



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۳۱- a و b دو عدد صحیح متوالی هستند به طوری که $a < \sqrt[3]{-83} < b$ ، مقدار b کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۶

۳۲- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، $a_8 = n$ و $a_n = 8$ ، حاصل a_{n+8} همواره کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$, $n \neq 8$)

(۱) صفر (۲) $n+8$ (۳) $n-8$ (۴) $2n-8$

۳۳- اگر $f(x) = \frac{cx^2 + ax + 2b + 4}{(b+3)x + 2}$ یک تابع همانی باشد، مقدار $a + 3b - 2c$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۲

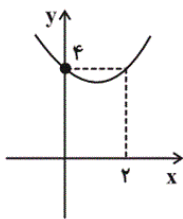
۳۴- تویی از ارتفاع $9/5$ متری به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این توپ از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h(t) = -5t^2 + 18t + 9/5$ محاسبه شود، حداکثر ارتفاع توپ برابر ... متر بوده که در ثانیه ... به این ارتفاع می‌رسد (به ترتیب از راست به چپ).

(۱) $1/8$, $25/7$ (۲) $1/8$, 28 (۳) $3/6$, $9/5$ (۴) $3/6$, 28

۳۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + x + 3}{2x^2 - x} > 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۳۶- اگر نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + bx + c$ به شکل زیر بوده و رأس آن $A(\alpha, \beta)$ باشد، کدام $\alpha\beta$ است؟



- (۱) $2/5$
(۲) ۲
(۳) $3/5$
(۴) ۳

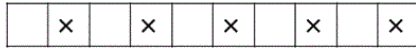
۳۷- اگر $\sin\theta - \cos\theta = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\tan\theta} + \frac{1}{\cot\theta}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

۳۸- با کنار هم قرار گرفتن ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد سه رقمی فرد و بزرگ‌تر از ۳۰۰ می‌توان ساخت؟ (استفاده از ارقام تکراری مجاز نیست.)

(۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲۸

۳۹- واگن مترویی دارای ۲۰ صندلی در ۲ ردیف است. ۵ نفر از قبل با رعایت فاصله‌گذاری اجتماعی در این واگن نشسته و تغییر مکان نمی‌دهند. اگر ۵ نفر وارد واگن شوند، به چند طریق می‌توانند با رعایت فاصله روی صندلی‌ها بنشینند؟ (نشستن بر روی صندلی‌هایی که علامت ضربدر دارند، مجاز نیست.)



- (۱) ۱۰!
- (۲) ۲×۱۰!
- (۳) ۵!
- (۴) ۲×۵!

۴۰- از کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید، ۵ مهره قرمز و ۲ مهره آبی، ۴ مهره خارج می‌کنیم. در چند حالت مختلف، دقیقاً یک مهره قرمز و حداکثر یک مهره آبی است؟

- (۱) ۳۰
- (۲) ۵۰
- (۳) ۸۰
- (۴) ۱۰۰

دهم: هندسه ۱ - ۱۰ سوال -

۴۱- دو دایره به مراکز A و B ، یکدیگر را در نقاط C و D قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند M روی پاره‌خط

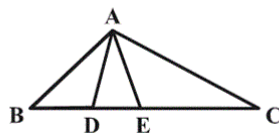
AB می‌توان یافت به گونه‌ای که $MC = MD$ باشد؟

- (۱) بی‌شمار
- (۲) هیچ
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۴۲- اگر $x + 5$ ، $2x - 2$ و $x + 1$ ، طول اضلاع مثلثی باشند، کدام عدد می‌تواند محیط این مثلث باشد؟

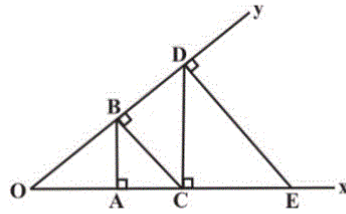
- (۱) ۵
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۸

۴۳- در شکل زیر، مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت $\frac{BC}{DE}$ کدام است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۵/۵
- (۳) ۶
- (۴) ۶/۵

۴۴- در شکل روبه‌رو، اگر $OE = 3OA = 9$ باشد، آنگاه طول OC کدام است؟



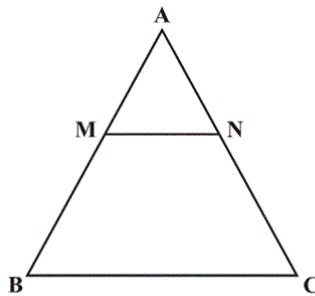
(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) $3\sqrt{3}$

۴۵- در شکل زیر، $BC \parallel MN$ و مساحت ذوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ کدام است؟



(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۶- در یک چندضلعی که تعداد قطرهای و ضلع‌ها برابر است، مجموع اندازه زاویه‌های داخلی چند درجه است؟

(۱) ۳۶۰

(۲) ۵۴۰

(۳) ۷۲۰

(۴) ۹۰۰

۴۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول میانه وارد بر وتر برابر ۶ واحد و $\hat{B} = 30^\circ$ است. فاصله وسط وتر، از ضلع AB کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

۴۸- نقطه M ، نقطه‌ای دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. هرگاه مجموع فاصله‌های M از دو ضلع این مثلث برابر ۳ واحد و

مساحت مثلث برابر $12\sqrt{3}$ باشد، فاصله M از ضلع سوم مثلث کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) ۴

(۴) ۳

۴۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای $\frac{17}{2}$ واحد است. حداکثر تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

۷ (۲)

۸ (۱)

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۵۰- خطی که تمام وجوه یک مکعب را قطع می‌کند، با چند یال از آن متناظر است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۳۱-

(آرمان بلالی فرد)

باید دو عدد a و b را به گونه‌ای پیدا کنیم که:

$$a^3 < -83 < b^3$$

یعنی a^3 و b^3 دو عدد مکعب کامل باشند. مکعبات چند عدد صحیح را

محاسبه می‌کنیم تا ببینیم a و b چه اعدادی هستند:

$$\begin{array}{ccc} -1 & , & -2 & , & -3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (-1)^3 = -1 & & (-2)^3 = -8 & & (-3)^3 = -27 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} , & -4 & , & -5 & , & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ (-4)^3 = -64 & & (-5)^3 = -125 & & & \end{array}$$

پس $a^3 = -125$ و $b^3 = -64$. در نتیجه:

$$a = -5 , b = -4$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(یغما کلانتیران)

$$\begin{cases} a_8 = n \\ a_n = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 7d = n \\ a_1 + (n-1)d = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$7d - (n-1)d = n - 8 \Rightarrow 8d - nd = n - 8 \Rightarrow d = -1$$

اکنون برای a_{n+8} داریم:

$$a_{n+8} = a_1 + (n+7)d = a_1 + \underbrace{7d}_{n} + nd$$

$$\xrightarrow{d=-1} a_{n+8} = n - n = 0$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سپار امری)

تابع $f(x)$ تابع همانی است. بنابراین:

$$f(x) = \frac{cx^2 + ax + 2b + 4}{(b+3)x + 2} = x$$

$$\Rightarrow cx^2 + ax + 2b + 4 = (b+3)x^2 + 2x$$

با مقایسه دو طرف تساوی داریم:

$$\left. \begin{aligned} cx^2 = (b+3)x^2 &\Rightarrow c = b+3 \\ 2b+4 = 0 &\Rightarrow b = -2 \\ ax = 2x &\Rightarrow a = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow a + 3b - 2c = 2 + 3(-2) - 2(1) = -6$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه ۱۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(اسد ابراهیمی)

چون معادله حرکت این توپ، معادله یک سهمی است، بنابراین حداکثر ارتفاع توپ به ازای طول رأس سهمی به دست می‌آید. ابتدا طول رأس

سهمی را از رابطه $t = \frac{-b}{2a}$ محاسبه می‌کنیم. سپس جواب به دست آمده

را در معادله به جای t قرار می‌دهیم تا بیشترین ارتفاع به دست آید.

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{-10} = 1.8$$

$$h(1.8) = -5(1.8)^2 + 18(1.8) + 9/5 = 25/7$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهرداد ملونری)

تمام عوامل را به یک طرف تساوی انتقال داده و مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{x^2 + x + 3}{2x^2 - x} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x + 3 - 2x^2 + x}{2x^2 - x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 2x + 3}{2x^2 - x} > 0$$

حال کسر را تعیین علامت می‌کنیم:

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$2x^2 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$\frac{-x^2 + 2x + 3}{2x^2 - x}$		-	+	-	+	-
		○		○	○	
			ت ن	ت ن		

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب: } (-1, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

مجموعه جواب فقط شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ می‌باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

ابتدا b و c را محاسبه می‌کنیم:

$$f(0) = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$f(2) = 4 \Rightarrow 2(2)^2 + 2b + 4 = 4 \Rightarrow b = -4$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 4$$

طول رأس سهمی:

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \times 2} = 1$$

عرض رأس سهمی:

$$\beta = f(1) = 2(1)^2 - 4(1) + 4 = 2$$

$$\alpha\beta = 1 \times 2 = 2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\tan\theta} = \cot\theta \\ \frac{1}{\cot\theta} = \tan\theta \end{cases}$$

بنابراین حاصل $\tan\theta + \cot\theta$ مدنظر است.

$$\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \quad (*)$$

طبق صورت سؤال $\sin\theta - \cos\theta = -\frac{1}{3}$ است، پس:

$$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای صدگان ۳ حالت مختلف در نظر می‌گیریم:

یکان دهگان صدگان

$$\begin{array}{c} \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۲} = ۸ \\ \quad ۳ \qquad \qquad ۵, ۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} = ۱۲ \\ \quad ۴ \qquad \qquad ۵, ۳, ۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۲} = ۸ \\ \quad ۵ \qquad \qquad ۳, ۱ \end{array}$$

$$\Rightarrow ۸ + ۱۲ + ۸ = ۲۸$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(امیرحسین افشار)

از ۱۰ صندلی مجاز، ۵ صندلی قبلاً اشغال شده است. بنابراین ۵ صندلی مانده که ۵ نفر جدید باید روی آن‌ها بنشینند که به ۵! حالت امکان‌پذیر است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(وهید راهتی)

حداکثر یک مهره آبی، یعنی هیچ یا یک مهره آبی؛ پس تعداد حالات مطلوب برابر می‌شود با:

$$\underbrace{\binom{۵}{۱}}_۵ + \underbrace{\binom{۲}{۱}}_۲ + \underbrace{\binom{۴}{۲}}_۶ + \underbrace{\binom{۵}{۱}}_۵ + \underbrace{\binom{۲}{۰}}_۱ + \underbrace{\binom{۴}{۳}}_۴ = ۶۰ + ۲۰ = ۸۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

مطابق شکل، دو دایره یکی به مرکز A و به شعاع R_1 و دیگری به مرکز B و به شعاع R_2 رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. داریم:

$$AC = AD = R_1 \Rightarrow \text{روی عمودمنصف } CD \text{ است } (1)$$

$$BC = BD = R_2 \Rightarrow \text{روی عمودمنصف } CD \text{ است } (2)$$

خط گذرنده از نقاط A و B ، عمودمنصف CD است $(1), (2) \Rightarrow$
بنابراین هر نقطه واقع بر پاره خط AB ، از نقاط C و D به یک فاصله است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۴۲

(پژمان فرهادیان)

طول اضلاع مثلث باید در نامساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x - 2 + x + 5 > x + 1 \Rightarrow x > -1$$

$$x + 5 + x + 1 > 2x - 2 \Rightarrow 6 > -2 \text{ بدیهی}$$

$$2x - 2 + x + 1 > x + 5 \Rightarrow x > 3$$

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x ، به صورت $x > 3$ است.

$$\text{محیط مثلث} = x + 5 + 2x - 2 + x + 1 = 4x + 4$$

$$x > 3 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 4 > 16$$

پس تنها عدد ۱۸ از بین گزینه‌ها می‌تواند محیط این مثلث باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال- صفحه ۲۷)

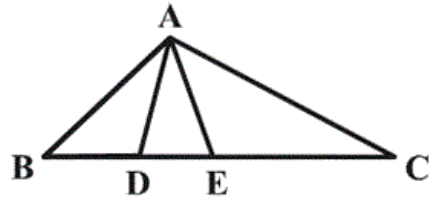
۴ ✓

۳

۲

۱

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک باشند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آنهاست. بنابراین:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_{\Delta_{ACE}}}{S_{\Delta_{ADE}}} = \frac{CE}{DE} = 3 \Rightarrow DE = \frac{1}{3}CE \\ \frac{S_{\Delta_{ACE}}}{S_{\Delta_{ABD}}} = \frac{CE}{BD} = 2 \Rightarrow BD = \frac{1}{2}CE \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{BD + DE + CE}{\frac{1}{3}CE} = \frac{\frac{1}{2}CE + \frac{1}{3}CE + CE}{\frac{1}{3}CE} = \frac{11}{2} = 5 \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱- تقبیة تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Delta ODC : BA \parallel DC \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$$

$$\Delta ODE : BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OE}$$

با مقایسه دو تناسب داریم:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow OC^2 = OA \cdot OE$$

$$OC^2 = 3 \times 9 = 27 \Rightarrow OC = 3\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث

AMN است، می‌توان نوشت:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMN} + S_{MNCB} = S_{\Delta AMN} + 8S_{\Delta AMN} = 9S_{\Delta AMN}$$

با توجه به این که $BC \parallel MN$ است، می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث

ABC و AMN متشابه هستند. پس:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \left(\frac{AB}{AM} \right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{AB}{AM} = 3 \Rightarrow AB = 3AM$$

$$\Rightarrow AM + MB = 3AM \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در هر n ضلعی تعداد قطرهای $\frac{n(n-3)}{2}$ است. بنابراین:

$$\text{تعداد ضلع‌ها} = \text{تعداد قطرهای} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n-3=2 \Rightarrow n=5$$

مجموع اندازه زاویه‌های داخلی هر n ضلعی برابر $(n-2) \cdot 180^\circ$ است.

پس:

$$180^\circ(5-2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

(هندسه ۱- پنضلعی‌ها - صفحه ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۴۷

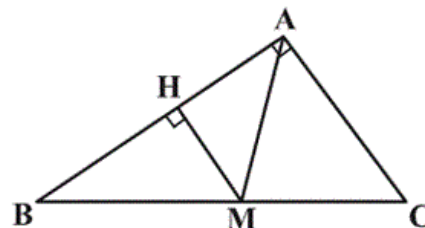
(معمربراهیم گیتی زاده)

در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است.

$$BC = 2AM = 12 \Rightarrow BM = 6$$

اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه 30° داشته باشد، طول ضلع روبه‌رو به این

زاویه، نصف طول وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویه BMH داریم:



$$\hat{B} = 30^\circ \Rightarrow MH = \frac{1}{2}BM = 3$$

(هندسه ۱- پنضلعی‌ها - صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

 ۴

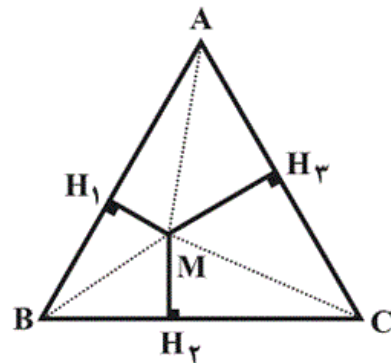
 ۳

 ۲

 ۱

(تصیر معینی نژاد)

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 6$$



مجموع فاصله‌های هر نقطهٔ درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن،

برابر طول ارتفاع مثلث است، پس در صورتی که $MH_1 + MH_2 = 3$

باشد، آنگاه داریم:

$$\underbrace{MH_1 + MH_2 + MH_3}_3 = 6 \Rightarrow MH_3 = 6 - 3 = 3$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

-۴۹

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{17}{2} = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 17 = b + 2i - 2$$

$$\Rightarrow 2i = 19 - b$$

بیشترین مقدار i به ازای کمترین مقدار b حاصل می‌شود. می‌دانیم در

یک چندضلعی شبکه‌ای $b \geq 3$ است. پس:

$$2i = 19 - 3 \Rightarrow 2i = 16 \Rightarrow i = 8$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

 ۴

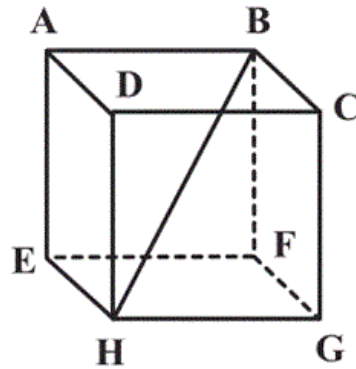
 ۳

 ۲

 ۱

یک خط زمانی تمام وجوه یک مکعب را قطع می‌کند که از دو رأس متقابل آن بگذرد. در این حالت خط با یال‌هایی که از آن دو رأس متقابل می‌گذرند (۶ یال) متقاطع و با ۶ یال دیگر متنافر است.

به عنوان مثال در شکل زیر، قطر BH که تمام وجه‌های مکعب را قطع می‌کند با یال‌های AD ، CD ، AE ، EF ، CG و FG متنافر است.



(هندسه ۱ - تجسم فضایی - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱