



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

-۳۱- در بین هفت کسر نوشته شده در زیر، نسبت تعداد کسرهایی که نمایش اعشاری مختوم دارند به تعداد کسرهایی که نمایش اعشاری متناوب دارند، چقدر است؟

$$\frac{5}{16}, \frac{7}{125}, \frac{33}{121}, \frac{343}{1400}, \frac{363}{495}, \frac{23}{128}, \frac{21}{70}$$

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

-۳۲- اگر $A = \{a, b, c, \phi\}$ و $B = \{\{\phi\}, a, d, \{\}\}$ باشند، مجموعه $A \cup B$ دارای چند زیرمجموعه است، به طوری که شامل عضوهای d و a باشد ولی عضو ϕ را نداشته باشد؟

۳۲ (۴)

۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

-۳۳- حاصل کدام عبارت، درست است؟

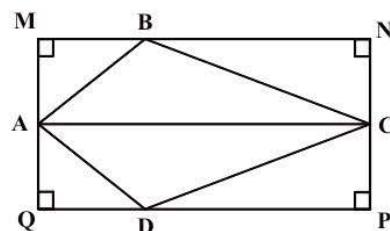
$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = 2\sqrt{3} - 2 \quad (۵)$$

$$\sqrt{(2-\sqrt{80})^2} \times \sqrt{(-3\sqrt{20}-3)^2} = 114 \quad (۱)$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 2 \quad (۴)$$

$$\sqrt{3\sqrt{225}+25} \times \sqrt{(2-\frac{18}{5})^2} = 0 / 8\sqrt{20} \quad (۳)$$

-۳۴- در شکل زیر، چهارضلعی $MNPQ$ مفروض است. اگر $MN \parallel AC$ و $BC > AB$ و $CD > MN$ درست نیست؟



$BC > BN$ (۱)

$\widehat{MAB} < \widehat{BCN}$ (۲)

$BN > BM$ (۳)

$MQ > BM$ (۴)

-۳۵- ابعاد یک جعبه به شکل مکعب مستطیل، 80cm ، 20cm و 62cm است. حجم این جعبه، به صورت نماد علمی، چند متر مکعب است؟

$9/6 \times 10^{-6}$ (۴)

$9/92 \times 10^{-2}$ (۳)

$9/92 \times 10^4$ (۲)

$9/6 \times 10^4$ (۱)

$$4a^2 - (a-b)^2 = (a+b)(3a-b) \quad (1)$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 23(x^2 - 2x) + 120 = (x+3)(x-2)(x-5)(x-4) \quad (2)$$

$$bx^2 - 5bx - 50b = b(x-10)(x+5) \quad (3)$$

$$x^2 + 2bx + b^2 + 10x + 25 + 10b = (x+5+b)^2 \quad (4)$$

- ۳۷ - اجتماع مجموعه جواب دو نامعادله $8x^2 + 10x + 4 < (-3x-2)^2 - x(x+2)$ و $(2x+3)^2 \leq 4x^2 + 12x + 9$ کدام است؟

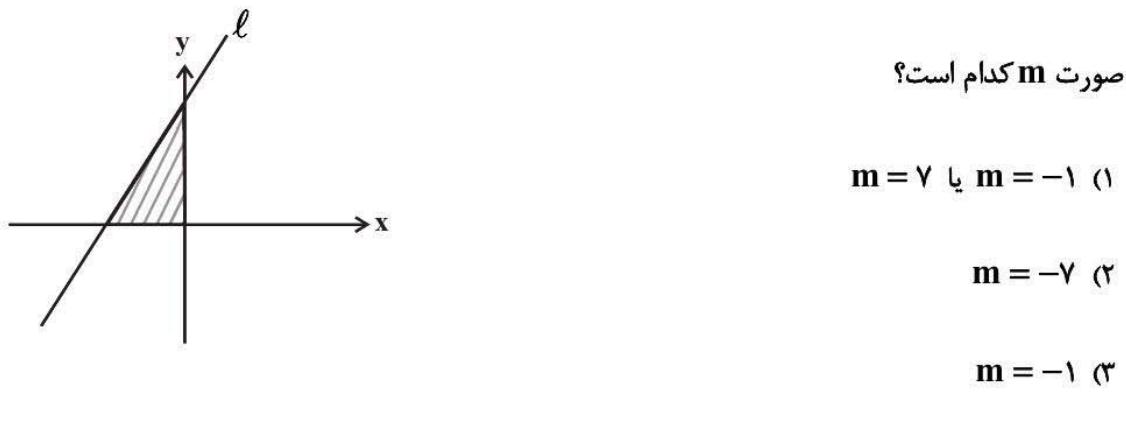
$$\mathbb{R} - \{0\} \quad (4)$$

$$\{0\} \quad (5)$$

$$\mathbb{R} \quad (2)$$

$$\emptyset \quad (1)$$

- ۳۸ - با توجه به شکل زیر، اگر مساحت مخصوص بین خط $\ell : 3x - 4y = -3m + 9$ و محورهای مختصات برابر ۶ واحد مربع باشد، در این



- ۳۹ - اگر نقاط $C = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 5 \\ a+2 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 3 \\ a \end{bmatrix}$ روی خط ℓ قرار داشته باشند، کدام خط زیر، خط ℓ را قطع نمی‌کند؟ ($a \neq 0$)

$$\frac{a-1}{3}x - y = -1 \quad (1)$$

$$(a+2)y - ax = 2 - a^2 \quad (1)$$

$$4y - \left(\frac{a}{2} + 2 \right)x = a \quad (4)$$

$$y = \frac{4}{a}x + \frac{2a-3}{a} \quad (3)$$

۴۰- عبارت گویای $\frac{(a+\Delta)}{(a+\Delta)(4a^3 - 20a^2 + 24a)}$ به ازای چه مجموعه مقادیری از a تعریف نشده است؟

{۰, ۲, ۳, ۵} (۴)

{-۵, ۰, ۲, ۳} (۳)

{±۵, ۰} (۲)

{۰, ۲, ۳} (۱)

(زهره رامشینی)

فقط کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارند که (پس از ساده شدن) مخرج آنها

شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ نداشته باشد.

$$\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}, \quad \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$$

$$\frac{33}{121} = \frac{3 \times 11}{11 \times 11} = \frac{3}{11}, \quad \frac{343}{1400} = \frac{7^3}{2 \times 7 \times 100} = \frac{7^2}{2^3 \times 5^2}$$

$$\frac{363}{495} = \frac{3 \times 121}{5 \times 9 \times 11} = \frac{11}{3 \times 5}$$

$$\frac{23}{128} = \frac{23}{2^7}$$

$$\frac{21}{70} = \frac{3 \times 7}{7 \times 2 \times 5} = \frac{3}{2 \times 5}$$

کسرهای $\frac{5}{16}, \frac{21}{70}, \frac{23}{128}, \frac{343}{1400}, \frac{7}{125}$ دارای نمایش اعشاری مختوم و کسرهای

$\frac{363}{495}, \frac{33}{121}$ دارای نمایش اعشاری متناوب هستند. بنابراین نسبت خواسته شده برابر

$\frac{5}{2}$ است.

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

$$A = \{a, b, c, \emptyset\}$$

$$B = \{\{\emptyset\}, a, d, \{\}\} = \{\{\emptyset\}, a, d, \emptyset\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{a, b, c, d, \emptyset, \{\emptyset\}\}$$

زیرمجموعه‌های مجموعه $A \cup B$ ، باید عضوهای d و a را داشته باشند ولی عضو

\emptyset را نداشته باشند پس $\{b, c, \{\emptyset\}\}$ می‌توانند عضوهای زیرمجموعه‌ها باشند یا

نباشند بنابراین می‌توان زیرمجموعه‌ها را به این صورت نوشت:

$$\{a, d\}, \{a, d, b\}, \{a, d, c\}, \{a, d, \{\emptyset\}\}, \{a, d, b, c\},$$

$$\{a, d, b, \{\emptyset\}\}, \{a, d, c, \{\emptyset\}\}, \{a, d, b, c, \{\emptyset\}\}$$

در مجموع ۸ زیرمجموعه با ویژگی‌های گفته شده خواهیم داشت.

(مجموعه‌ها، صفت‌های ۲ تا ۵، ۷، ۸ و ۱۰) کتاب درسی

۴

۳

۲

۱ ✓

$$1) \sqrt{(2 - \sqrt{10})^2} \times \sqrt{(-3\sqrt{2} - 2)^2} = |2 - \sqrt{10}| \times |-3\sqrt{2} - 2|$$

$$= (\sqrt{10} - 2) \times (3\sqrt{2} + 2) = (\underbrace{\sqrt{4 \times 25}}_{2\sqrt{2}} - 2)(3\sqrt{2} + 2)$$

$$= 2(\sqrt{2} - 1) \times 3(\sqrt{2} + 1) = 6(2 - 1) = 6 \times 1 = 144$$

$$2) \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$$

$$= |\sqrt{3} - \sqrt{2}| + |\sqrt{3} - 2| = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{2}$$

$$3) \sqrt{3\sqrt{225} + 25} \times \sqrt{(2 - \frac{18}{5})^2} = \sqrt{3 \times 15 + 25} \times \sqrt{(-\frac{8}{5})^2}$$

$$= \sqrt{70} \times \frac{8}{5} = 1 / 6 \sqrt{70}$$

$$4) \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1$$

(ترکیبی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱، ۵۶۸ تا ۷۵۰ و ۸۱۹ تا ۸۴۷ کتاب درسی)

 ۱

 ۲

 ۳

 ۴ ✓

(زهره رامشینی)

BC > BNگزینه «۱»: مثلث **BNC** قائم الزاویه با وتر **BC** است. بنابراین:گزینه «۲»: در مثلث **ABC** داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \widehat{CAB} > \widehat{BCA}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{CAB} = 90^\circ = \widehat{NCB} + \widehat{BCA} \Rightarrow \widehat{MAB} < \widehat{NCB}$$

گزینه «۳»:

$$\begin{cases} MN \parallel AC \\ AM \perp MN \Rightarrow AM = CN \Rightarrow \\ CN \perp MN \end{cases} \begin{cases} \Delta \\ \Delta \end{cases} \begin{array}{l} ABM : BM^2 = AB^2 - AM^2 \\ BCN : BN^2 = BC^2 - CN^2 \end{array}$$

$$\frac{BC > AB}{BN > BM}$$

گزینه «۴»: از مفروضات مسئله نمی‌توان نتیجه گرفت که لزوماً $MQ > BM$ است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۳۸ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

(زهره رامشینی)

$$80\text{cm} = 0 / 8\text{m}$$

$$20\text{cm} = 0 / 2\text{m}$$

$$62\text{cm} = 0 / 62\text{m}$$

$$\Rightarrow \text{حجم جعبه} = 0 / 8 \times 0 / 2 \times 0 / 62$$

$$= 992 \times 10^{-4} = 9 / 92 \times 10^{-2} \text{m}^3$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(مبتنی مجاہدی)

$$\begin{aligned}
 & (x^2 - 2x)^2 - 23(x^2 - 2x) + 120 \\
 & = ((x^2 - 2x) - 15)((x^2 - 2x) - 8) \\
 & = (x^2 - 2x - 15)(x^2 - 2x - 8) = (x - 5)(x + 3)(x - 4)(x + 2)
 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سهندر ولی‌زاده)

$$(2x + 3)^2 \leq 4x^2 + 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 \leq 4x^2 + 12x + 9$$

$$0 \leq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$8x^2 + 10x + 4 < (-3x - 2)^2 - x(x + 2)$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 10x + 4 < 9x^2 + 12x + 4 - x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow 0 < 0 \Rightarrow \emptyset \quad (2)$$

$$(1) \cup (2) : \mathbb{R} \cup \emptyset = \mathbb{R}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵ و ۹۰ تا ۹۴ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا محل برخورد خط ℓ با محورهای مختصات را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{3(m-3)}{4} \\ y = 0 \Rightarrow x = -(m-3) \end{cases}$$

با توجه به نمودار خط داده شده، طول نقطه $\begin{bmatrix} -(m-3) \\ 0 \end{bmatrix}$ منفی است. بنابراین

مساحت محصور را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{1}{2}xy = -6 \Rightarrow -\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}(m-3)^2 = -6 \Rightarrow (m-3)^2 = 16$$

$$\Rightarrow |m-3| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-3 = -4 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} -(m-3) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{غ ق ق} \\ m-3 = 4 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow \begin{bmatrix} -(m-3) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{ق ق ق} \\ \frac{3(m-3)}{4} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} & \\ \frac{3(m-3)}{4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} & \end{cases}$$

(خط و معادلهای فصل، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰ کتاب درس)

۴✓

۳

۲

۱

ابتدا معادله خط ℓ را می‌یابیم:

$$\ell : y = mx + b$$

$$m = \frac{\text{تفاصل عرض‌ها}}{\text{تفاصل طول‌ها}} = \frac{\lambda - a - 2}{\gamma - 5} = \frac{\lambda - a}{\gamma - 3}$$

$$\rightarrow \frac{\gamma - a}{2} = \frac{\lambda - a}{4} \Rightarrow 12 - 2a = \lambda - a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow m = 1$$

$$C = \begin{bmatrix} \gamma \\ \lambda \end{bmatrix} \text{ روی خط } \ell \text{ قرار دارد} \Rightarrow \lambda = 1 \times \gamma + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = x + 1$$

با توجه به مقدار a هر کدام از معادله‌های خطوط را به دست می‌آوریم:

$$1) 6y - 4x = -14 \Rightarrow 3y - 2x = -7 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

$$2) x - y = -1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$3) y = x + \frac{5}{4}$$

$$4) 4y - 4x = 4 \Rightarrow y = x + 1$$

شیب خط $y = x + \frac{5}{4}$ با خط ℓ برابر است ولی عرض از مبدأشان برابر نیست. پس

این خط، خط ℓ را قطع نمی‌کند.

(فقط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ریاضی مشتق و نظری)

عبارت گویا به ازای مقادیری از a تعریف نشده است که مخرج کسر برابر صفر شود.

$$(a+5)(4a^3 - 20a^2 + 24a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+5=0 \Rightarrow a=-5 \\ 4a(a^3 - 5a + 6)=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 4a(a-2)(a-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

بنابراین عبارت گویا به ازای $a \in \{0, 2, 3, -5\}$ تعریف نشده است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱