



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق - ۸ سوال -

۸۱- کدام گزینه صحیح است؟

$$\text{sign}\left(\frac{3}{4}\right) = 1/5 \quad (2)$$

$$\text{sign}(-\sqrt{3}) = -2 \quad (1)$$

$$\text{sign}(-0/1) = -1 \quad (4)$$

$$\text{sign}(2 - \sqrt{3}) = 0 \quad (3)$$

۸۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (k-3)x^2 - 2m & , x \geq 2 \\ (m+4)x + k & , x < 2 \end{cases}$ پلکانی باشد، $f(-1) + f(2)$ کدام است؟

۱۶ (۴)

-۵ (۳)

۱۱ (۲)

-۶ (۱)

۸۳- یک شرکت حمل و نقل برای حمل بار بین دو شهر با پست برای ۵۰ کیلوگرم بار یا کمتر مبلغ ۱۵۰۰۰ تومان و بابت هر اضافه‌بار ۲۰ کیلوگرم یا کمتر مبلغ ۶۰۰۰ تومان اضافه دریافت می‌کند این شرکت برای بارهای بین ۱۱۰ تا ۱۲۰ کیلوگرم چه مبلغی دریافت می‌کند؟

۳۹۰۰۰ (۴)

۳۳۰۰۰ (۳)

۲۷۰۰۰ (۲)

۲۱۰۰۰ (۱)

۸۴- اگر $f(x) = \left[-\frac{2}{x}\right] - \left[x - \frac{1}{2}\right]$ باشد حاصل $f\left(\frac{2}{3}\right) - f\left(-\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟

-۶ (۴)

۴ (۳)

-۳ (۲)

صفر (۱)

۸۵- اگر دامنه تابع $f(x) = [x]$ را اعداد حقیقی مثبت فرض کنیم. برد f کدام است؟

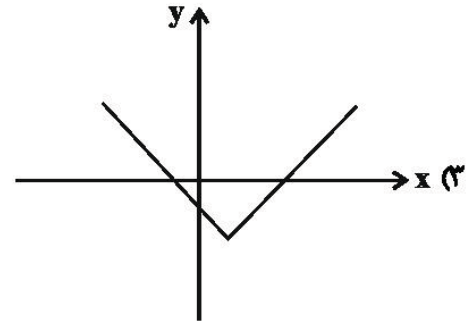
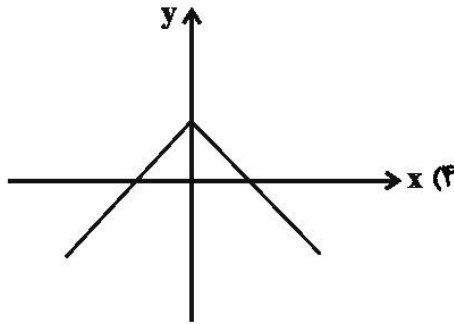
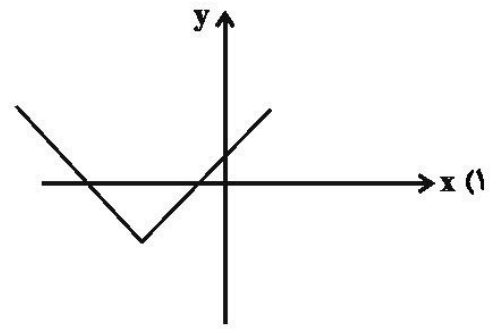
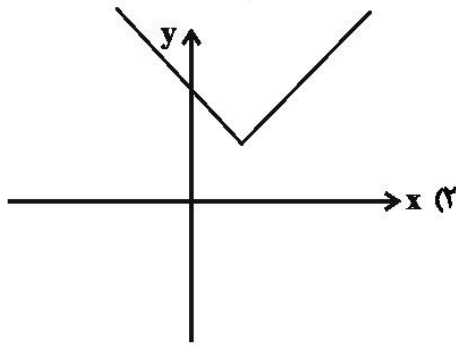
$\{0, -1, -2, \dots\}$ (۴)

$\{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ (۳)

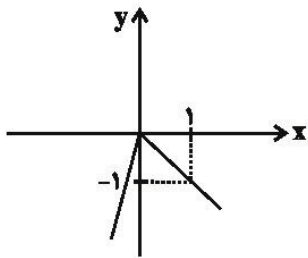
$\{1, 2, 3, \dots\}$ (۲)

$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (۱)

۸۶- ضابطه تابع f به صورت $f(x) = |x + a| + b$ است. اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، در این صورت کدام نمودار مربوط به تابع f است؟



۸۷- نمودار زیر، مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



$y = 2|x| + 1$ (2)

$y = -|x - 1| - 1$ (1)

$y = |x - 1| - 1$ (4)

$y = x - 2|x|$ (3)

۸۸- با فرض آن که $[x] = 2$ باشد، حاصل عبارت $A = |2 - x| + 6$ همواره برابر با کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$x + 3$ (4)

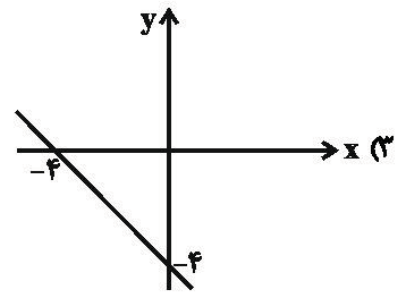
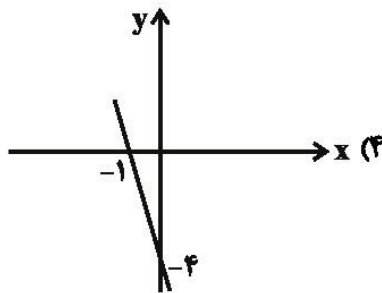
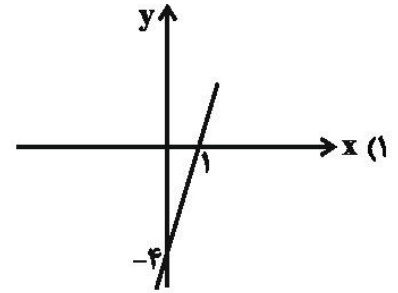
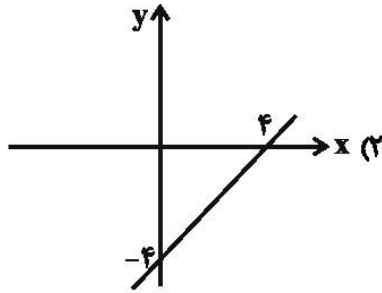
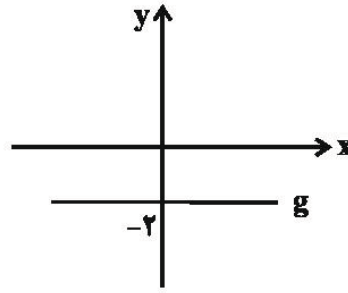
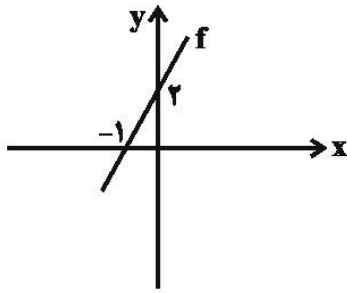
$8 - x$ (3)

$9 - x$ (2)

$x + 4$ (1)

ریاضی و آمار ۲، اعمال بر روی توابع - ۶ سوال -

۸۹- نمودار توابع f و g به صورت زیر می‌باشند. نمودار تابع $f \times g$ کدام است؟



۹۰- اگر $f = \{(1, 4), (8, 10), (-12, 30)\}$ و $g = \{(0, 1), (1, -2), (-12, -10)\}$ باشند در این صورت مجموع اعضای برد تابع $f + g$

کدام است؟

۴۶ (۴)

۲۶ (۳)

۲۲ (۲)

۱۸ (۱)

۹۱- اگر تابع $f = \{(2, 5), (3, 0), (4, 1), (-1, 1)\}$ و تابع $\frac{f}{g} = \{(3, 0), (4, \frac{1}{5})\}$ باشد تابع g کدام یک از موارد زیر می‌تواند باشد؟

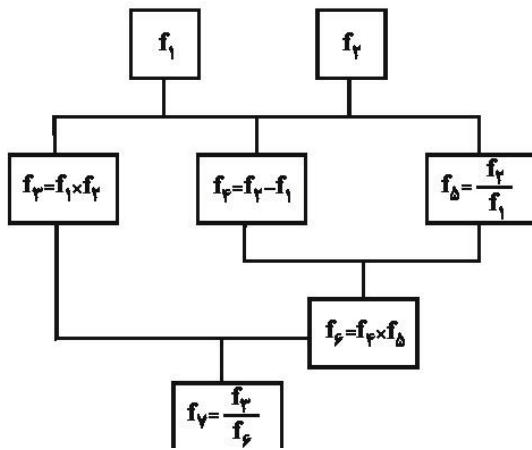
$g = \{(2, 1), (3, 1), (1, -1), (4, 5)\}$ (۲)

$g = \{(1, 1), (3, 2), (5, 5), (-1, 0)\}$ (۱)

$g = \{(-2, 2), (3, -3), (4, 1), (1, 0)\}$ (۴)

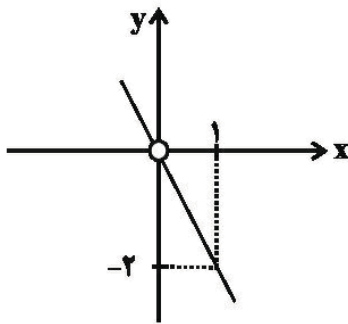
$g = \{(-1, 0), (3, 3), (1, 2), (4, 5)\}$ (۳)

۹۲- اگر $f_1(x) = 2x - 1$ و $f_2(x) = x + 3$ باشد، در نمودار درختی زیر به ازای $x = -1$ مقدار $f_3(x)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{18}{13}$
- (۲) $\frac{5}{9}$
- (۳) $\frac{9}{5}$
- (۴) $\frac{18}{13}$

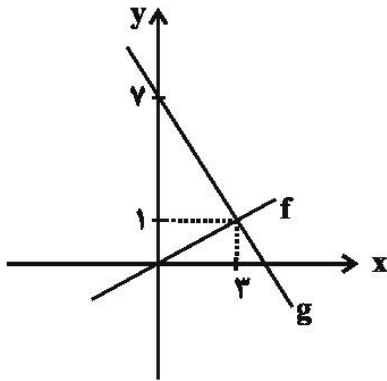
۹۳- اگر $f(x) = 3x^2$ و نمودار تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت زیر باشد ضابطه $g(x)$ کدام است؟



- (۱) $g(x) = -\frac{3}{2}x$
- (۲) $g(x) = \frac{3}{2}x$

- (۱) $g(x) = -\frac{2}{3}x$
- (۳) $g(x) = \frac{2}{3}x$

۹۴- اگر توابع f و g به صورت زیر باشند، تابع $f + g$ کدام است؟



- (۱) $\frac{7}{3}x + 7$
- (۲) $\frac{7}{3}x - 7$

- (۱) $-\frac{5}{3}x + 7$
- (۳) $-\frac{5}{3}x - 7$

۹۵- با توجه به جدول زیر، خط فقر برحسب نصف میانه چند هزار تومان است؟

| درآمد ماهیانه خانواده (هزار تومان) | تعداد اعضای خانوار |
|------------------------------------|--------------------|
| ۵۰۰۰ | ۴ |
| ۴۸۰۰ | ۳ |
| ۲۴۰۰ | ۴ |
| ۶۰۰۰ | ۲ |
| ۹۰۰ | ۱ |

(۱) ۴۵۰

(۲) ۵۷۵

(۳) ۶۲۵

(۴) ۸۰۰

۹۶- اگر سبد هزینه خانواری از دو کالای A و B تشکیل شده باشد و قیمت این ۲ کالا در سال پایه به ترتیب ۲۰۰۰۰ و ۱۰۰۰ ریال و در سال

مورد نظر ۲۵۰۰۰ و ۲۰۰۰ ریال و مصرف این دو کالا به ترتیب ۴۰ و ۲۰۰ کیلوگرم باشد، تورم در این مدت چند درصد است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

۹۷- اگر شاخص بهای گوشت در سال ۹۸ برابر ۱۷۰ و در سال ۹۴ برابر ۱۲۰ باشد تورم بین این دو سال تقریباً چند درصد است؟

(۴) ۴۲

(۳) ۵۳

(۲) ۸۱

(۱) ۳۷

۹۸- اگر شاخص پوسیدگی دندان در سال ۹۰ برابر ۴ و در سال ۹۵ برابر ۵ باشد آن گاه این شاخص در سال ۹۰ نسبت به سال ۹۵ چند درصد

تغییرات دارد؟

(۱) ۲۰ درصد بیش تر است. (۲) ۲۵ درصد بیش تر است. (۳) ۲۰ درصد کم تر است. (۴) ۲۵ درصد کم تر است.

۹۹- در یک شهر ۲۰۰۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال شاغل هستند و سایر افراد بالای ۱۶ سال سن که ۴۰۰۰ نفر هستند بیکار یا جویای کار

هستند برای این جامعه چند شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری آن برابر ۸ درصد شود؟

۳۶۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

۱۶۰۰ (۲)

۲۰۸۰ (۱)

۱۰۰- برای کتابی که هر جمله آن به طور متوسط ۲۰ کلمه دارد و لغات دشوار هر جمله ۳ درصد است. شاخص پایه آموزش کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

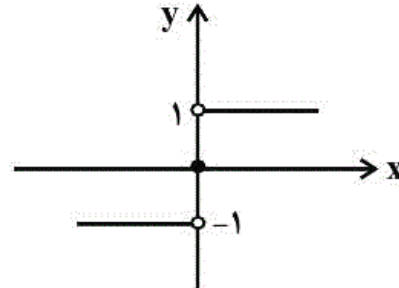
۹ (۲)

۸ (۱)

-۸۱

(عمید زرین کفش، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۴ تا ۳۶)

طبق نمودار تابع علامت $\text{sign}(x)$ به ازای x های مثبت مقدار تابع ۱ و به ازای $x=0$ مقدار تابع صفر و به ازای x های منفی مقدار تابع -۱ است.



۱) $\text{sign}(-\sqrt{3}) = -1$

۲) $\text{sign}(\frac{3}{4}) = 1$

۳) $\text{sign}(2 - \sqrt{3}) \xrightarrow{2 - \sqrt{3} > 0} 1$

۴) $\text{sign}(-0/1) = -1$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۲

(امیر زرانروز، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۴ تا ۳۶)

در تابع پلکانی، نباید متغیر x در ضابطه‌ها مشاهده شود لذا باید جملات $(k-3)x^2$ و $(m+4)x$ را حذف کنیم:

$$\begin{cases} k-3=0 \Rightarrow k=3 \\ m+4=0 \Rightarrow m=-4 \end{cases}$$

پس ضابطه تابع به فرم $f(x) = \begin{cases} -2 \times (-4) & , x \geq 2 \\ 3 & , x < 2 \end{cases}$ می‌باشد. حال داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 8 & , x \geq 2 \\ 3 & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow f(-1) \xrightarrow{-1 < 2} f(-1) = 3$$

$$f(2) \xrightarrow{2 \geq 2} f(2) = 8$$

$$f(-1) + f(2) = 3 + 8 = 11$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر وریانی، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۴ تا ۳۶)

اگر متغیر x وزن بار باشد، در این صورت تابع حمل و نقل شرکت یک تابع پله‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \begin{cases} 15000, & 0 < x \leq 50 \\ 21000, & 50 < x \leq 70 \\ 27000, & 70 < x \leq 90 \\ 33000, & 90 < x \leq 110 \\ 39000, & 110 < x \leq 130 \end{cases}$$

بنابراین برای بار بین ۱۱۰ تا ۱۲۰ کیلوگرم مبلغ ۳۹۰۰۰ تومان دریافت می‌کند.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهمد بهیرایی، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۷ تا ۳۹)

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \left[-\frac{2}{2}\right] - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right] = [-3] - \left[\frac{1}{6}\right] = -3 - 0 = -3$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[-\frac{2}{3}\right] - \left[-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{4}{3}\right] - [-2] = 1 - (-2) = 3$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) - f\left(-\frac{3}{2}\right) = -3 - 3 = -6$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهمد بهیرایی، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۷ تا ۳۹)

با فرض آن که دامنه f اعداد حقیقی مثبت می‌باشد، خواهیم داشت:

$$0 < x < 1 \Rightarrow [x] = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2$$

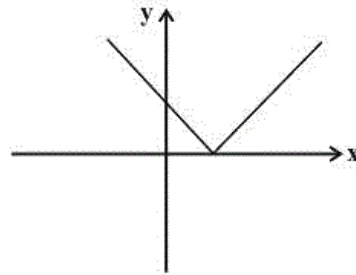
↓ ↓

همین روند ادامه دارد

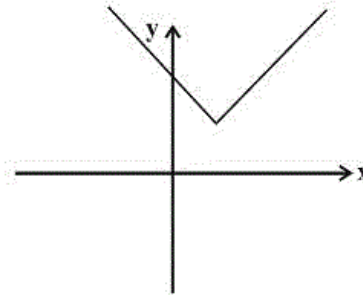
پس برد تابع، مجموعه اعداد حسابی یعنی $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ می‌باشد.

 ۴ ۳ ۲ ۱

برای رسم نمودار تابع $f(x) = |x+a|+b$ نمودار تابع $y = |x|$ را در راستای محور x ها در جهت مخالف علامت a جابه‌جا می‌کنیم در این رابطه چون $a < 0$ است، لذا نمودار $y = |x|$ را ابتدا به اندازه $|a|$ واحد به طرف راست جابه‌جا می‌کنیم تا نمودار $y = |x+a|$ حاصل شود.



چون $b > 0$ است نمودار $y = |x+a|$ را به اندازه b واحد در راستای محور y ها جابه‌جا می‌کنیم تا نمودار $f(x) = |x+a|+b$ حاصل شود.



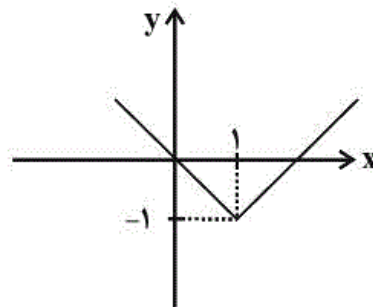
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع از دو نقطه $(0,0)$ و $(1,-1)$ عبور می‌کند که با جایگذاری مختصات نقطه $(0,0)$ گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند از طرفی نمودار تابع $y = |x-1| - 1$ شبیه نمودار زیر است که با نمودار صورت سؤال متفاوت است.



پس نمودار صورت سؤال مربوط به ضابطه $y = x - 2|x|$ است.

۴

۳ ✓

۲

۱

$$[x] = 2 \Rightarrow 2 \leq x < 3$$

اگر $2 \leq x < 3$ باشد، حاصل $(2-x)$ صفر یا منفی می‌شود لذا قرینه عبارت $(2-x)$ از قدر مطلق خارج می‌شود:

$$A = -(2-x) + 6 = -2 + x + 6 = x + 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ضابطه نمودار g برابر با $g(x) = -2$ می‌باشد حال ضابطه f را که نمودار آن از دو نقطه $A(0, 2)$ و $B(-1, 0)$ می‌گذرد، بدست می‌آوریم:

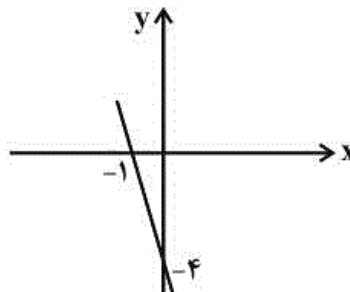
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{-1 - 0} = 2$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 2$$

$$(f.g)(x) = (2x + 2)(-2) = -4x - 4$$

که با رسم نمودار آن داریم:

| | | |
|---|----|----|
| x | 0 | -1 |
| y | -4 | 0 |



۴ ✓

۳

۲

۱

دامنه تابع $f + g$ از اشتراک دامنه دو تابع f و g به دست می آید:

$$f = \{(1, 4), (8, 10), (-12, 30)\} \Rightarrow D_f = \{1, 8, -12\}$$

$$g = \{(0, 1), (1, -2), (-12, -10)\} \Rightarrow D_g = \{0, 1, -12\}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 8, -12\} \cap \{0, 1, -12\} = \{1, -12\}$$

$$f + g = \{(1, 4 + (-2)), (-12, 30 + (-10))\} = \{(1, 2), (-12, 20)\}$$

برد تابع $f + g$ به صورت $\{2, 20\}$ است که مجموع اعضای آن برابر است با:

$$2 + 20 = 22$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست می آوریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = \{3, 4\}$$

(۱) در گزینه «۱» عدد ۴ در دامنه تابع g قرار ندارد و لذا نمی تواند در دامنه تابع $\frac{f}{g}$ قرار گیرد.

(۲) در گزینه «۲» عدد ۲ در دامنه تابع g است و باید زوج مرتب $(2, 5)$ در تابع $\frac{f}{g}$

بیاید که نیامده است.

(۳) در گزینه «۳» دامنه مشترک دو تابع $\{3, 4\}$ می باشد که هر دو در تابع $\frac{f}{g}$ به صورت

صحیح محاسبه شده اند. دقت کنید اگر چه (-1) در دامنه f و g مشترک است اما

چون $g(-1) = 0$ است، پس در دامنه $\frac{f}{g}$ قرار نمی گیرد.

(۴) در گزینه «۴» دامنه مشترک دو تابع $\{3, 4\}$ می باشد، ولی مقدار تابع $\frac{f}{g}$ به ازای ۴، برابر

۱ به دست می آید و به جای $(4, \frac{1}{5})$ باید $(4, 1)$ قرار گیرد که در نتیجه صحیح نیست.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f_1(x) = 2x - 1 \xrightarrow{x=-1} f_1(-1) = 2 \times (-1) - 1 = -2 - 1 = -3$$

با توجه به نمودار درختی مقدار هر تابع را در $x = -1$ می‌یابیم:

$$f_2(x) = x + 3 \xrightarrow{x=-1} f_2(-1) = -1 + 3 = 2$$

$$f_3(x) = f_1(x) \times f_2(x) \xrightarrow{x=-1} f_3(-1) = f_1(-1) \times f_2(-1) = -3 \times 2 = -6$$

$$f_4(x) = f_2(x) - f_1(x) \xrightarrow{x=-1} f_4(-1) = f_2(-1) - f_1(-1) = 2 - (-3) = 5$$

$$f_5(x) = \frac{f_2(x)}{f_1(x)} \xrightarrow{x=-1} f_5(-1) = \frac{f_2(-1)}{f_1(-1)} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

$$f_6(x) = f_4(x) \times f_5(x) \xrightarrow{x=-1} f_6(-1) = f_4(-1) \times f_5(-1) \\ = 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{10}{3}$$

$$f_7(x) = \frac{f_3(x)}{f_6(x)} \xrightarrow{x=-1} f_7(-1) = \frac{f_3(-1)}{f_6(-1)} = \frac{-6}{-\frac{10}{3}} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به نمودار تابع $\frac{f}{g}$ که در $x=0$ به صورت نقطه توخالی است یعنی تعریف

نشده است، همچنین تابع $\frac{f}{g}$ به صورت نمودار خطی است چون تابع $f(x)$ به صورت

سهمی است لذا باید $g(x)$ به صورت تابع خطی باشد که از مبدأ می‌گذرد که معادله

آن به صورت $g(x) = ax$ می‌باشد، حال داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x^2}{ax} = \frac{3}{a}x$$

با توجه به نمودار نقطه $(1, -2)$ به نمودار تعلق دارد، لذا داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3}{a}x \xrightarrow{(1, -2)} \left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{3}{a} \times (1) \xrightarrow{\left(\frac{f}{g}\right)(1) = -2}$$

$$\frac{3}{a} = -2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

پس ضابطه تابع $g(x) = -\frac{3}{2}x$ است.

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا ضابطه‌های توابع f و g را به دست می‌آوریم:

f تابعی خطی است که از مبدأ و نقطه $B(3, 1)$ عبور می‌کند، لذا نمودار آن به صورت $y = ax$ است، حال با توجه به مختصات نقطه B مقدار a را می‌یابیم:

$$y = ax \xrightarrow{B(3, 1)} 1 = a \times (3) \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$$

g تابعی خطی است که از نقاط $B(3, 1)$ و $C(0, 7)$ عبور می‌کند:

$$m = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \Rightarrow m_{BC} = \frac{1 - 7}{3 - 0} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$y = mx + h \xrightarrow{\begin{matrix} (0, 7) \\ m = -2 \end{matrix}} 7 = -2(0) + h$$

$$\Rightarrow h = 7 \Rightarrow y = -2x + 7 \Rightarrow g(x) = -2x + 7$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{3}x + (-2x + 7) = -\frac{5}{3}x + 7$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

خط فقر بر حسب میانه برابر است با نصف میانه در آمد ماهانه افراد جامعه. در این جامعه چون تعداد افراد زوج است، میانه برابر با میانگین دو داده وسطی است. بنابراین:

$$\frac{5000}{4} = 1250$$

$$\frac{4800}{3} = 1600, \frac{2400}{4} = 600$$

$$\frac{6000}{2} = 3000$$

$$600, 600, 600, 600, 900, 1250, 1250, 1250, 1250, 1600, 1600, 1600, 3000, 3000$$

میانه = ۱۲۵۰

$$\text{خط فقر} = \frac{1250}{2} = 625 \text{ هزار تومان}$$

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

ابتدا شاخص کالا را در سال مورد نظر می‌یابیم:

$$B = \frac{25000 \times 40 + 2000 \times 200}{200000 \times 40 + 10000 \times 200} \times 100$$

$$= \frac{1400000}{1000000} \times 100 = 140$$

شاخص بهای کالا در سال پایه - شاخص بهای کالا در سال مورد نظر = نرخ تورم

$$= 140 - 100 = 40\%$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

شاخص بهای اولیه - شاخص بهای جدید = درصد تورم

$$= \frac{170 - 120}{120} \times 100 = \frac{50}{120} \times 100 \approx 42$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

درصد تغییر شاخص سال ۹۴ نسبت به سال ۹۵ به صورت زیر می‌باشد:

شاخص سال ۹۴ - شاخص سال ۹۵ = درصد تغییر شاخص

$$= \frac{4 - 5}{5} \times 100 = -20\%$$

این شاخص نسبت به سال ۹۵، به مقدار ۲۰ درصد کمتر است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جمعیت فعال این شهر $20000 + 4000 = 24000$ نفر است اگر برای این جامعه

x شغل ایجاد شود جمعیت بیکار آن $4000 - x$ خواهد شد، حال برای اینکه نرخ

بیکاری ۸ درصد شود، داریم:

$$\text{درصد بیکاری} = \frac{4000 - x}{24000} \times 100 = 8 \rightarrow \frac{4000 - x}{24000} \times 100 = 8$$

$$\frac{4000 - x}{2400} = 8 \rightarrow x = 4000 - 8 \times 240 = 2080$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر مضموزیان، شاخص‌های آماری، صفحه ۵۸ تا ۶۲)

$[\text{میانگین تعداد کلمات هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}] \times 0.4 = \text{شاخص پایه آموزش}$

$$= [(20 + 3) \times 0.4] = [9 / 2] = 9$$

۴

۳

۲ ✓

۱