



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

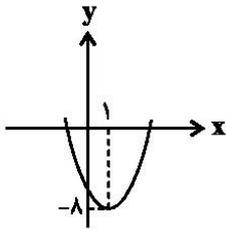
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، سهمی - ۲ سوال -

۵۴- معادله سهمی شکل زیر کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $y = x^2 + 2x - 11$

(۲)  $y = 2x^2 + 2x - 12$

(۳)  $y = 2x^2 - 4x - 6$

(۴)  $y = x^2 - 2x + 4$

۶۳- سهمی  $y = 2x^2 + ax + b$  نسبت به خط  $x = -\frac{5}{4}$  متقارن است و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول  $\frac{1}{4}$  قطع می‌کند.  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{4}{5}$

(۳)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $-\frac{5}{3}$

(۱)  $-\frac{5}{11}$

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۲ سوال -

۵۵- حدود  $m$  کدام باشد تا معادله درجه دوم  $(m-1)x^2 + 4x + m + 1 = 0$  دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد؟

(۴)  $(\sqrt{5}, +\infty)$

(۳)  $(-\sqrt{5}, 1) \cup (1, \sqrt{5})$

(۲)  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

(۱)  $(0, \sqrt{5})$

۶۹- اجتماع مجموعه جواب‌های دو نامعادله زیر به کدام صورت است؟

$$\begin{cases} |x-2| \leq 1 \\ x^2 + 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$$

(۴)  $[-3, 3] - (-1, 1)$

(۳)  $[-3, 3] - (-1, 1)$

(۲)  $[-3, 3] - (-1, 1)$

(۱)  $(-3, 3) - [-1, 1]$

ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۲ سوال -

۵۱- کدام یک از روابط زیر تابع است؟

(۱) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(۲) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر شخص، مخاطبان تلفن همراهش را نسبت می‌دهد.

(۴) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

۵۳- اگر رابطه  $f = \{(m^2 - 4, 5)(m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$  تابع باشد،  $m$  کدام است؟

-۲ (۴)

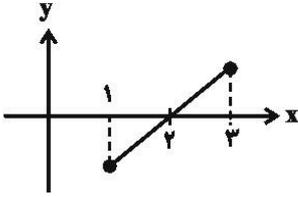
۲ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

ریاضی ۱، دامنه و برد تابع - سوال ۳ -

۶۵- نمودار تابع  $f$  با نمایش جبری  $f(x) = (a-1)x - a$  به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد این تابع کدام است؟



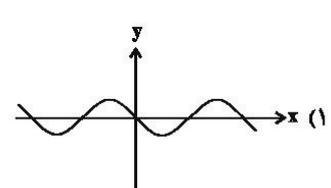
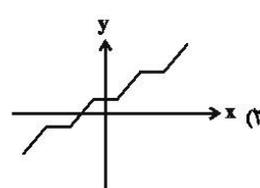
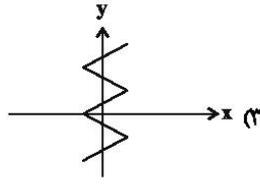
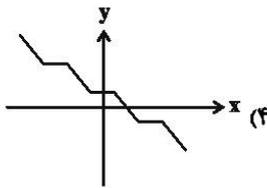
{1} (۱)

[1, 3] (۲)

[1, 2] (۳)

{3} (۴)

۵۲- کدام یک از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش نمی‌دهد؟



۵۷- در یک تابع خطی  $f(4) = 11$  و  $f(-2) = 5$  است. مساحت محصور بین تابع  $f$  و محور  $x$ ها و  $y$ ها کدام است؟

$\frac{39}{2}$  (۴)

$\frac{49}{2}$  (۳)

$\frac{45}{2}$  (۲)

$\frac{43}{2}$  (۱)

ریاضی ۱، انواع تابع - سوال ۱ -

۶۷- مساحت محصور بین نمودار دو تابع  $f(x) = |x+1| - 1$  و  $g(x) = 2$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

ریاضی ۱، شمارش - سوال ۲ -

۷۰- با ارقام ۰، ۲، ۳، ۴، ۷ چند عدد چهار رقمی زوج کوچکتر از ۴۳۰۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۳۸ (۴)

۳۴ (۳)

۴۲ (۲)

۳۶ (۱)

۶۲- یک آزمون تستی شامل ۱۰ سوال ۳ گزینه‌ای و ۵ سوال دو گزینه‌ای (بلی - خیر) می‌باشد و فردی قصد دارد به صورت تصادفی به سؤال‌ها جواب دهد. او

به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد اگر بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟ (به هر سؤال نمی‌توان بیش‌تر از یک پاسخ داد.)

$4^{10} \times 3^5$  (۴)

$4^8 \times 3^5$  (۳)

$5^3 \times 10^4$  (۲)

$4^5 \times 3^{10}$  (۱)

ریاضی ۱، جایگشت - سوال ۴ -

۶۶- اگر  $C(n, 3) = P(n-1, 2)$  باشد، حاصل  $\binom{n}{2}$  کدام است؟

- ۱۵ (۱)      ۱۰ (۲)      ۲۱ (۳)      ۲۸ (۴)

۶۱- با حروف کلمه «تپه حسنلو» چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت به طوری که فقط یک حرف نقطه‌دار باشد؟

- ۷۲۰ (۱)      ۲۴۰ (۲)      ۱۸۰ (۳)      ۷۱ (۴)

۵۹- با حروف کلمه «جهانگردی» چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع شده و به «دی» ختم شود؟ (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده است.)

- ۹۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۱۵۰ (۳)      ۱۸۰ (۴)

۵۶- با حروف کلمه «آزمون» چند کلمه پنج حرفی می‌توان نوشت به طوری که حروف «م» و «ن» همواره کنار هم باشند؟

- ۴۸ (۱)      ۳۶ (۲)      ۴۴ (۳)      ۵۲ (۴)

### ریاضی ۱، ترکیب - ۴ سوال -

۶۰- به چند طریق می‌توان مثلی را تشکیل داد که رئوس آن، نقاط مشخص شده روی خطوط زیر باشد؟



- ۳۰ (۱)  
۱۵ (۲)  
۴۵ (۳)  
۵۵ (۴)

۵۸- تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  که شامل  $a$  باشند ولی شامل  $g$  نباشند چندتا است؟

- ۱۵ (۱)      ۱۰ (۲)      ۵ (۳)      ۲۰ (۴)

۶۴- یک اداره ۵ سواری و ۴ وانت دارد. این اداره به چند طریق می‌تواند ۳ ماشین را برای مأموریت به شهرستان اعزام کند به طوری که حداقل دو سواری بین ماشین‌های اعزامی باشد؟

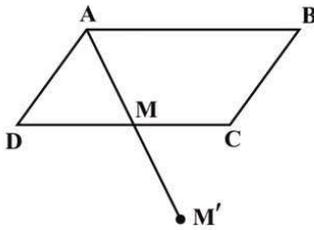
- ۴۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۸۰ (۳)      ۵۰ (۴)

۶۸- از بین  $n$  کتاب ریاضی و  $n-1$  کتاب شیمی، به ۱۶ حالت می‌توانیم ۲ کتاب هم مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

- ۸۴ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۵۶ (۳)      ۱۰ (۴)

### هندسه ۱، چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها - ۷ سوال -

۷۸- در متوازی الاضلاع ABCD از رأس A به نقطه M، وسط CD وصل کرده و AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه M'.



به دست آید. کدام گزینه همواره درست است؟

(۱)  $M', C$  و  $B$  روی یک امتداد قرار دارند.

(۲)  $\widehat{AMD} = \widehat{MM'C}$

(۳)  $M'D = M'B$

(۴)  $\widehat{ADM} = \widehat{MM'C}$

۷۹- مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، با زاویه  $\hat{B} = 60^\circ$  مفروض است. اگر AM میانه و AH ارتفاع وارد بر وتر و  $MH = a$  باشد، طول وتر مثلث ABC کدام است؟

(۴)  $(2\sqrt{3} + 1)a$

(۳)  $4a$

(۲)  $2a$

(۱)  $\frac{2a}{2}$

۸۰- در دوزنقه ABCD، نقطه M وسط قاعده CD و مساحت مثلث BCD برابر ۲۴ است. مساحت مثلث ADM کدام است؟

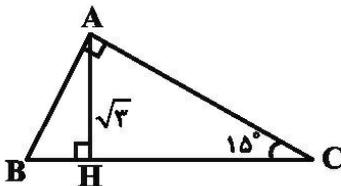
(۴) ۱۴

(۳) ۱۶

(۲) ۱۸

(۱) ۱۲

۷۱- در شکل روبه‌رو، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲)  $4\sqrt{3}$

(۳) ۶

(۴)  $3\sqrt{3}$

۷۳- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای کدام چندضلعی محدب، برابر با ۴۵ است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

۷۴- روی محیط مستطیل ABCD نقطه‌ای وجود دارد که از AD، AB و BC به یک فاصله است. نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱)  $\frac{2}{2}$

۷۵- مثلث متساوی‌الاضلاع DEF به گونه‌ای در داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار گرفته است که رئوس آن بر اضلاع مثلث ABC قرار داشته و ضلع DE بر ضلع BC عمود است. نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{4}$

### هندسه ۱، مساحت و کاربردهای آن - ۳ سوال

۷۶- نقطه‌ای روی ضلع کوچک مثلثی به طول ضلع‌های ۶، ۶ و ۴ واحد در نظر می‌گیریم. مجموع فاصله‌های این نقطه از دو ضلع دیگر، چند برابر ارتفاع بزرگ مثلث است؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲) ۱

(۱)  $\frac{3}{2}$

۷۷- در مثلث  $ABC$  طول میانه  $AM$  برابر با  $6$  واحد است. اگر فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث از ضلع  $BC$  برابر با  $2$  واحد باشد، آنگاه مثلث  $ABC$  لزوماً چگونه است؟

(۱) چنین مثلثی وجود ندارد.

(۲) قائم‌الزاویه

(۳) متساوی‌الساقین

(۴) نامشخص

۷۲- اگر از نقطه ... یک مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.

(۱) هم‌رسی نیمسازهای داخلی

(۲) هم‌رسی میانه‌ها

(۳) هم‌رسی عمودمنصف‌ها

(۴) هم‌رسی ارتفاع‌ها

-۵۴

(امین نصراله)

خط تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  برابر  $x = \frac{-b}{2a}$  است. از بین

معادله‌های موجود در گزینه‌ها تنها خط تقارن گزینه‌های «۳» و «۴»،  $x = 1$  است. نقطه  $(1, -8)$  در گزینه‌های ۱ تا ۳ صدق می‌کند.

بنابراین پاسخ گزینه «۳» است.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۶۳

(امیر محمودیان)

در سهمی  $y = a'x^2 + b'x + c'$ ، خط تقارن  $x = -\frac{b'}{2a'}$  است.

در سهمی داده شده خط تقارن به صورت  $x = -\frac{a}{2 \times 2}$  است:

$$\frac{-a}{2 \times 2} = -\frac{5}{4} \Rightarrow a = 5$$

سهمی محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول  $\frac{1}{2}$  قطع می‌کند پس سهمی از نقطه  $(\frac{1}{2}, 0)$

می‌گذرد. بنابراین:

$$y = 2x^2 + 5x + b \xrightarrow{(\frac{1}{2}, 0)} 0 = 2 \times (\frac{1}{2})^2 + 5 \times \frac{1}{2} + b$$

$$\Rightarrow b = -3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

برای آنکه معادله درجه دوم دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد، باید:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 16 - 4(m^2 - 1) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 < 4 \Rightarrow m^2 < 5 \Rightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$$

برای این که معادله درجه دوم باشد، ضریب  $x^2$  نباید صفر باشد.

$$m - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$$

پس عدد یک را باید از محدوده  $m$  کم کنیم.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

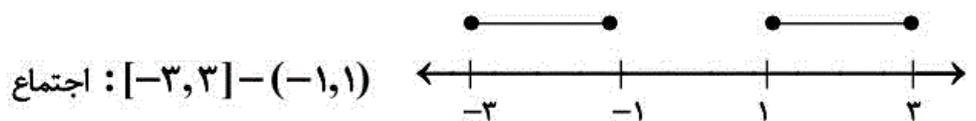
۲

۱

$$|x - 2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - 2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$x^2 + 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} -3 \quad -1 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ \hline \end{array} \Rightarrow x \in [-3, -1]$$



(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

-۵۱

(مهری تک)

با توجه به تعریف تابع گزینه «۱» صحیح است. زیرا هر فرد تنها یک گروه خونی دارد.  
گزینه «۲»: هر دانش آموز می تواند چند دوست داشته باشد.  
گزینه «۳»: هر شخص می تواند بیش از یک مخاطب در تلفن همراهش داشته باشد.  
گزینه «۴»: هر عدد مثبت، دو ریشه دوم دارد.

(تابع، صفحه های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۳

(مهری تک)

برای تابع بودن:  $m^2 - 11 = 5 \rightarrow m^2 = 16 \rightarrow m = \pm 4$

با جای گذاری  $m = \pm 4$  فقط  $m = -4$  در شرط تابع بودن صدق می کند.

(تابع، صفحه های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۵

(کاظم ابلالی)

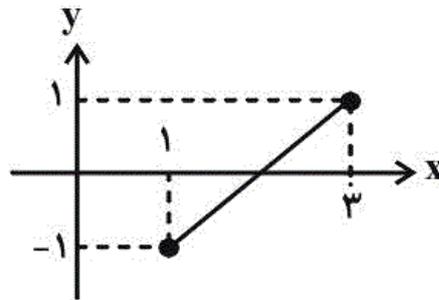
ابتدا توجه کنید که نقطه  $(2, 0)$  متعلق به تابع است. پس  $f(2) = 0$ .

$$f(2) = 2(a-1) - a = 0 \Rightarrow a = 2$$

در نتیجه  $f(x) = x - 2$  و  $f(1) = -1$  و  $f(3) = 1$ .

بنابراین مطابق شکل زیر دامنه تابع  $f$  بازه  $[1, 3]$  و برد آن بازه  $[-1, 1]$  است.

اشتراک این مجموعه ها برابر  $\{1\}$  است.



(تابع، صفحه های ۱۰۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد، هنگامی این نمودار تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بنابراین تنها گزینه «۳» نمایشگر یک تابع نیست.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

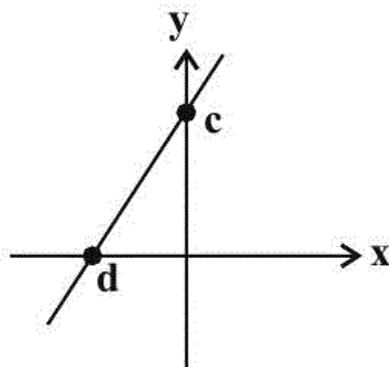
۲

۱

فرض می‌کنیم تابع  $f$  بصورت  $f(x) = ax + b$  باشد. داریم:

$$\begin{cases} f(-2) = 5 \Rightarrow 5 = -2a + b \\ f(4) = 11 \Rightarrow 11 = 4a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x + 7$$

شکل این تابع بصورت زیر است. با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} c = b = 7 \\ d = -7 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 7 \times 7 = \frac{49}{2}$$

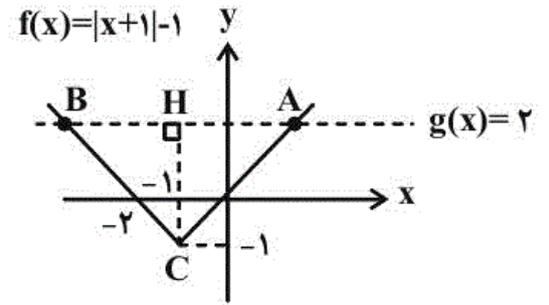
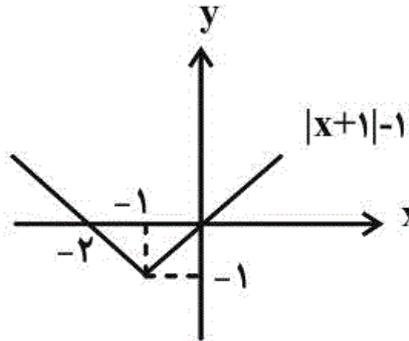
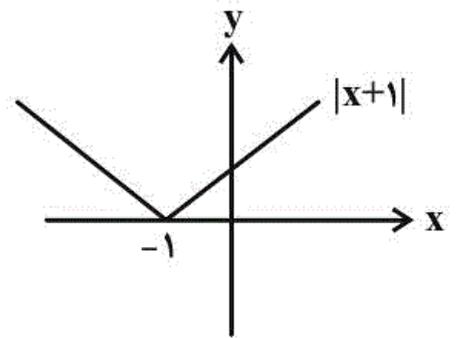
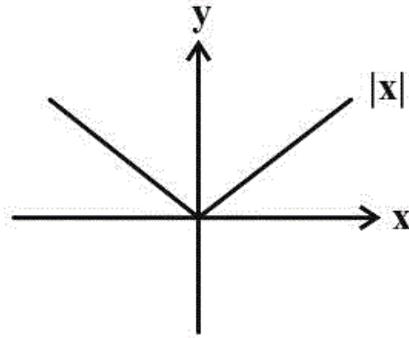
(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



$$x \geq -1 \Rightarrow f(x) = (x+1) - 1 = x \Rightarrow A = \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}$$

$$x < -1 \Rightarrow f(x) = -(x+1) - 1 = -x - 2$$

$$\Rightarrow -x - 2 = 2 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B \begin{matrix} -4 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow AB = 6 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای هزارگان عدد سه حالت وجود دارد:

$$\frac{1}{\downarrow 2} \times \frac{3}{\downarrow 2} \times \frac{2}{\downarrow 2} \times \frac{2}{\downarrow 4 \text{ یا } 0} = 12 \quad \text{الف) هزارگان} = 2$$

(ابتدا هزارگان و سپس یکان را انتخاب می‌کنیم.)

$$\frac{1}{\downarrow 3} \times \frac{3}{\downarrow 3} \times \frac{2}{\downarrow 3} \times \frac{3}{\downarrow 4 \text{ یا } 2 \text{ یا } 0} = 18 \quad \text{ب) هزارگان} = 3$$

$$\frac{1}{\downarrow 4} \times \frac{1}{\downarrow 2 \text{ یا } 0} \times \frac{2}{\downarrow 2} \times \frac{2}{\downarrow 2 \text{ یا } 0} = 4 \quad \text{پ) هزارگان} = 4$$

$$12 + 18 + 4 = 34$$

پس تعداد حالات مطلوب برابر است با:

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مصطفی بونام مقدم)

برای هر سؤال سه گزینه‌ای ۴ انتخاب و برای هر سؤال دو گزینه‌ای ۳ انتخاب داریم پس:

$$\text{تعداد روش‌های ممکن} = \underbrace{(4 \times \dots \times 4)}_{10 \text{ مرتبه}} \times \underbrace{(3 \times \dots \times 3)}_{5 \text{ مرتبه}} = 4^{10} \times 3^5$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$C(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)!}{(n-3)! \times 6}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$P(n-1, 2) = \frac{(n-1)!}{(n-3)!} = (n-1) \times (n-2)$$

$$C(n, 3) = P(n-1, 2) \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = (n-1) \times (n-2)$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} = 1 \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow \binom{n}{2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سهند ولی زاده)

-۶۱

از سه حرف نقطه‌دار، یکی را انتخاب می‌کنیم و از ۵ حرف باقی‌مانده ۳ حرف انتخاب می‌کنیم. به ۴! حالت این ۴ حرف می‌توانند جابه‌جا شوند.

$$\binom{3}{1} \binom{5}{3} \times 4! = 720$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۹

(علی ارجمند)

برای حرف اول ۲ انتخاب «ج» و «ن» وجود دارد. همچنین ۲ حرف آخر کلمه تنها یک حالت دارد و به صورت «دی» است. بنابراین تعداد کل کلمات برابر است با:

$$2 \times P(5, 3) \times 1 = 2 \times \frac{5!}{2!} = 5! = 120$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۶

(عمیدرضا سیوری)

دو حرف «م» و «ن» را یک شیء در نظر گرفته و در کل چهار شیء داریم که به ۴! حالت کنار هم قرار می‌گیرند. از طرفی دو حرف فوق دارای ۲! جایگشت می‌باشند، پس داریم:

$$4! \times 2! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۶۰

(امین نصراله)

برای تشکیل مثلث باید ۲ نقطه از روی یک خط و یک نقطه از روی خط دیگر انتخاب کنیم:

$$\binom{3}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{1} \times \binom{3}{2} = 3 \times 10 + 5 \times 3 = 30 + 15 = 45$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۸

(عاطفه فان مومنی)

**a** حتماً باید باشد و **g** نباید باشد پس باید ۳ حرف از **{b, c, d, e, f}** انتخاب کنیم:

$$1 \times \binom{5}{3} = 10$$

**a** حضور دارد

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

حداقل دو سواری یعنی دو سواری و یک وانت یا سه سواری.  
چون ترتیب ماشین‌ها اهمیت ندارد، باید از ترکیب استفاده کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد حالت‌هایی که دو سواری و یک وانت وجود دارد} &= \binom{5}{2} \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40 \\ \text{تعداد حالت‌هایی که سه سواری اعزام شوند} &= \binom{5}{3} = 10 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 40 + 10 = 50$$

(شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 16 = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 16 \Rightarrow n-1 = \pm 4$$

$$\Rightarrow n = -3 \text{ یا } n = 5 \Rightarrow n = 5 \text{ قابل قبول است}$$

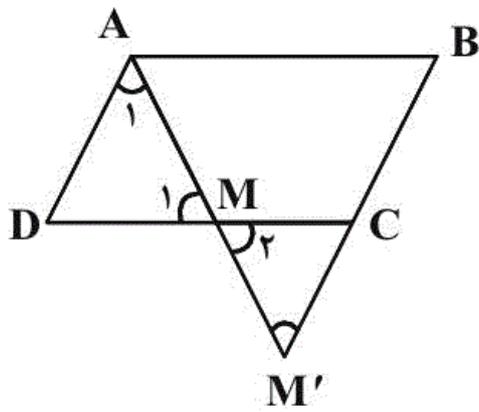
$$\Rightarrow n + (n-1) = 5 + 4 = 9$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ AD \parallel M'C \end{array} \right\} \Rightarrow$  روی یک امتداد قرار دارند.  $M'$  و  $C$ ،  $B$

(پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

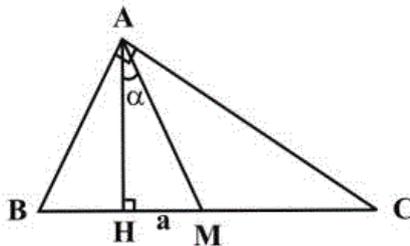
-۷۹

(معمداً ابراهیم گیتی زاده)

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، زاویه حاده بین میانه و

$$\alpha = |\hat{B} - \hat{C}|$$

ارتفاع وارد بر وتر برابر است با:



$$\hat{HAM} = \alpha = |60^\circ - 30^\circ| = 30^\circ$$

پس:

می‌دانیم که ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است.

$$\Delta AHM : \hat{H} = 90^\circ, \hat{HAM} = 30^\circ$$

پس:

$$\Rightarrow MH = \frac{AM}{2} \Rightarrow AM = 2a \quad (1)$$

از طرفی میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

$$AM = \frac{BC}{2} \xrightarrow{(1)} BC = 4a$$

(پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۰ و ۶۳ کتاب درسی)

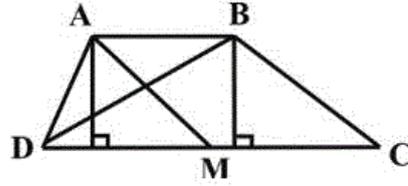
۴

۳

۲

۱

مساحت مثلث  $ADM$  نصف مساحت مثلث  $BCD$  است زیرا دارای ارتفاع یکسان هستند ولی قاعده مثلث اولی نصف قاعده مثلث دومی است، پس:



$$S_{ADM} = \frac{S_{BCD}}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

(پنر ضلعی ها، صفحه های ۶۱ تا ۶۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می دانیم در مثلث قائم الزاویه ای که زاویه  $15^\circ$  دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر، یک چهارم وتر است، پس:

$$AH = \frac{1}{4} BC \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{4} BC \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 6$$

(پنر ضلعی ها، صفحه ۶۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

باید بررسی کنیم به ازای کدام گزینه، تساوی  $n + \frac{n(n-3)}{2} = 45$

برقرار است که در بین گزینه ها فقط  $n = 10$  در این تساوی صدق می کند.

(پنر ضلعی ها، صفحه ۵۵ کتاب درسی)

 ۴

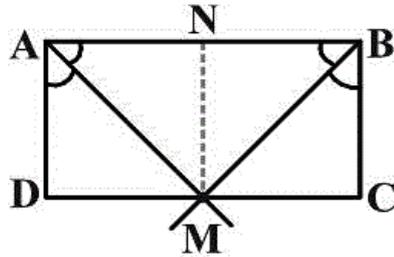
 ۳

 ۲

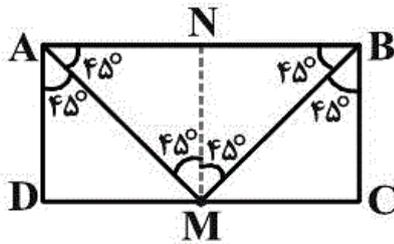
 ۱

(سروش مؤتینی)

نقطه‌ای که از  $AB$  و  $BC$  به یک فاصله است، روی نیمساز زاویه  $ABC$  و نقطه‌ای که از  $AB$  و  $AD$  به یک فاصله است، روی نیمساز زاویه  $BAD$  قرار دارد.



بنابراین صورت سؤال می‌گوید نیمسازهای  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  هم‌دیگر را روی مستطیل قطع می‌کنند. پس نقطه  $M$  در وسط ضلع  $DC$  روی نیمسازها قرار دارد. با دقت در شکل زیر  $AB$  دو برابر  $AD$  است:



دقت کنید که  $NMDA$  و  $NBCM$  هر دو مربع‌اند.

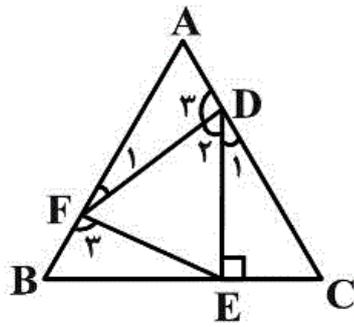
(پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱



با توجه به شکل، مثلث‌های  $ADF$ ،  $BFE$  و  $DEC$  بنا به حالت (ز ض ز) با هم

همنهشت‌اند، زیرا در مثلث قائم‌الزاویه  $DEC$ ،  $\hat{C} = 60^\circ$  و در نتیجه  $\hat{D}_1 = 30^\circ$

و چون  $\hat{D}_2 = 60^\circ$ ، لذا  $\hat{D}_3 = 90^\circ$  و به طور مشابه  $\hat{F}_3 = 90^\circ$ ، پس داریم:

$$\begin{cases} DE = DF \\ \hat{D}_1 = \hat{F}_1 = 30^\circ \Rightarrow AD = EC \quad (1) \\ \hat{D}_3 = \hat{E} = 90^\circ \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DEC$  داریم:

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = 30^\circ \Rightarrow EC = \frac{1}{2}DC \xrightarrow{(1)} AD = \frac{1}{2}DC \\ \Rightarrow AC = \frac{3}{2}DC \quad (2) \\ \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{3}}{2}DC \quad (3) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\Delta DFE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}DE^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2} = \left(\frac{DE}{AC}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(2) \text{ و } (3)} \frac{S_{\Delta DFE}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}DC}{\frac{3}{2}DC}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

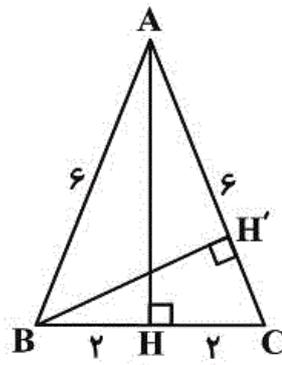
(پن‌ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



با توجه به شکل داریم:

$$\Delta S(ABC) = AH \times BC = BH' \times AC$$

$$\Rightarrow BH' = \frac{BC}{AC} \times AH \Rightarrow BH' = \frac{4}{6} AH = \frac{2}{3} AH$$

(پندرضلعی‌ها، صفحه ۶۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

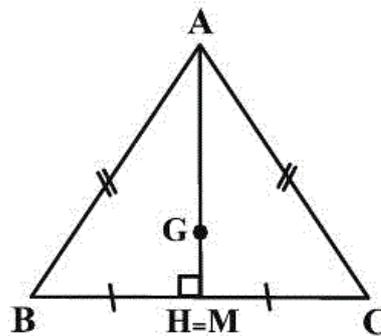
۱

(رضا بفشنده)

-۷۷

اگر  $G$  نقطه همرسی میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد، آنگاه  $GM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ .

از طرفی طول عمود وارد به ضلع  $BC$  از نقطه  $G$  نیز برابر ۲ است، پس  $GM$  عمود بر  $AB$  است. یعنی میانه  $AM$  ارتفاع نیز هست. پس مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است.



(پندرضلعی‌ها، صفحه ۶۷ کتاب درسی)

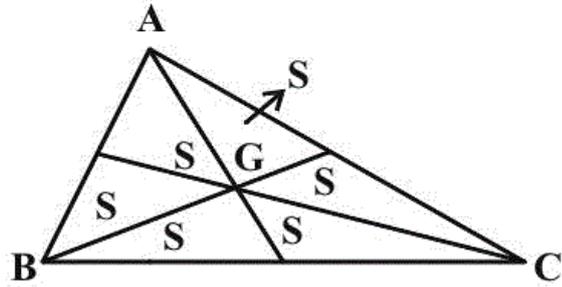
۴

۳

۲

۱

می‌دانیم میانه‌های هر مثلث هم‌رسند و با رسم آن‌ها، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، پس اگر از نقطه هم‌رسی میانه‌ها، به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.



(پنجاه‌و‌هفت صفحه کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱