



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۴۱- خطی که از نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 3 \\ -2 \end{smallmatrix} \right]$ می‌گذرد و شیب آن -1 است. محور x را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ (گله به گزشته)

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۴۲- اختلاف دو عدد ۸ و مجموع آن‌ها 30 است. حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟ (گله به گزشته)

۲۲۵ (۴)

۲۰۹ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

۴۳- چه تعداد از عبارات زیر عبارت گویاست؟

$$\frac{xy}{x+3}$$

۱ (۴)

$$\frac{|x-y|}{x+3}$$

۲ (۳)

$$\frac{3\sqrt{2}}{x}$$

۳ (۲)

$$\frac{\sqrt{xy}}{x+1}$$

۴ (۱)

۴۴- عبارت گویای $\frac{2x+3}{x+1}$ به ازای چند مقدار از x تعریف نشده است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۵- مقدار کدام‌یک از گزینه‌های تعریف شده زیر همواره عددی ثابت است؟

$$\frac{4y+3}{8y-6}$$

$$\frac{3+2y}{9+8y}$$

$$\frac{3+2y}{9+8y+y^2}$$

$$\frac{3-2y}{6y-9}$$

۴۶- کدام‌یک از عبارات زیر پس از ساده شدن، بر عبارت $(x+5)$ بخش‌پذیر است؟ (همه عبارات تعریف شده‌اند).

$$\frac{x^2+2x-1}{x^2-2x+1}$$

$$\frac{1-2x^2+x}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{x^2-3x-40}{x-8}$$

$$\frac{x^2+8x+15}{x^2+10x+25}$$

۵۶- حاصل عبارت $A = \frac{a^3 - a^2 - 6a}{a^2 + 3a} \div \frac{a^2 - 4}{a + 3}$ کدام است؟ (همه عبارات تعریف شده‌اند).

$$\frac{a+3}{a-2} \quad (4)$$

$$\frac{a-3}{a-2} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۵۷- به ازای کدام مقدار m حاصل دو عبارت گویای $\frac{5+3m}{5+m}$ و $\frac{3m+1}{m-1}$ برابر است؟ (عبارات تعریف شده‌اند).

$$-\frac{7}{5} \quad (4)$$

$$\frac{7}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{5}{7} \quad (2)$$

$$(1) \text{ صفر}$$

۵۸- نسبت حاصل ضرب دو عبارت گویای $\frac{b+3}{a-1}$ و $\frac{a+2}{b-1}$ به مجموع آن‌ها کدام است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده‌اند).

$$\frac{ab+3a+2b+6}{a^2+b^2+a+b-2} \quad (4)$$

$$\frac{ab+3a+2b+6}{a^2+a+b^2+2b-5} \quad (3)$$

$$\frac{a^2+b^2+a+2b}{a^2+a+b^2+2b-5} \quad (2)$$

$$\frac{ab+3a+2b}{a^2+b^2+a+b-2} \quad (1)$$

۴۶- از تساوی‌های تعریف شده $a \times b$ همواره کدام است؟

$$\frac{1}{z} = \frac{b}{z+z^3} \quad \text{و} \quad \frac{1-z}{z} = \frac{a}{z+z^2}$$

$$1+z^4 \quad (4)$$

$$1-z^4 \quad (3)$$

$$1+z^3 \quad (2)$$

$$1-z^2 \quad (1)$$

۵۲- اگر داشته باشیم $\frac{1}{(x-1)(2x+1)} = \frac{1}{2x-2} + \frac{M}{2x+1}$ ، مقدار M کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{x-1} \quad (3)$$

$$x-1 \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (1)$$

۴۸- اگر $x - \frac{1}{x} = 4$ باشد، حاصل $\frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x^4 + \frac{1}{x^4}}$ کدام است؟

$$\frac{18}{326} \quad (4)$$

$$\frac{18}{322} \quad (3)$$

$$\frac{1}{18} \quad (2)$$

$$\frac{1}{16} \quad (1)$$

۴۹- اگر $B = x - x^{-1}$ و $A = x + \frac{1}{x}$ همواره کدام است؟ عبارات همگی تعریف شده‌اند.

$$-2(x^2 + \frac{1}{x^2}) \quad (4)$$

$$2(x^2 + \frac{1}{x^2}) \quad (3)$$

$$\frac{-2x^2}{x^4 + 1} \quad (2)$$

$$\frac{-4x^2}{x^4 + 1} \quad (1)$$

۶۰- اگر $\frac{1}{x^4 - 1} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{x - 1} + \frac{D}{x + 1}$ باشد، حاصل ۲A + B + C + 2D کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۲)

۱ (۴)

(۱) صفر

۲ (۳)

$$3x^2 - 10x + 17 \mid x + 5$$

۵۰- خارج قسمت تقسیم رو بهرو به ازای آن که مقدار x برابر مقدار باقیمانده باشد، کدام گزینه خواهد بود؟

۱۴۷ (۴)

۴۰۱ (۳)

۴۲۶ (۲)

۱۴۵ (۱)

۵۱- اگر چندجمله‌ای $x^3 - x - 12$ بخش پذیر باشد، مقادیر a و b، کدام است؟

b = -11, a = 1 (۴)

b = -11, a = -1 (۳)

b = 11, a = -1 (۲)

b = 11, a = 1 (۱)

۴۵- اگر مساحت یک لوزی $x^3 + 3x^2 + 3x^5 + 1$ واحد مربع و اندازه قطر بزرگ آن $x^3 + 1$ واحد باشد، اندازه قطر کوچک آن همواره چند واحد است؟

$6x^2 - 2$ (۴)

$6x^2 + 2$ (۳)

$3x^2 + 1$ (۲)

$3x^2 - 1$ (۱)

۵۳- مقسوم‌علیه تقسیم زیر کدام است؟

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 7x + 12 \\ \underline{-4x^3 - 20x^2} \\ \hline -20x^2 - 7x + 12 \\ \underline{20x^2 + 100x} \\ \hline 93x + 12 \\ \underline{-93x - 468} \\ \hline -453 \end{array}$$

$x^3 + 5x$ (۴)

$4x + 5$ (۳)

$x - 5$ (۲)

$x + 5$ (۱)

۴۷- کدام عدد برای مقدار k ممکن است تا عبارت $x^5 - kx^3 - 2 + 2x^3$ بخش پذیر باشد؟

۲ (۴)

-1 (۳)

1 (۲)

-2 (۱)

۵۹- اگر خارج قسمت تقسیم $x^2 - 5x + b$ بر $(x + a)$ برابر $-x$ و باقیمانده این تقسیم برابر ۴ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

-2 (۴)

-5 (۳)

7 (۲)

4 (۱)

«۴۱ - گزینه ۲»

(نگاه به گذشته: محمد بمیرایی)

معادله خط را به صورت $y = ax + b$ در نظر می‌گیریم که a شیب خط است؛ پس:

$$y = -x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}} -2 = -3 + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = -x + 1 \xrightarrow[y=0]{\text{ محل برخورد با محور } x\text{ ها}} 0 = -x + 1 \Rightarrow x = 1$$

(فقط و معادله‌های فقط، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱

«۴۲ - گزینه ۳»

(نگاه به گذشته: کتاب آبی)

$$\begin{aligned} & \rightarrow \text{ اختلاف} \\ & \rightarrow \begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 30 \end{cases} \end{aligned}$$

$$2x = 38 \Rightarrow x = 19$$

$$x - y = 8 \Rightarrow 19 - y = 8 \Rightarrow y = 11$$

$$xy = 19 \times 11 = 209$$

(فقط و معادله‌های فقط، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱

«۴۳ - گزینه ۳»

عبارت‌های $\frac{|x-y|}{x+3}$ و $\frac{\sqrt{xy}}{x+1}$ گویا نیستند.

(عبارت‌های گویا، صفحه ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱

(فرزاد شیرمحمدی)

عبارت گویا به ازای مقادیری از x که مخرج کسر را صفر کنند تعریف نشده است پس:

$$(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

$$(x-1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$$

پس عبارت به ازای سه مقدار -1 و -2 و 1 برای x تعریف نشده است.

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۱۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امد(ض) قربانی)

$$\frac{3-2y}{6y-9} = \frac{3-2y}{-3(3-2y)} = -\frac{1}{3}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۱۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سهوسطمی)

$$\text{«۱»: گزینه } \frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 10x + 25} = \frac{(x+3)(x+5)}{(x+5)^2} = \frac{x+3}{x+5}$$

$$\text{«۲»: گزینه } \frac{(x-8)(x+5)}{x-8} = x+5$$

$$\text{«۳»: گزینه } \frac{(2x+1)(1-x)}{(x+1)^2}$$

$$\text{«۴»: گزینه } \frac{(x+1)^2 - 2}{(x-1)^2}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرزاد شیرمحمدی)

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^3 - a^2 - 6a}{a^2 + 3a} \times \frac{a+3}{a^2 - 4} = \frac{a(a^2 - a - 6)}{a(a+3)} \times \frac{a+3}{(a-2)(a+2)} \\ &= \frac{(a-3)(a+2)}{a+3} \times \frac{a+3}{(a-2)(a+2)} = \frac{a-3}{a-2} \end{aligned}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بمیدایی)

$$\begin{aligned} \frac{5+3m}{5+m} &= \frac{3m+1}{m-1} \Rightarrow (5+3m)(m-1) = (5+m)(3m+1) \\ \Rightarrow 5m - 5 + 3m^2 - 3m &= 15m + 5 + 3m^2 + m \\ \Rightarrow 3m^2 + 2m - 5 &= 3m^2 + 16m + 5 \\ \Rightarrow 2m - 16m &= 5 + 5 \Rightarrow -14m = 10 \Rightarrow m = -\frac{10}{14} = -\frac{5}{7} \end{aligned}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فرزاد شیرمحمدی)

$$\begin{aligned} \text{حاصل ضرب دو عبارت} : \frac{a+2}{b-1} \times \frac{b+3}{a-1} &= \frac{(a+2)(b+3)}{(b-1)(a-1)} = \frac{ab + 3a + 2b + 6}{(b-1)(a-1)} \\ \text{حاصل جمع دو عبارت} : \frac{a+2}{b-1} + \frac{b+3}{a-1} &= \frac{a^2 + a - 2 + b^2 + 2b - 3}{(b-1)(a-1)} \\ \Rightarrow \frac{\text{حاصل ضرب}}{\text{حاصل جمع}} &= \frac{ab + 3a + 2b + 6}{a^2 + a + b^2 + 2b - 5} \end{aligned}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امید رضا قربانی)

$$\frac{1-z}{z} = \frac{a}{z+z^2} = \frac{a}{z(1+z)} \Rightarrow a = (1-z)(1+z) = 1-z^2$$

$$\frac{1}{z} = \frac{b}{z+z^2} = \frac{b}{z(1+z)} \Rightarrow b = 1+z^2$$

$$a \times b = (1-z^2)(1+z^2) = 1-z^4$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«گزینه» ۱ - ۵۲

$$\frac{1}{(x-1)(2x+1)} = \frac{2x+1+M(3x-3)}{3(x-1)(2x+1)}$$

$$\Rightarrow 2x+1+M(3x-3) = 3 \Rightarrow M = \frac{-2x+2}{3x-3}$$

$$\Rightarrow M = \frac{-2(x-1)}{3(x-1)} \Rightarrow M = -\frac{2}{3}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌توانیم عبارات را در هم ضرب و سپس کسر را ساده کنیم، ولی بهتر

است ابتدا حاصل هر دو عبارت صورت و مخرج را به دست بیاوریم. داریم:

$$x - \frac{1}{x} = 4 \quad \text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم} \rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 + 2 = 18$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 18^2 = 324 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$$

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x^4 + \frac{1}{x^4}} = \frac{18}{322}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$B^2 - A^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$= x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} - x^2 - 2 - \frac{1}{x^2} = -4$$

$$B^2 + A^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$= x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} + x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 2x^2 + \frac{2}{x^2} = \frac{2x^4 + 2}{x^2}$$

$$\frac{B^2 - A^2}{B^2 + A^2} = \frac{-4}{\frac{2x^4 + 2}{x^2}} = \frac{-4x^2}{2x^4 + 2} = \frac{-2x^2}{x^4 + 1}$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا بین عبارات سمت راست مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{(Ax + B)(x - 1)(x + 1) + C(x^2 + 1)(x + 1) + D(x^2 + 1)(x - 1)}{4}$$

$$= \frac{1}{x^4 - 1}$$

$$\frac{Ax^3 + Bx^2 - Ax - B + Cx^3 + Cx^2 + Cx + C + Dx^3 - Dx^2 + Dx - D}{x^4 - 1}$$

$$= \frac{1}{x^4 - 1}$$

$$\frac{(A + C + D)x^3 + (B + C - D)x^2 + (C + D - A)x + (-B + C - D)}{x^4 - 1}$$

$$= \frac{1}{x^4 - 1}$$

چون سمت راست معادله ضریب x^3 و x^2 و x نداریم، پس ضریب هر سه جمله در سمت چپ معادله صفر و عدد ثابت برابر یک است.

$$\begin{cases} (1) A + C + D = 0 \\ (2) B + C - D = 0 \\ (3) C + D - A = 0 \\ (4) C - B - D = 1 \end{cases}$$

از معادله های (۱) و (۳) :

$$\begin{cases} A + (C + D) = 0 \\ -A + (C + D) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 0 \text{ و } C + D = 0$$

$$\begin{cases} (1) C + D = 0 \\ (2) B + C - D = 0 \\ (4) C - B - D = 1 \end{cases}$$

از معادله های جدید (۲) و (۴)

$$\begin{cases} (C - D) + B = 0 \\ (C - D) - B = 1 \end{cases} \Rightarrow 2B = -1 \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} C + D = 0 \\ C - D = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 2C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{4} \Rightarrow D = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2A + B + C + 2D = 0 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} + 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

(عبارت های گویا، صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۵)

(سینا گروسن)

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 10x + 17 \\ \underline{-3x^2 - 15x} \\ -25x + 17 \\ \underline{25x + 125} \\ 142 \end{array}$$

$$3x^2 - 25 \xrightarrow{x=142} 3 \times 142 - 25 = 401$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

$$\begin{array}{r} x^3 - 2ax^2 + bx + 12 \\ \underline{-x^3 + x^2 + 12x} \\ (1-2a)x^2 + (12+b)x + 12 \\ \underline{-(1-2a)x^2 + (1-2a)x + 12(1-2a)} \\ \underbrace{(12+b+1-2a)}_0 x + \underbrace{12+12(1-2a)}_0 \end{array}$$

چون چندجمله‌ای $x^2 - x - 12$ بر $x^3 - 2ax^2 + bx + 12$ بخش‌پذیر است، باقی‌مانده باید صفر شود، داریم:

$$12 + 12(1-2a) = 0 \Rightarrow 1-2a = -1 \Rightarrow a = 1$$

$$12 + b + 1 - 2a = 0 \xrightarrow{a=1} 13 + b - 2 = 0 \Rightarrow b = -11$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۴۹)

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{1}{2} \times (\text{قطر بزرگ}) \times (\text{قطر کوچک})$$

$$3x^5 + x^3 + 3x^2 + 1 = \frac{1}{2}(x^3 + 1) \times A$$

$$6x^5 + 2x^3 + 6x^2 + 2 = (x^3 + 1) \times A$$

$$6x^5 + 2x^3 + 6x^2 + 2 \quad | \quad x^3 + 1$$

$$\underline{6x^5 + 6x^2} \qquad \qquad \qquad 6x^2 + 2$$

$$2x^3 + 2$$

$$\underline{2x^3 + 2}$$

۰

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سینا گروسی)

«۱- گزینه»

با توجه به اولین جمله خارج قسمت و سطر دوم تقسیم، خواهیم داشت:

$$4x^3 - 7x + 12 \quad | \quad ?$$

$$\underline{4x^3 + 20x^2} \qquad 4x^2 - 20x + 93$$

$$\Rightarrow 4x^3 + 20x^2 \times 4x^2 = 4x^3 + 20x^2$$

$$\Rightarrow \frac{4x^3 + 20x^2}{4x^2} = \frac{4x^3}{4x^2} + \frac{20x^2}{4x^2} = x + 5$$

$$\text{مقسوم علیه} = x + 5$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

یک راه این است که عبارت را تقسیم کنیم. راه دیگر آن است که در نظر بگیریم اگر مقدار مشخصی از x باشد که عبارت $-x^3 - kx^2 - 2 + 2x^3$ را صفر کند، عبارت

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x^3 - kx^2 - 2 + 2x^3 = (1)^3 - k(1) - 2 + 2(1) = 0$$

$$\Rightarrow 1 - k - 2 + 2 = 0 \Rightarrow 1 - k = 0 \Rightarrow k = 1$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$(x^2 - 5x + b) = (x + a)(x - 2) + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + b = x^2 + (a - 2)x - 2a + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2 = -5 \Rightarrow a = -3 \\ -2a + 4 = b \xrightarrow{a = -3} (-2) \times (-3) + 4 = b \Rightarrow b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -3 + 10 = 7$$

(عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱