سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

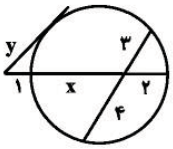
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۱- در شکل مقابل، مقدار $x+y$ کدام است؟



۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۱۱۲- نقاط A و B روی محیط یک دایره طوری قرار گرفته‌اند که اندازهٔ کمان بزرگ‌تر دو برابر اندازهٔ کمان کوچک‌تر است. زاویهٔ بین دو مماس رسم شده در نقاط A و B چند درجه است؟

۱) ۳۰
۲) ۶۰
۳) ۹۰
۴) ۱۲۰

۱۱۳- در مثلثی با اضلاع ۶، ۸ و ۱۰، فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محاطی داخلی تا مرکز دایرهٔ محیطی چقدر است؟

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۸}$
۴) $\sqrt{۱۰}$

۱۱۴- شعاع دایرهٔ محیطی یک هشت‌ضلعی منتظم برابر یک است. اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی این هشت‌ضلعی کدام است؟

۱) $\cos(۲۲/۵^\circ)$
۲) $\sin(۲۲/۵^\circ)$
۳) $\tan(۲۲/۵^\circ)$
۴) $\frac{۱}{\cos(۲۲/۵^\circ)}$

۱۱۵- عکس کدام گزاره در مورد تبدیلات، همواره صحیح است؟

۱) اگر تبدیلی طولپا باشد، آن‌گاه اندازهٔ زاویه‌ها را حفظ می‌کند.
۲) اگر تبدیلی شیب خطوط را حفظ کند، آن‌گاه آن تبدیل از نوع بازتاب نیست.
۳) اگر دو شکل متجانس باشند، آن‌گاه متشابه‌اند.
۴) اگر یک تبدیل همانی باشد، آن‌گاه تمام نقاط صفحه، نقاط ثابت این تبدیل‌اند.

۱۱۶- دایرهٔ $C(O\ ,\ a-۱)$ را با بردار انتقال $\overrightarrow{OO'}$ بر دایرهٔ $C'(O'\ ,\ ۳-a)$ تصویر می‌کنیم. اگر اندازهٔ مماس مشترک داخلی این دو دایره برابر ۳ باشد، اندازهٔ مماس مشترک خارجی این دو دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$
۲) ۵
۳) $\sqrt{۱۳}$
۴) ۱۳

۱۱۷- اگر G نقطهٔ همرسی میانه‌های AA'، BB' و CC' از مثلث ABC و $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G باشد، نسبت تجانس کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $-\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

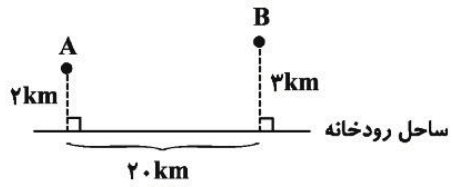
۱۱۸- نقطهٔ O به فاصلهٔ ۶ واحد از خط d مفروض است. اگر دوران یافتهٔ d حول نقطهٔ O و به زاویهٔ ۶۰ درجه، d را در نقطهٔ M قطع کند، اندازهٔ OM کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۳}\sqrt{۳}$
۲) $۸\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}\sqrt{۳}$
۴) $۴\sqrt{۳}$

۱۱۹- در مثلث ABC، $BC=۴$، $\hat{B}=۱۵^\circ$، $\hat{C}=۷۵^\circ$ و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشد. اگر H' و H'' به‌ترتیب بازتاب یافتهٔ نقطهٔ H نسبت به AB و AC باشند، اندازهٔ $H'H''$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۱۲۰- مطابق شکل دو شهر A و B مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم، به‌طوری که ۸ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازهٔ کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟



۱) ۲۰
۲) ۲۱
۳) ۲۲
۴) ۲۳

یازدهم:آمارواحتمال - ۱۰ سوال -

۱۲۱- اگر $s\Rightarrow(p\Rightarrow(q\Rightarrow r))\equiv F$ باشد، ارزش گزاره‌های $r\wedge s\sim$ و $p\vee r\sim$ به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) T , T ۲) F , T ۳) T , F ۴) F , F

۱۲۲- اگر A، B و C، سه مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل $(A-(C-B))-(B-(A-C))$ همواره برابر کدام است؟

۱) $A-B$ ۲) $B-C$ ۳) $A-C$ ۴) $C-B$

۱۲۳- اگر A، B و C، سه مجموعه و $C'\cup[B\cup(A\cap C)]=\varnothing$ باشد، کدام‌یک از مجموعه‌های زیر با بقیه مساوی نیست؟

۱) $A\cap B$ ۲) B ۳) $B\cup C$ ۴) $A-C$

۱۲۴- اگر A مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، B مجموعه اعداد فرد یک رقمی و C مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد، در این‌صورت مجموعه‌های $(C\times A)$ و $(A\times B)$ دارای چند زوج مرتب مشترک هستند؟

۱) ۹ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۲۵- در پرتاب یک تاس احتمال مشاهدهٔ هر عدد متناسب با همان عدد است. اگر بدانیم عدد رو شده در پرتاب این تاس زوج است، با کدام احتمال این عدد اول است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۲۶- اگر A و B دو پیشامد باشند، به‌طوری‌که $P(A)=\frac{۲}{۵}$، $P(B)=\frac{۱}{۲}$ و $P(A'|B')=\frac{۳}{۴}$، حاصل $P(A\cap B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۲۱}{۴۰}$ ۳) $\frac{۳}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱۱}{۴۰}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۷- ۵۰ درصد واجدین شرایط در شهر A و ۸۰ درصد واجدین شرایط در شهر B در انتخابات شورای شهر شرکت کرده‌اند و تعداد واجدین شرایط شهر A دو برابر تعداد واجدین شرایط شهر B است. فردی به تصادف از واجدین شرایط این دو شهر انتخاب می‌کنیم. اگر این فرد در انتخابات شورای شهر شرکت کرده باشد، با کدام احتمال در شهر A زندگی می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

۱۲۸- ۳ سکه پرتاب شده است. اگر حداقل دو سکه «رو» بیاید، یک تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه تاس مربع کامل یا عدد اول ظاهر شود، چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۱۲۹- در داده‌های آماری ۱۴، ۲، ۲، ۵، ۱، ۳، ۸، ۱۲، ۲، ۱، ۴، ۹ و ۱۲، میانگین مد داده‌ها و چارک سوم چقدر است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۱/۲۵ ۴) ۵/۵

۱۳۰- انحراف از میانگین ۵ داده به‌صورت ۲-، ۴، a، ۳ و ۴- است. اگر هر یک از این داده‌ها را ۵ برابر کرده و سپس ۲ واحد از هر کدام از آنها کم کنیم، واریانس آنها چه مقدار خواهد شد؟

۱) ۲۳۰ ۲) ۲۲۸ ۳) ۴۴ ۴) ۴۶

یازدهم: ریاضی پایه - ۲۰ سوال

۸۱- اگر $A=[۱,۴]$، $B=(-۲,۳]$ و $C=[۱,۵)$ باشد، حاصل $B\cup(A\cap C)$ کدام است؟

۱) $(-۲,۳]$ ۲) $(-۲,۴]$ ۳) $(-۲,۵]$ ۴) $[۱,۳]$

۸۲- اگر $\sqrt{۲۲-۶\sqrt{۸+\sqrt{۲۸}}}=a+b\sqrt{c}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟ $(a,b,c\in Z)$

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۸۳- اگر $ab=۸$ و $a-b=۷$ باشد، حاصل $A=\sqrt[۳]{a}-\sqrt[۳]{b}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) $\sqrt[۳]{۲}$

۸۴- مجموع ۹۹ جملهٔ اول دنبالهٔ $a_n=\left[\frac{n+۲}{۷}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۵۸۱ ۲) ۶۳۷ ۳) ۶۷۹ ۴) ۶۹۳

۸۵- دنبالهٔ هندسی صعودی a_n به نحوی است که $a_۱a_۵=۶$ و $a_۳a_۷=۲۴$ است. حاصل $\frac{a_۱+a_۲+...+a_{۱۰}}{a_۱+a_۲+...+a_۵}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۳۳ ۳) $۱+۴\sqrt{۲}$ ۴) $۱+۲\sqrt{۲}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- به ازای کدام مقدار (مقادیر) m، نمودار تابع $y = ۲x^۲ + (m-۱)x + m + ۶$ بر نیمساز ناحیهٔ دوم مماس است؟

۱) فقط -۴ ۲) فقط ۱۲ ۳) ۴ یا -۱۲ ۴) -۴ یا ۱۲

۸۷- در صورت کار همزمان دو پمپ تخلیه A و B، استخر پر از آبی در مدت ۴ ساعت خالی می‌شود. اگر پمپ A با ۴۰٪ توان و پمپ B با ۶۰٪ توانش کار کند، استخر در ۹ ساعت خالی می‌شود. پمپ B به تنهایی در چند ساعت استخر را تخلیه می‌کند؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) $\frac{۳۶}{۷}$ ۴) $\frac{۱۸}{۷}$

۸۸- معادلهٔ $x^۲ - ۳x = |۲x-۱| + |x|$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۸۹- دو نقطه بر روی خط $y = x + ۲$ وجود دارد که فاصلهٔ هر کدام از آن‌ها از خط $x + ۲y = -۳$ برابر $\sqrt{۵}$ می‌باشد. مجموع مقادیر عرض‌های این نقاط کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) $-\frac{۱۰}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۹۰- اگر مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{x^۲}{x-۱} \le \frac{x}{۱+x}$ به صورت $(-\infty, a) \cup [b, c)$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۱- برای تابع خطی f داریم: $f(f(x)) = ۱۶x - ۵$. کدام یک از نقاط زیر می‌تواند محل برخورد تابع f با محور طول‌ها باشد؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۱۱}$ ۴) $\frac{۱۲}{۵}$

۹۲- اگر $f(x) = ۲x + \sqrt{۴x+۵}$ باشد، حاصل $\frac{f(۵)}{f^{-۱}(۵)}$ کدام است؟

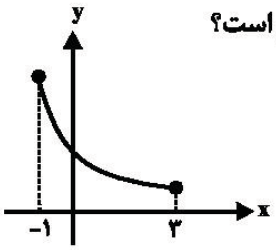
۱) ۱۵ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) ۱ ۴) ۳

۹۳- اگر $f(x) = \frac{-۲^{۱-x}}{۴^x}$ باشد، دامنهٔ تابع $g(x) = \sqrt{۳x f^{-۱}(x)}$ به صورت $(-\infty, a]$ است. مقدار a کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- اگر نمودار تابع $g(x)=f(x-1)+2$ به صورت مقابل باشد، دامنهٔ تابع $h(x)=f(\frac{1}{2}x+3)$ کدام است؟



۱) $[-۶,۰]$

۲) $[۶,۱۴]$

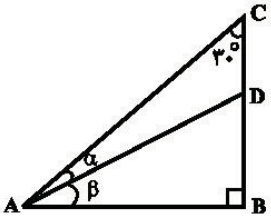
۳) $[-۱۰,-۲]$

۴) $[۳,۷]$

۹۵- ریشهٔ بزرگتر معادلهٔ $(\log 5)^۲-(\log x)^۲=۲\log ۵x$ چقدر از ریشهٔ کوچکتر آن بیشتر است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱۵

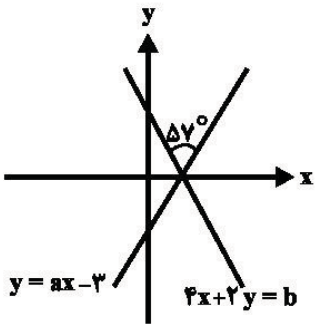
۹۶- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث ADC به مساحت مثلث ABD برابر $\frac{۱}{۲}$ است. حاصل $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۹۷- در شکل زیر، اگر $\tan ۱۱۷^\circ=-۲$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) ۲

۴) $\sqrt{۵}$

۹۸- حاصل عبارت $A=\frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)+\sin(x-\frac{\pi}{۲})}{\sin(x-\pi)-\cos(۹\pi+x)}$ کدام است؟

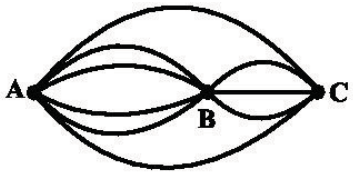
۱) ۱- ۲) ۱ ۳) صفر ۴) $\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}$

۹۹- حاصل عبارت $T=\frac{\cos ۱۰^\circ+\sqrt{۳}\sin ۱۰^\circ}{\sin ۱۴۰^\circ}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۲}{\sin ۴۰^\circ}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{\sin ۵۰^\circ}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰- مطابق شکل زیر، از شهر A می‌خواهیم به شهر C برویم و دوباره به A برگردیم، با این شرط که از هر مسیر فقط یک بار عبور کنیم. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟



۱) ۹۶
۲) ۱۱۲
۳) ۱۰۴
۴) ۱۲۲

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

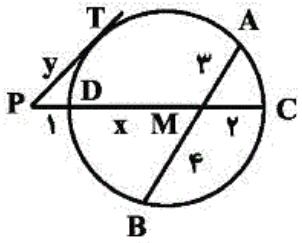
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(نرگس کارگر)*

مطابق شکل با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow ۳ \times ۴ = ۲ \times (x) \Rightarrow x = ۶ \\ PT^۲ = PD \times PC \Rightarrow y^۲ = ۱ \times (۱ + ۶ + ۲) = ۹ \Rightarrow y = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = ۶ + ۳ = ۹$$



(هندسه ۲- دایره صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹ و ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

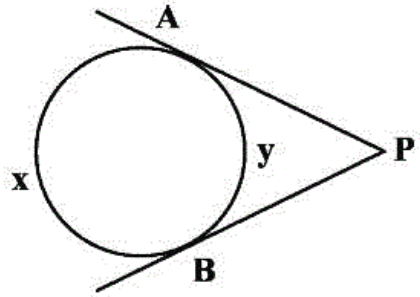
۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرهوشنگ ضمسه)*

مطابق شکل داریم:

$$x + y = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۲y + y = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = ۱۲۰^\circ \\ x = ۲۴۰^\circ \end{cases}$$

$$\hat{P} = \frac{x - y}{۲} = \frac{۲۴۰^\circ - ۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ$$



(هندسه ۲- دایره صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

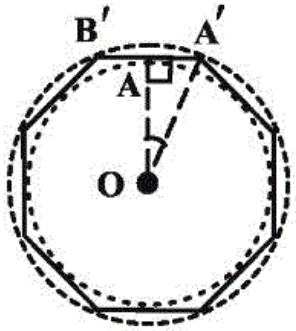
مطابق شکل، اندازهٔ OM فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محاطی داخلی تا مرکز دایرهٔ محیطی است. در نتیجه،

$$OM^۲ = OE^۲ + EM^۲ = ۴ + ۱ = ۵ \Rightarrow OM = \sqrt{۵}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۱۴- گزینهٔ «۱» *(سیتا محمدپور)*



دایره‌های محاطی و محیطی هشت‌ضلعی منتظم را رسم می‌کنیم. مطابق شکل، OA شعاع دایرهٔ محاطی و OA' شعاع دایرهٔ محیطی این هشت‌ضلعی هستند. می‌دانیم OA عمودمنصف $A'B'$ است، پس،

$$A\hat{O}A' = \frac{۱}{۲}A'\hat{O}B' = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۸}(۳۶۰^\circ)\right) = ۲۲/۵^\circ$$

در نتیجه،

$$\cos(A\hat{O}A') = \frac{OA}{OA'} \Rightarrow \cos(۲۲/۵^\circ) = \frac{OA}{۱}$$

$$\Rightarrow OA = \cos(۲۲/۵^\circ)$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ✓۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- گزینهٔ «۴» *(سینا محمدپور)*

عکس گزینهٔ «۱»، اگر یک تبدیل اندازهٔ زاویه‌ها را حفظ کند، آن‌گاه تبدیل طولپاست.

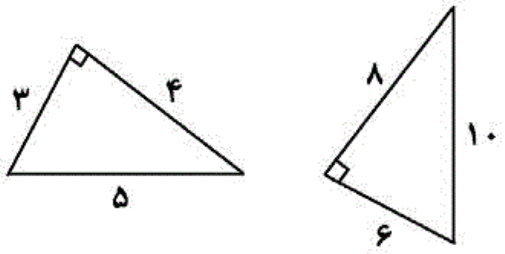
مثال نقض، تجانس

عکس گزینهٔ «۲»، اگر یک تبدیل از نوع بازتاب نباشد، آن‌گاه شیب خطوط را حفظ می‌کند.

مثال نقض، دوران

عکس گزینهٔ «۳»، اگر دو شکل متشابه باشند، آن‌گاه دو شکل متجانس‌اند.

مثال نقض،



عکس گزینهٔ «۴»، اگر تمام نقاط صفحه، نقطهٔ ثابت یک تبدیل باشند، آن‌گاه آن تبدیل همانی است ⇐ این جمله همواره درست است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه‌های ۳۶ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمد نظران)*

تبدیل انتقال طولپاست، پس شعاع دو دایره برابر است،

$$\begin{cases} R = a - ۱ \\ R' = ۳ - a \end{cases} \xrightarrow{R=R'} a - ۱ = ۳ - a \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow R = R' = ۱$$

حال با توجه به روابط مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره داریم،

طول مماس مشترک داخلی دو دایرهٔ C و C' $= \sqrt{OO'^۲ - (R + R')^۲}$

$$= \sqrt{OO'^۲ - ۲^۲} = ۳ \Rightarrow OO'^۲ = ۱۳$$

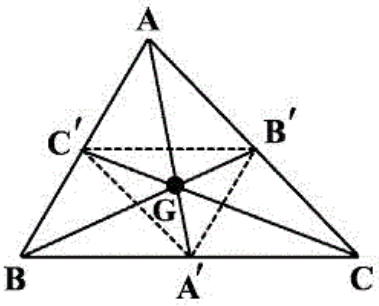
طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ C و C' $= \sqrt{OO'^۲ - (R - R')^۲}$

$$= \sqrt{OO'^۲ - ۰} = \sqrt{۱۳}$$

(هندسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲ / تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۷- گزینهٔ «۳» *(رضا عباسی‌اصل)*



می‌دانیم میانه‌های هر مثلث، همدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

بنابراین، $\frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{GC'}{GC} = \frac{۱}{۲}$

از طرفی چون مرکز تجانس (G) بین A و A' واقع می‌باشد، پس تجانس معکوس است، بنابراین،

$$K = -\frac{GA'}{GA} = -\frac{۱}{۲}$$

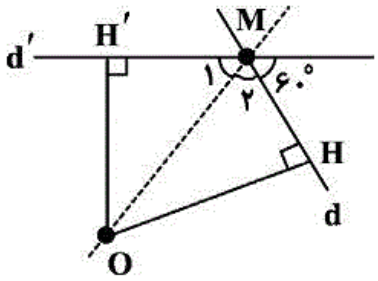
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸- گزینهٔ «۴» (علی فتح‌آبادی)

ابتدا شکل مورد نظر سوال را رسم می‌کنیم.



روشن است که نقطهٔ O روی نیمساز زاویهٔ M قرار دارد. لذا با توجه به زوایای مفروض داریم:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ$$

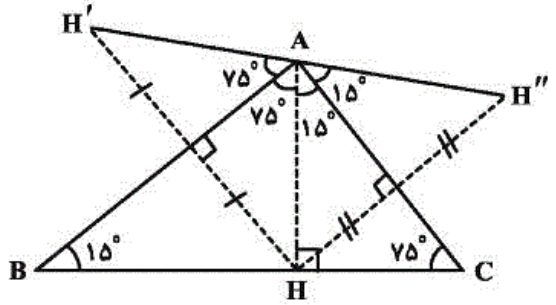
$$\sin(\hat{M}_2) = \frac{OH}{OM} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۶}{OM} \Rightarrow OM = \frac{۱۲}{\sqrt{۳}} = ۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- گزینهٔ «۲» (محمد فتحان)



شکل مساله را رسم می‌کنیم و مطابق شکل زوایا را به دست می‌آوریم، در نقطهٔ A داریم، $\hat{A} = ۱۵^\circ + ۱۵^\circ + ۷۵^\circ + ۷۵^\circ = ۱۸۰^\circ$

پس نقاط A، H' و H'' روی یک خط قرار دارند. از آنجا که مثلث‌های HAH'' و HAH' متساوی‌الساقین هستند، پس $AH' = AH'' = AH$ و در نتیجه $H'H'' = AH' + AH'' = ۲AH$ است. از طرفی مثلث ABC قائم‌الزاویه است و یک زاویهٔ ۱۵ درجه دارد، پس طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است. در نتیجه، $AH = \frac{BC}{۴} = \frac{۴}{۴} = ۱ \Rightarrow H'H'' = ۲AH = ۲$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

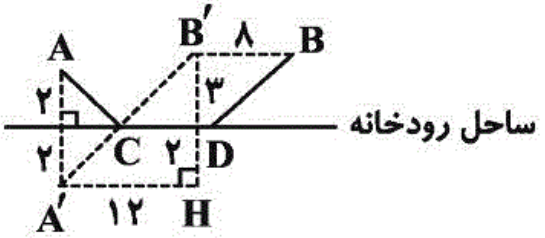
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

A' بازتاب یافتهٔ نقطهٔ A نسبت به ساحل رودخانه است.

B' انتقال یافتهٔ نقطهٔ B در راستای ساحل رودخانه است.

طبق شکل داریم:



$$A'B'^{۲} = A'H^{۲} + B'H^{۲} = ۱۲^{۲} + ۵^{۲} \Rightarrow A'B' = ۱۳$$

کوتاه‌ترین مسیر : $ACDB = \underbrace{AC}_{A'C} + \underbrace{CD}_{BB'} + \underbrace{BD}_{B'C} = A'C + B'C + BB'$

$$= A'B' + BB' = ۱۳ + ۸ = ۲۱$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحهٔ ۵۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۱- گزینهٔ «۲» *(مرتضی خویم‌علوی)*

می‌دانیم که گزارهٔ شرطی $A \Rightarrow B$، تنها در حالتی که A درست و B نادرست باشد، دارای ارزش نادرست است. بنابراین داریم:

$$s \Rightarrow \big(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)\big) \equiv F \Rightarrow s = T$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv F \Rightarrow p \equiv T$$

$$q \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow q \equiv T \quad , \quad r \equiv F$$

بنابراین ارزش گزاره‌های $r \wedge s \sim$ و $p \vee r \sim$ به‌ترتیب T و F است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

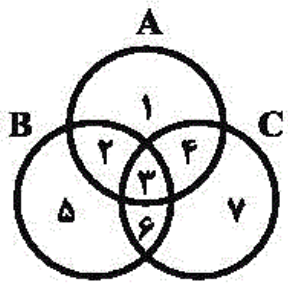
با استفاده از روش ناحیه‌بندی، داریم:

$$A-(C-B)=\{۱,۲,۳,۴\}-\{۴,۷\}=\{۱,۲,۳\}$$

$$B-(A-C)=\{۲,۳,۵,۶\}-\{۱,۲\}=\{۳,۵,۶\}$$

$$\big(A-(C-B)\big)-\big(B-(A-C)\big)=\{۱,۲,۳\}-\{۳,۵,۶\}=\{۱,۲\}$$

که ناحیهٔ $\{۱,۲\}$، برابر با $A-C$ است.



(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات ؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۳- گزینهٔ «۳» (نیلوفر مهدوی)

نکته:

$$A \cup B = \varnothing \Rightarrow A = \varnothing \wedge B = \varnothing$$

$$C' \cup [B \cup (A \cap C)] = \varnothing$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C' = \varnothing \Rightarrow C = U \\ B \cup (A \cap C) = \varnothing \Rightarrow B \cup (A \cap U) = \varnothing \\ \Rightarrow B \cup A = \varnothing \Rightarrow B = \varnothing \wedge A = \varnothing \end{cases}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $A \cap B = \varnothing \cap \varnothing = \varnothing$

۲) $B = \varnothing$

۳) $B \cup C = \varnothing \cup U = U$

۴) $A - C = A \cap C' = \varnothing \cap \varnothing = \varnothing$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- گزینهٔ «۳» (مرتضی فهیم‌علوی)

$A = \{۱,۲,۳,...,۹\}$

$B = \{۱,۳,۵,۷,۹\}$

$C = \{۲,۳,۵,۷\}$

حال اگر زوج مرتبی مانند (x,y)، عضو هر ۲ مجموعهٔ $C\times A$ و $A\times B$ باشد. داریم:

$$(x,y)\in C\times A \Rightarrow x\in C \ , \ y\in A$$

$$(x,y)\in A\times B \Rightarrow x\in A \ , \ y\in B$$

حال داریم:

$$x\in C \ , \ x\in A \Rightarrow x\in (A\cap C) \xrightarrow{C\subseteq A} x\in C$$

$$y\in A \ , \ y\in B \Rightarrow y\in (A\cap B) \xrightarrow{B\subseteq A} y\in B$$

بنابراین برای زوج‌های مرتبی مانند (x,y) که عضو هر ۲ مجموعهٔ $C\times A$ و $A\times B$ هستند، x آنها عضو مجموعهٔ $C = \{۲,۳,۵,۷\}$ و y آنها عضو مجموعهٔ $B = \{۱,۳,۵,۷,۹\}$ است، بنابراین تعداد این زوج‌های مرتب برابر است با:

$$n(C\times B) = n(C)\times n(B) = ۴\times ۵ = ۲۰$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- گزینهٔ «۴» *(فرشاد فرامرزی)*

در پرتاب یک تاس، فضای نمونه به‌صورت $S = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ است و داریم:

$$P(۱) = x \ , \ P(۲) = ۲x, \ldots, P(۶) = ۶x$$

تنها عدد اول و زوج، عدد ۲ می‌باشد. اگر A را پیشامد رو شدن عدد ۲ و B را پیشامد آمدن عدد زوج در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\{۲\} \cap \{۲,۴,۶\})}{P(\{۲,۴,۶\})} = \frac{P(۲)}{P(\{۲,۴,۶\})}$$

$$= \frac{P(۲)}{P(۲) + P(۴) + P(۶)} = \frac{۲x}{۲x + ۴x + ۶x} = \frac{۱}{۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحهٔ ۵۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۶- گزینهٔ «۴» *(نیلوفر مهدوی)*

$$P(A' \mid B') = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{P[(A \cup B)']}{P(B')} = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۱ - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow ۱ - (\frac{۲}{۵} + \frac{۱}{۲} - P(A \cap B)) = \frac{۳}{۸} \Rightarrow \frac{۹}{۱۰} - P(A \cap B) = \frac{۵}{۸}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۷۲ - ۵۰}{۸۰} = \frac{۲۲}{۸۰} = \frac{۱۱}{۴۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر پیشامد شرکت در انتخابات شورای شهر را با C نمایش دهیم، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)$$

$$= \frac{۲}{۳} \times \frac{۵۰}{۱۰۰} + \frac{۱}{۳} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۱۸۰}{۳۰۰}$$

احتمال اینکه فردی که در انتخابات شورای شهر شرکت کرده، ساکن شهر A باشد، طبق قانون بیز برابر است:

$$P(A|C) = \frac{P(A)P(C|A)}{P(C)} = \frac{\frac{۲}{۳} \times \frac{۵۰}{۱۰۰}}{\frac{۱۸۰}{۳۰۰}} = \frac{۱۰۰}{۱۸۰} = \frac{۵}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه تمرین ۱۰ صفحهٔ ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(ندا صالح‌پور)*

در پرتاب ۳ سکه، احتمال آنکه حداقل ۲ بار «رو» ظاهر شود، برابر است با:

$$\frac{\binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۳}}{۲^۳} = \frac{۳+۱}{۸} = \frac{۱}{۲}$$

مربع کامل یا عدد اول شامل اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ می‌شود. پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

میانگین یا متوسط داده‌ها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

برای به‌دست آوردن میانه داده‌ها، ابتدا آن‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. عدد وسط را میانه نامیده و با Q_2 نشان می‌دهیم. همچنین میانهٔ داده‌های قبل از Q_2 را چارک اول (Q_1) و میانهٔ داده‌های بعد از Q_2 را چارک سوم (Q_3) می‌نامیم. داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد، مُد نامیده می‌شود.

$$\underset{Q_2}{\downarrow}$$
۱,۱,۲,۲,۲,۳, ۴ ,۵,۸,۹,۱۲,۱۲,۱۴

$$Q_2=\frac{9+12}{2}=10/5$$

۲ بیشترین فراوانی را دارد، در نتیجه مُد داده‌ها برابر ۲ است.

میانگین مُد داده‌ها و چارک سوم برابر است با،

$$\frac{10/5+2}{2}=\frac{12/5}{2}=6/25$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- گزینهٔ «۱» *(ندا صالح‌پور)*

مجموع انحراف از میانگین داده‌ها همواره برابر صفر است، بنابراین:

$$-۴+۳+a+۴-۲=۰ \Rightarrow a=-۱$$

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma_۱^۲=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{n}=\frac{(-۴)^۲+۳^۲+(-۱)^۲+۴^۲+(-۲)^۲}{۵}=\frac{۴۶}{۵}$$

اگر واریانس داده‌های جدید را با $\sigma_۲^۲$ نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\sigma_۲^۲=۵^۲\times\frac{۴۶}{۵}=۴۶\times۵=۲۳۰$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۱- گزینهٔ «۲» *(محمد پیمانی)*

$$A\cap C=[۱,۴]$$
$$B\cup(A\cap C)=(-۲,۴]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۸۲- گزینهٔ «۱» *(جوانبخش نیکنام)*

$$۸+\sqrt{۲۸}=۸+۲\sqrt{۷}=(\sqrt{۷}+۱)^۲$$
$$\sqrt{۲۲-۶\sqrt{(\sqrt{۷}+۱)^۲}}=\sqrt{۲۲-۶(\sqrt{۷}+۱)}=\sqrt{۱۶-۶\sqrt{۷}}$$
$$=\sqrt{(۳-\sqrt{۷})^۲}=|۳-\sqrt{۷}|=۳-\sqrt{۷}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}a=۳\\b=-۱\\c=۷\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۹$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۳- گزینهٔ «۳» (میلاد هاشمی)

$$A=\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\Rightarrow A^3=a-b-3\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)$$

$$\Rightarrow A^3=7-6A\Rightarrow A^3+6A-7=0$$

مجموع ضرایب معادلهٔ بالا، برابر صفر است، پس $A=1$ یکی از جواب‌های آن است.

با تقسیم عبارت بر $A-1$ داریم:

$$A^3+6A-7=(A-1)(A^2+A+7)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}A=1\\ A^2+A+7=0\Rightarrow\Delta<0 \text{ جواب ندارد}\end{cases}$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۴- گزینهٔ «۴» (عادل حسینی)

با نوشتن جملات دنباله می‌بینیم که چهار جملهٔ اول برابر صفر و هر کدام از اعداد طبیعی به‌ترتیب ۷ بار تکرار می‌شوند. در نتیجه داریم:

$$a_n: \underbrace{0,0,0,0}_{\text{جملهٔ ۱۹۹ام}},\underbrace{1,1,\ldots,1}_{\text{۷ بار}},\underbrace{2,2,\ldots,2}_{\text{۷ بار}},\ldots,\underbrace{13}_{\text{جملهٔ ۱۹۵ام}},14,14,14,14$$

با توجه به جملات فوق، مجموع ۹۹ جملهٔ اول دنبالهٔ موردنظر برابر است با:

$$7(1+2+\ldots+13)+4\times14=7\times\left(\frac{13\times14}{2}\right)+4\times14$$

$$=637+56=693$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۵- گزینهٔ «۳» (میلاد منصوری)

$$a_1a_5=(aaq^4)=a^2q^4=6$$

$$a_3a_7=(aq^2aq^6)=a^2q^8=24$$

با تقسیم این دو رابطه داریم:

$$q^4=4\Rightarrow q=\pm\sqrt{2}\xrightarrow{\text{دنبالهٔ صعودی}}q=\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا لشکری)*

اگر یک سهمی بر خطی مماس باشد، Δی تلاقی آن‌ها صفر است:

$$\begin{cases} y_1 = 2x^2 + (m-1)x + m + 6 \\ y_2 = -x \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 4(2)(m+6) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -4 : 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1 & \text{غ‌ق} \\ m = 12 : 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3 & \text{ق} \end{cases}$$

طول نقطهٔ مماس در ناحیهٔ دوم منفی است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۷- گزینهٔ «۱» *(میلاد پاشمی)*

پمپ A استخر را در T_A ساعت و پمپ B آن در T_B ساعت خالی می‌کند. در صورت کار همزمان این دو، تخلیه در ۴ ساعت انجام می‌شود. داریم:

$$\frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B} = \frac{1}{4} \qquad (1)$$

اگر پمپ A با ٪۴۰ توان کار کند، استخر را در $\frac{T_A}{0/4}$ ساعت تخلیه می‌کند.

هم‌چنین پمپ B با ٪۶۰ توان، این کار را در $\frac{T_B}{0/6}$ ساعت انجام می‌دهد. پس داریم:

$$\frac{1}{\frac{T_A}{0/4}} + \frac{1}{\frac{T_B}{0/6}} = \frac{0/4}{T_A} + \frac{0/6}{T_B} = \frac{1}{9} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{0/2}{T_B} = \frac{1}{9} - \frac{0/4}{4} = \frac{1}{90} \Rightarrow T_B = 18$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

طبق شکل بالا، دو نمودار در ۲ نقطه همدیگر را قطع می‌کنند، پس معادلهٔ اصلی، ۲ جواب حقیقی دارد.

(حسابان ۱ - جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- گزینهٔ «۱» (عرفان صادقی)

فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با: $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. مختصات تمام نقاطی که بر خط $y=x+2$ قرار دارند، به صورت $(\alpha,\alpha+2)$ می‌باشد. بنابراین فاصلهٔ بین نقاط به مختصات $(\alpha,\alpha+2)$ از خط به معادلهٔ $x+2y+3=0$ برابر است با:

$$d=\frac{|\alpha+2\alpha+4+3|}{\sqrt{1+4}} \xrightarrow{d=\sqrt{5}} \sqrt{5}=\frac{|3\alpha+7|}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow |3\alpha+7|=5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\alpha_1+7=5 \Rightarrow \alpha_1=-\frac{2}{3} \\ 3\alpha_2+7=-5 \Rightarrow \alpha_2=-4 \end{cases} \xrightarrow{y=x+2} \begin{cases} y_1=-\frac{2}{3}+2 \\ y_2=-4+2=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_1+y_2=-\frac{2}{3}+2-2=-\frac{2}{3}$$

(حسابان ۱ - پیر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۰- گزینهٔ «۱» (شاهین پروازی)

$$\frac{x^2}{x-1} \le \frac{x}{1+x}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x-1}-\frac{x}{x+1} \Rightarrow \frac{x^3+x^2-x^2+x}{x^2-1} \le 0 \Rightarrow \frac{x^3+x}{x^2-1} \le 0$$

$$\frac{x(x^2+1)}{x^2-1} \le 0 \xrightarrow{x^2+1>0} \frac{x}{x^2-1} \le 0$$

x		-1		0		1	
x	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$
x^2-1	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$\frac{x}{x^2-1}$	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$

پس مجموعهٔ جواب نامعادله $(-\infty,-1)\cup[0,1)$ است.

$$(-\infty,-1)\cup[0,1)=(-\infty,a)\cup[b,c) \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=0$$

(ریاضی ۱- عاده‌ها و نامعاده‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- گزینهٔ «۲» *(علی سلامت)*

می‌دانیم ضابطهٔ یک تابع خطی به صورت $f(x)=ax+b$ است. حال ضابطهٔ تابع $y=f(f(x))$ را تشکیل می‌دهیم و بعد از به دست آمدن ضابطهٔ تابع f با حل معادلهٔ $f(x)=0$ محل برخورد تابع را با محور x محاسبه می‌کنیم.

$$f(f(x))=f(ax+b)=a(ax+b)+b=\underline{\underline{a^2x}}+\underline{ab+b}=\underline{\underline{16x}}-\underline{5}$$

$$a^2=16\Rightarrow\begin{cases}a=4\Rightarrow 4b+b=-5\Rightarrow b=-1\\ \Rightarrow f(x)=4x-1\xrightarrow{f(x)=0}x=\frac{1}{4}\\ \text{یا}\\ a=-4\Rightarrow -4b+b=-5\Rightarrow b=\frac{5}{3}\\ \Rightarrow f(x)=-4x+\frac{5}{3}\xrightarrow{f(x)=0}x=\frac{5}{12}\end{cases}$$

(ریاضی ۱ - تابع، صفحهٔ ۱۰۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۲- گزینهٔ «۱» *(شاهین پروازی)*

$$f^{-1}(5)=A\Rightarrow f(A)=5$$

$$\Rightarrow 2A+\sqrt{4A+5}=5\Rightarrow\sqrt{4A+5}=5-2A$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}4A+5=25-20A+4A^2$$

$$\Rightarrow 4A^2-24A+20=0\Rightarrow A^2-6A+5=0$$

$$\Rightarrow (A-1)(A-5)=0\Rightarrow A=1\ \text{یا}\ A=5$$

که فقط $A=1$ در معادلهٔ اولیه صدق می‌کند پس $f^{-1}(5)=1$ است. از طرفی برای $f(5)$ نیز داریم:

$$f(5)=2(5)+\sqrt{4(5)+5}=15$$

$$\Rightarrow\frac{f(5)}{f^{-1}(5)}=\frac{15}{1}=15$$

(حسابان ۱ - تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- گزینهٔ «۱» *(شاهین پروازی)*

$$f(x) = -2^{1-3x} \Rightarrow \log_2(-y) = 1 - 3x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\log_2(-x) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\log_2(-x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{x(1 - \log_2(-x))}$$

دامنهٔ تابع g را می‌نویسیم:

$$x(1 - \log_2(-x)) \geq 0$$

واضح است که باید $x < 0$ باشد. بنابراین عبارت $1 - \log_2(-x)$ باید نامثبت باشد:

$$1 - \log_2(-x) \leq 0 \Rightarrow \log_2(-x) \geq 1 \Rightarrow -x \geq 2$$

$$\Rightarrow x \leq -2 \xrightarrow{\text{اشتراک با } x<0} D_g = (-\infty, -2] \Rightarrow a = -2$$

(حسابان ۱- تابع و توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۸۰ تا ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۴- گزینهٔ «۳» *(علی سلامت)*

راه اول: از روی شکل واضح است که $D_g = [-1, 3]$ است. بنابراین:

$$g(x) = f(x-1) + 2$$

$$-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

حال برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع $h(x) = f(\frac{1}{2}x + 3)$ کافی است نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$-2 \leq \frac{1}{2}x + 3 \leq 2 \Rightarrow -5 \leq \frac{1}{2}x \leq -1$$

$$\Rightarrow -10 \leq x \leq -2 \Rightarrow D_h = [-10, -2]$$

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- گزینهٔ «۴» (حمید علیزاده)

ابتدا با اتحاد مزدوج معادله را ساده می‌کنیم.

$$(\log ۵ + \log x)(\log ۵ - \log x) = ۲\log ۵x$$

$$\Rightarrow (\log ۵x)(\log \frac{۵}{x}) - ۲\log ۵x = ۰ \Rightarrow (\log ۵x)(\log \frac{۵}{x} - ۲) = ۰$$

$$\left\{\begin{array}{l} \log ۵x = ۰ \Rightarrow ۵x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۵} \\ \log \frac{۵}{x} = ۲ \Rightarrow \frac{۵}{x} = ۱۰۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲۰} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۲۰} = \frac{۴-۱}{۲۰} = \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۵}{۱۰۰}$$

(حسابان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۶- گزینهٔ «۲» (حمیدرضا نوشکاران)

می‌دانیم مساحت یک مثلث از فرمول $S = \frac{۱}{۲}ab\sin\theta$ به دست می‌آید که θ، زاویهٔ بین دو ضلع a و b است. حال با توجه به این نکته داریم:

$$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta ABD}} = \frac{۱}{۲} = \frac{\frac{۱}{۲}AC.AD.\sin\alpha}{\frac{۱}{۲}AB.AD.\sin\beta} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB}.\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{۱}{۲}.\frac{AB}{AC}$$

از طرفی با توجه به شکل داریم:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

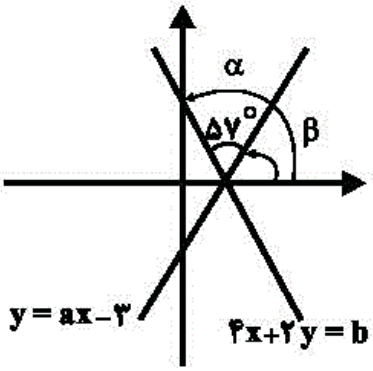
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- گزینهٔ «۲» (حمید عام‌قادری)

شیب خط $۴x+۲y=b$ برابر -۲ و تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد. پس:

$$\tan\alpha=-۲ \text{ و } \tan۱۱۷^\circ=-۲\Rightarrow\alpha=۱۱۷^\circ$$



۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۸- گزینهٔ «۱» (حمیدرضا نوشکاران)

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)=\cos(\pi+\frac{\pi}{۲}+x)=-\cos(\frac{\pi}{۲}+x)$$

$$=-\sin(-x)=\sin x$$

$$\sin(x-\frac{\pi}{۲})=-\sin(\frac{\pi}{۲}-x)=-\cos x$$

$$\sin(x+\pi)=-\sin x$$

$$\cos(۹\pi+x)=\cos(۸\pi+\pi+x)=\cos(\pi+x)=-\cos x$$

$$\Rightarrow A=\frac{\sin x-\cos x}{-\sin x+\cos x}=\frac{-(\cos x-\sin x)}{\cos x-\sin x}=-۱$$

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- گزینهٔ «۳» (سعید علم پور)

صورت و مخرج را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم.

$$T=\frac{\frac{۱}{۲}\cos ۱۰^\circ+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sin ۱۰^\circ}{\frac{۱}{۲}\sin ۱۴۰^\circ}=\frac{\sin ۳۰^\circ\cos ۱۰^\circ+\cos ۳۰^\circ\sin ۱۰^\circ}{\frac{۱}{۲}\sin ۱۴۰^\circ}$$

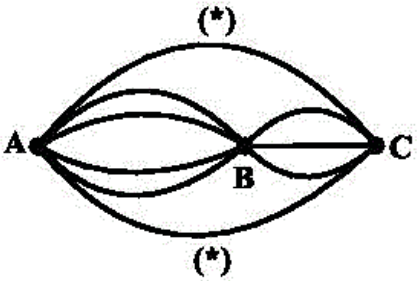
$$=\frac{\sin(۳۰^\circ+۱۰^\circ)}{\frac{۱}{۲}\sin ۱۴۰^\circ}=\frac{\sin ۴۰^\circ}{\frac{۱}{۲}\sin ۴۰^\circ}=۲$$

توجه: زوایای ۴۰° و ۱۴۰° مکمل‌اند، پس سینوس‌هایشان برابرند.

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۰- گزینهٔ «۴» (عادل حسینی)



اگر هر کدام از مسیرهای * دار را برای رفت انتخاب کنیم، برای برگشت $۴\times۳+۱=۱۳$ راه وجود دارد. اما اگر از راه‌های میانی استفاده کنیم برای رفت $۴\times۳=۱۲$ راه و برای برگشت $۲+۲\times۳=۸$ راه داریم. بنابراین طبق اصل‌های ضرب و جمع تعداد کل حالات برابر خواهد بود با:

$$۱۳+۱۳+(۱۲)(۸)=۲۶+۹۶=۱۲۲$$

(ریاضی ۱ - شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا