



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۲۱- میله‌ای به طول ۱۸ متر را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، اگر طول میله بلندتر از $\frac{1}{5}$ برابر طول میله کوتاه‌تر ۲ متر کمتر باشد، در این صورت طول میله کوتاه‌تر چند متر است؟

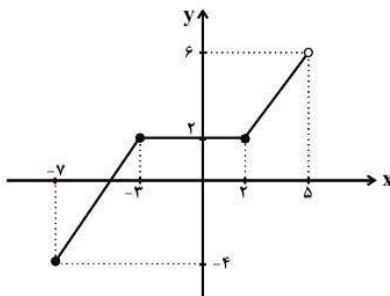
- ۴ (۱) ۶ (۲) ۷/۵ (۳) ۸ (۴)

۲۲- معادله $-2x^2 + x + k = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = \alpha$ است. حاصل $\alpha + k$ کدام است؟

- $\frac{3}{8}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴)

۲۳- دو چاپگر A و B برای چاپ فیش‌های حقوقی یک شرکت کار می‌کنند. اگر چاپگر A به تنهایی کار کند، مدت زمانی که طول می‌کشد تا فیش‌ها را چاپ کند ۳ برابر مدت زمانی است که چاپگر B به تنهایی کار می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، فیش‌ها را در مدت زمان ۳ ساعت چاپ می‌کنند. چاپگر A در چند ساعت به تنهایی فیش‌ها را چاپ می‌کند؟

- ۶ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)



۲۴- با توجه به نمودار تابع مقابل، برد تابع کدام است؟

- (۱) $\{y \in \mathbb{R} \mid -7 \leq y < 5\}$
 (۲) $\{y \in \mathbb{R} \mid -7 \leq y < 6\}$
 (۳) $\{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y < 6\}$
 (۴) $\{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y < 2\}$

۲۵- در تابع خطی f ، $f(-2) = 3$ و $f(3) = -2$ است. در این صورت مقدار $f(-3) + f(2)$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴)

۲۶- اگر تابع درآمد شرکتی به صورت $R(x) = -\frac{x^2}{2} + 20x$ و تابع هزینه آن $C(x) = 4x + 50$ باشد، در این صورت ماکسیمم سودی

که نصیب شرکت می‌شود، کدام است؟

- ۳۳۴ (۱) ۳۸۴ (۲) ۷۸ (۳) ۱۲۸ (۴)

۲۷- کدام گزینه در مورد روش‌های جمع‌آوری داده‌ها نادرست است؟

- (۱) در مشاهده و ثبت وقایع، نیازی به فرد پاسخگو نیست.
 (۲) پرسش‌نامه مجموعه‌ای از سؤالات است که از قبل تهیه و تنظیم شده است.
 (۳) مصاحبه همان پرسش شفاهی است که معمولاً بین ۲ نفر اتفاق می‌افتد.
 (۴) یکی از مزیت‌های استفاده از دادگان این است که تمام سازمان‌ها اطلاعات مثبتی خود را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند.

۲۸- در ۱۸ داده آماری متمایز که میانگین آنها \bar{x} می باشد، اگر داده های بزرگتر از چارک سوم را حذف کنیم، میانگین داده های باقیمانده $\bar{x}-2$ خواهد شد. میانگین داده های بزرگتر از چارک سوم کدام است؟

- (۱) $\bar{x}+4$ (۲) $\bar{x}+7$ (۳) $\bar{x}+12$ (۴) $\bar{x}+16$

۲۹- اگر میانگین داده های ۶، $2a+7$ ، $a-3$ ، $2a$ برابر ۱۰ باشد، در این صورت انحراف معیار این داده ها تقریباً کدام است؟

- (۱) $6/1$ (۲) $7/3$ (۳) $8/5$ (۴) $9/2$

۳۰- واریانس n داده آماری برابر ۵ و میانگین آن ها برابر ۱۰ است. اگر سه داده ۱۲ و ۱۰ و ۸ به آن ها اضافه شود، واریانس برابر ۴ می شود. n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۲۱-

(معمد گوررزی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

طول میله بلندتر را y و طول میله کوتاه‌تر را x در نظر می‌گیریم. در این صورت

$$(1) \quad y = 1/5x - 2. \text{ از طرفی می‌دانیم مجموع طول دو میله برابر ۱۸ متر است، پس}$$

داریم:

$$y + x = 18 \xrightarrow{(1)} 1/5x - 2 + x = 18$$

$$\Rightarrow 2/5x = 18 + 2 \Rightarrow x = \frac{20}{2/5} = 8 \text{ طول میله کوتاه‌تر}$$

$$y = 18 - 8 = 10 \text{ طول میله بلندتر}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

۲۲-

(امیر زرانروز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲)

شرط اینکه معادله دارای ریشه مضاعف باشد این است که مبین معادله یا همان Δ

صفر باشد، در این حالت ریشه مضاعف از رابطه $-\frac{b}{2a}$ بدست می‌آید.

$$-2x^2 + x + k = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = k \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 1^2 - 4(-2)(k) = 0$$

$$\Rightarrow 1 + 8k = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{8}$$

$$\text{ریشه مضاعف: } x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1}{2 \times (-2)} = \frac{1}{4}$$

$$\alpha + k = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

فرض می‌کنیم چاپگر B در مدت زمان x ساعت فیش‌ها را چاپ کند، پس در یک

ساعت $\frac{1}{x}$ فیش‌ها را و چاپگر A در مدت زمان یک ساعت $\frac{1}{3x}$ فیش‌ها را چاپ

می‌کند و اگر هر دو با هم کار کنند در مدت زمان یک ساعت $\frac{1}{3}$ فیش‌ها را چاپ

می‌کنند، پس در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{3x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 4$$

پس چاپگر A در مدت زمان $3 \times 4 = 12$ ساعت فیش‌ها را چاپ می‌کند.

 ۴

 ۳

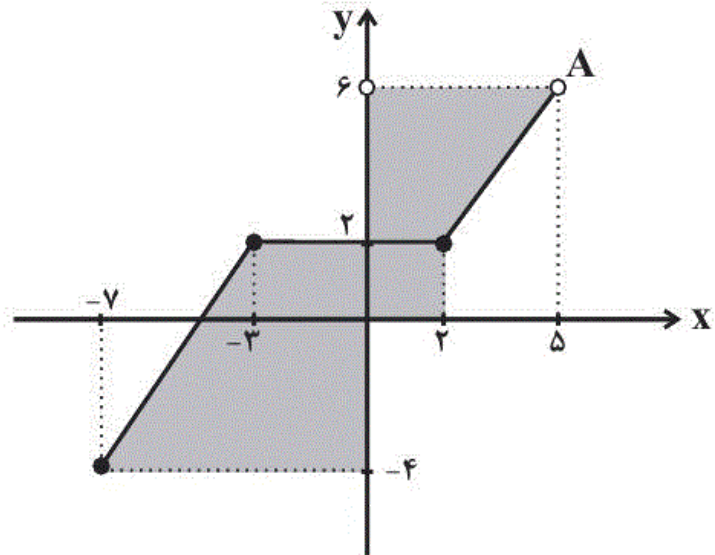
 ۲

 ۱

برای بدست آوردن برد تابع از روی نمودار کافی است تصویر نقاط نمودار را بر روی

محور y ها بیابیم. با توجه به شکل، تصویر نقطه A روی محور y ها باید توخالی

باشد، داریم:



با توجه به نمودار برد تابع برابر است با: $\{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y < 6\}$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا شیب نمودار تابع خطی را می‌یابیم:

$$f(-2) = 3 \Rightarrow A(-2, 3)$$

$$f(3) = -2 \Rightarrow B(3, -2)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-2 - 3}{3 - (-2)} = \frac{-5}{5} = -1$$

حال با استفاده از مختصات یکی از نقاط داریم:

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - (-2) = -1(x - 3)$$

$$\Rightarrow y + 2 = -x + 3 \Rightarrow y = -x + 3 - 2 \Rightarrow y = -x + 1$$

پس ضابطه تابع به فرم $f(x) = -x + 1$ است، حال داریم:

$$\begin{cases} f(-3) = -(-3) + 1 = 3 + 1 = 4 \\ f(2) = -2 + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow f(-3) + f(2) = 4 - 1 = 3$$

۴ ✓

۳

۲

۱

تابع سود از تفاضل تابع درآمد و هزینه به صورت زیر بدست می‌آید:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow P(x) = -\frac{x^2}{2} + 20x - (4x + 50)$$

$$= -\frac{x^2}{2} + 20x - 4x - 50 = -\frac{x^2}{2} + 16x - 50$$

معادله تابع سود یک معادله سهمی است که ماکسیمم مقدار آن برابر عرض رأس سهمی است.

$$P(x) = -\frac{x^2}{2} + 16x - 50 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } y = ax^2 + bx + c} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 16 \\ c = -50 \end{cases}$$

$$\text{طول رأس } x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_S = -\frac{16}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 16$$

حال با جایگذاری مقدار $x = 16$ در معادله سود، حداکثر سود بدست می‌آید:

$$P(16) = \frac{-(16)^2}{2} + 16 \times 16 - 50 = \frac{-256}{2} + 256 - 50 = -128 + 256 - 50 = 78$$

۴

۳

۲

۱

نقطه ضعف دادگان این است که تمام سازمان‌ها، اطلاعات ثبتی را در اختیار آمارگر قرار نمی‌دهند.

 ۴ ✓

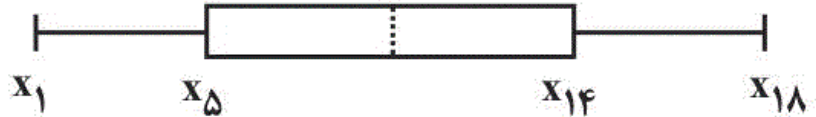
 ۳

 ۲

 ۱

(مهدی تک، ترکیبی، صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ تا ۹۱)

با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر، چارک اول پنجمین داده و میانه میانگین دو داده وسط و چارک سوم چهاردهمین داده می‌باشد، داریم:



$$x_1 + x_2 + \dots + x_{17} + x_{18} = 18\bar{x} \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{13} + x_{14} = 14(\bar{x} - 2) \quad (2)$$

$$\overbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_{14}}^{14(\bar{x} - 2)} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 18\bar{x}$$

$$x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 18\bar{x} - 14(\bar{x} - 2) = 18\bar{x} - 14\bar{x} + 28 = 4\bar{x} + 28$$

$$\text{میانگین داده‌های بزرگتر از چارک سوم} = \frac{x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18}}{4}$$

$$= \frac{4\bar{x} + 28}{4} = \bar{x} + 7$$

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

ابتدا با استفاده از رابطه میانگین، مقدار a و سپس داده‌ها را می‌یابیم:

$$2a, a-3, 2a+7, 6 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2a+a-3+2a+7+6}{4} \quad \bar{x}=10$$

$$10 = \frac{5a+10}{4} \Rightarrow 5a+10=40 \Rightarrow 5a=40-10 \Rightarrow 5a=30 \Rightarrow a = \frac{30}{5} = 6$$

$$2 \times 6, 6-3, 2 \times 6+7, 6 \Rightarrow 12, 3, 19, 6$$

حال طبق رابطه انحراف معیار داریم:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{(12-10)^2 + (3-10)^2 + (19-10)^2 + (6-10)^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{(2)^2 + (-7)^2 + (9)^2 + (-4)^2}{4}} = \sqrt{\frac{4+49+81+16}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{150}{4}} = \sqrt{37.5} = 6/12 \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید زرین‌کفش، معیارهای پراکندگی، صفحه ۸۹ تا ۹۱)

همان‌طور که مشاهده می‌کنید میانگین سه داده ۱۲ و ۱۰ و ۸ برابر ۱۰ است که با اضافه‌شدن این سه داده به داده‌های قبلی میانگین تغییر نمی‌کند، لذا واریانس را در حالت اولیه به دست می‌آوریم، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \begin{matrix} \sigma^2 = 5 \\ \bar{x} = 10 \end{matrix}$$

$$(x_1 - 10)^2 + \dots + (x_n - 10)^2 = 5n \quad (1)$$

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 + (8 - \bar{x})^2 + (10 - \bar{x})^2 + (12 - \bar{x})^2}{n+3}$$

$$\frac{\sigma'^2 = 4}{\bar{x} = 10} \rightarrow 4 = \frac{(x_1 - 10)^2 + \dots + (x_n - 10)^2 + (8-10)^2 + (10-10)^2 + (12-10)^2}{n+3}$$

$$(1) \rightarrow 4 = \frac{5n + 4 + 0 + 4}{n+3} \Rightarrow 5n + 8 = 4n + 12 \Rightarrow n = 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓