 5x(x-1)$$

فاکتورگیری از ۲ و ساده کردن
با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 = 5x(x-1) \Rightarrow 2(x-1)^2 - 5x(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(2(x-1) - 5x) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x - 2 - 5x) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(-3x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x=1 \\ \text{ق ق } x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

دقت کنید که $x=1$ چون ریشهٔ مخرج معادله می‌باشد، پس قابل قبول نیست.

۴

۳

۲

۱ ✓

فرض می‌کنیم شیر B به تنهایی استخر را در x ساعت پر می‌کند. اگر حجم استخر

را V در نظر بگیریم، پس از یک ساعت $\frac{V}{x}$ استخر پر می‌شود و به همین ترتیب اگر

فقط شیر A باز باشد، پس از یک ساعت $\frac{V}{x-6}$ استخر پر می‌شود، حال اگر دو شیر

را با هم باز کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{V}{x} + \frac{V}{x-6} = \frac{V}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \frac{4(x-6)}{4x(x-6)} + \frac{4x}{4x(x-6)} - \frac{x(x-6)}{4x(x-6)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4x - 24 + 4x - x(x-6)}{4x(x-6)} = 0 \Rightarrow 4x - 24 + 4x - x^2 + 6x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 24 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x=2 \\ \text{ق ق } x=12 \end{cases}$$

دقت کنید که $x=2$ قابل قبول نیست، زیرا در این صورت مدت زمان پر شدن استخر

توسط شیر A مقداری منفی می‌شود که نادرست است.

۴

۳ ✓

۲

۱

تشریح گزینهها:

گزینهٔ «۱»: نمایش پیکانی زمانی تابع است که از هر عضو مجموعهٔ اول دقیقاً یک پیکان خارج شود. چون از عضو a دو پیکان به دو عضو متفاوت مجموعهٔ دوم وارد شده است، این نمایش پیکانی تابع نیست.

گزینهٔ «۲»: نمایش جدولی زمانی تابع است که هیچ دو عضو یکسان از x دارای عضوهای متفاوت y نباشند. با توجه به جدول به‌ازای $x = -1$ دو مقدار متفاوت صفر و ۴ برای y وجود دارد، پس این رابطه تابع نیست.

گزینهٔ «۳»: نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. با توجه به شکل خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند، پس نمودار تابع نیست.

گزینهٔ «۴»: نمایش زوج مرتبی یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفهٔ اول برابر نباشند که با توجه به رابطهٔ f مؤلفهٔ اول تمام زوج مرتبها متمایز است، پس این رابطه تابع است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱