



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

-۸۱ در یک شهرک مسکونی ۵ بلوار اصلی، در هر بلوار بین ۶ تا ۸ خیابان، در هر خیابان بین ۳ تا ۵ کوچه و در هر کوچه بین ۵ تا ۱۰ خانه قرار دارد. اختلاف تعداد حداقل و حداکثر خانه‌هایی که این شهرک می‌تواند داشته باشد، کدام است؟ (هیچ خیابانی بین دو بلوار، هیچ کوچه‌ای بین دو خیابان و هیچ خانه‌ای بین هیچ دو کوچه‌ای مشترک نیست).

۱۰۰

۲۳۵۰ (۱)

100° (F)

1000 (1)

۹۵- می خواهیم رئوس یک مربع را با رنگ های آبی، قرمز و زرد رنگ کنیم؛ به چند طریق می توان این کار را انجام داد به گونه ای که رأس هایی که به هم وصل اند، هم رنگ نباشند؟

12 (7)

۲۴ (۱)

٦ (١٩)

18 (1)

۹۶- در چند جایگشت از حروف کلمه **tehran** حرف **r** بعد از **t** آمده است، به طوری که این دو حرف در کنار یکدیگر نیستند؟

۲۴۰ (۷)

۱۲۰ (۱)

۱۸۰ (۱۹)

۳۶۰ (۲)

۹۷- یک تاس سالم را پرتاب می‌کنیم و در ادامه به اندازه عدد رو شده، مجدداً تاس می‌اندازیم. مجموع تمام اعداد رو شده تاس‌های این فرایند، چند عدد طبیعی متفاوت می‌تواند باشد؟

۱۰ (۷)

۳۹ (۱)

11

۴۲ (۳)

$$-98 \text{ اگر } \frac{(n-2)!}{n^2 - 5n + 6} = 72 \times 210 \times 24 \text{ باشد، } n \text{ کدام است؟}$$

۱۳) ۲

۱۱) ۱

۹) ۴

۱۲) ۳

۹۹- با حروف کلمه «گل پیرا» بدون تکرار حروف چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن دو حرف «پ» و «ر» کنار هم نیامده باشند؟

۲۴۰) ۲

۳۶۰) ۱

۴۸۰) ۴

۷۲۰) ۳

۱۰۰- اگر $P(n, 2) = 5n + 7$ باشد، حاصل $P(n-3, n-4)$ کدام است؟

۴!) ۲

۵!) ۱

۲!) ۴

۳!) ۳

۸۲- یک نان سنگ، یک نان برابری و یک نان لواش را به چند طریق می‌توان بین ۵ نفر تقسیم کرد، به طوری که هر یک از افراد دریافت کننده نان، دقیقاً یک عدد نان دریافت کنند؟

$P(10, 6)$ ۲

$P(10, 7)$ ۱

$P(5, 3)$ ۴

$P(5, 2)$ ۳

۸۳- چند عدد ۳ رقمی می‌توان ساخت، به طوری که هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشد؟ (تکرار مجاز است).

۶۷۴) ۲

۶۷۳) ۱

۶۷۶) ۴

۶۷۵) ۳

۸۴- حاصل عبارت رو به رو کدام است؟

$$\frac{12 \times (13! + 12!)}{13! - 12!}$$

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۱ (۴)

۱۴ (۳)

۸۵- تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی SYSTEM که در آن‌ها بین دو حرف S دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

۹۶ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۹۲ (۴)

۴۸ (۳)

۸۶- اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$ باشد، n چه قدر است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۸۷- تعداد جایگشت‌های شش‌حرفی واژه OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O,A,I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

$$\frac{7!}{2!} (۲)$$

۶! (۱)

$$\frac{3 \times 6!}{2!} (۴)$$

۳ \times 5! (۳)

-۸۸- دو زیر مجموعه متمایز از مجموعه $\{a,b,c,d,e\}$ را به چند طریق می‌توان انتخاب کرد به گونه‌ای که

اشتراکشان تهی باشد؟

۲۴۲) ۲

۱۲۱) ۱

۱۸۰) ۴

۲۴۳) ۳

-۸۹- چهار فوتبالیست و سه والیبالیست به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به‌طوری که حداقل دو

فوتبالیست کنار هم باشند؟

۵۰۴۰) ۲

۳۶۰۰) ۱

۴۸۹۶) ۴

۱۷۲۸) ۳

-۹۰- به چند طریق می‌توان دایره‌های زیر را با پنج رنگ سیاه، سفید، قرمز، آبی و زرد رنگ‌آمیزی کرد به‌طوری که

دایره سوم همواره سیاه باشد و هیچ دو دایره مجاور هم دارای رنگ‌های یکسانی نباشند؟



۱۲۰) ۲

۱۴۴) ۱

۶۲۵) ۴

۲۵۶) ۳

-۹۱- یک کیف شامل دو قفل است که هر کدام دارای یک کد دورقمری شامل ارقام صفر تا ۹ هستند. بیشترین

تعداد دفعاتی که باید برای بازشدن قفل‌های کیف امتحان کرد، چه قدر است؟ (ابتدا قفل اول و سپس قفل دوم

را باز می‌کنیم).

۱۰۰۰) ۲

۲۰۰) ۱

۱۰۰) ۴

۱۸۰) ۳

۹۲- چند عدد ۴ رقمی می‌توان با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ساخت که از ۳۵۰۰ بزرگ‌تر باشد؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۳۶۰

۴۰۰

۳۲۰

۶۹۰

۹۳- سه کتاب مبحث ریاضی، چهار کتاب مبحث زیست و دو کتاب مبحث شیمی را به چند طریق می‌توان کنار

هم قرار داد به‌طوری که همه کتاب‌های هم مبحث کنار هم باشند؟

۱۷۲۸

۱۶۲۲

۲۱۴۶

۱۴۵۰

۹۴- با حروف کلمه **perusal** چند جایگشت هفت حرفی بدون تکرار می‌توان نوشت که به حرف e ختم شود و

حروف u, r, e, کنار هم باشند؟

۱۲۰

۴۸

۲۴۰

۱۴۴



۸۱- گزینه «۴»

«محمدجواد محسنی»

کمترین تعداد خانه در حالت ۵ بلوار، ۶ خیابان، ۳ کوچه و ۵ خانه رخ می‌دهد:

$$\text{کمترین} = 5 \times 6 \times 3 \times 5 = 450$$

بیشترین تعداد خانه در حالت ۵ بلوار، ۸ خیابان، ۵ کوچه و ۱۰ خانه رخ می‌دهد:

$$\text{بیشترین} = 5 \times 8 \times 5 \times 10 = 2000$$

پس داریم:

$$2000 - 450 = 1550$$

(صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶) کتاب (رسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

فرض کنیم می خواهیم رنگ آمیزی از رأس A آغاز شود؛ چون هنوز رنگی

زده نشده ۳ حالت برای رنگ آمیزی این رأس داریم؛ اما در ادامه دو حالت

پیش می آید:

الف) B و D نباید با A همزنگ باشند اما می توانند با هم همزنگ باشند،

در حالت همزنگی B و D می توانیم ۲ انتخاب داشته باشیم و البته C نیز

۲ انتخاب دارد تا با آنها همزنگ نباشد. پس داریم:

$$\begin{array}{c} \overbrace{}^3 \times \overbrace{}^2 \times \overbrace{}^2 = 12 \\ A \qquad C \qquad \text{رنگ رنگ} \\ \text{D و B} \end{array}$$

ب) رنگ B و D می توانند متفاوت باشند که در مجموع ۲ حالت برای آن

وجود دارد. اما در این حالت C فقط یک انتخاب (که همان رنگ A است).

می تواند داشته باشد:

$$\begin{array}{c} \overbrace{}^3 \times \overbrace{}^2 \times \overbrace{}^1 = 6 \\ A \qquad C \qquad \text{رنگ رنگ} \\ \text{D و B} \end{array}$$

پس در مجموع ۱۸ حالت داریم.

(صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} 6! = \text{همه حالات} \\ 2 \times 5! = \text{کنار هم بودن} \end{array} \right\} \Rightarrow 6! - 2 \times 5! = \text{حالات مطلوب}$$

$$= 720 - 240 = 480$$

در نیمی از حالات r بعد t و نیمی دیگر از حالات r قبل t آمده است؛

$$\frac{480}{2} = 240 \quad \text{پس مطلوب مسئله برابر است با:}$$

(صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

روش اول: براساس اولین تاس روشده، مسئله را حالتبندی می‌کنیم.

توجه داریم حداقل مجموع زمانی رخ می‌دهد که در همه تاس‌های پرتاب شده

عدد ۱ و حداقل مجموع زمانی رخ می‌دهد که در همه تاس‌های پرتاب شده،

عدد ۶ ظاهر شود.

$\Rightarrow \{1, 6, \dots\} = \text{مجموع کل} \Rightarrow \{1, 2, \dots, 7\}$ = مجموع تاس‌های بعدی $\Rightarrow 1 = \text{تاس اول}$

$\Rightarrow \{2, 12, \dots\} = \text{مجموع تاس‌های بعدی} \Rightarrow 2 = \text{تاس اول} \Rightarrow \{4, \dots, 14\}$ = مجموع کل

.

.

.

$\Rightarrow \{6, 36, \dots\} = \text{مجموع تلس‌های بعدی} \Rightarrow 6 = \text{تلس اول} \Rightarrow \{12, \dots, 42\}$ = مجموع کل

که اگر از تمام این مجموعه‌ها اجتماع بگیریم به مجموعه $\{2, \dots, 42\}$

می‌رسیم که شامل ۴۱ عدد است.

روش دوم: کمترین مجموع موقعی به دست می‌آید که تاس ۱ آمده و تاس

بعدی هم ۱ باید، پس عدد ۲ کمترین مقدار مجموع است.

بیشترین مقدار مجموع هم موقعی است که تاس اول ۶ آمده و هر کدام از ۶

تاس بعدی هم ۶ باشد یعنی $6 \times 6 = 36$ بیشترین مقدار مجموع است. در

نتیجه مجموع اعداد تاس‌های روشده، ۴۱ عدد طبیعی متفاوت می‌تواند باشد.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

$$\Rightarrow \frac{(n-2)!}{n^2 - 5n + 6} = \frac{(n-2)(n-3)(n-4) \times \dots \times 1}{(n-2)(n-3)} = (n-4)(n-5) \times \dots \times 1$$

$$= (n-4)!$$

$$\begin{array}{ccccccc} 72 & \times & 210 & \times & 24 & = & 9 \times 8 \times 7 \times \dots \times 2 \times 1 = 9! \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 8 \times 9 & & 7 \times 6 \times 5 & & 4 \times 3 \times 2 & & \end{array}$$

$$\Rightarrow (n-4)! = 9!$$

$$\Rightarrow n-4 = 9 \Rightarrow n = 13$$

(صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«محمد پور احمدی»

«۹۹- گزینه ۴»

کل کلمات ۶ حرفی که می‌توان با استفاده از حروف داده شده و بدون تکرار

حروف نوشته برابر است با:

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

ابتدا تعداد کلمات ۶ حرفی که دو حرف «پ» و «ر» کنار هم باشند را

به دست می‌آوریم. برای این منظور حروف «پ» و «ر» را در کنار هم در یک

بسته قرار می‌دهیم. این بسته با ۴ حرف دیگر تشکیل ۵ شی را می‌دهند

که ۵! جایگشت دارند. همچنین جایگشت دو حرف «پ» و «ر» در داخل

بسته برابر با ۲! است. پس:

$$5! \times 2! = 240$$

تعداد کلمات مورد نظر برابر است با :

کل کلمات ۶ حرفی بدون تکرار که دو حرف پ و ر کنار هم هستند – کل کلمات ۶ حرفی بدون تکرار

$$= 720 - 240 = 480$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۲۹ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = \Delta n + r$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = \Delta n + r$$

$$\Rightarrow n^2 - n = \Delta n + r$$

$$\Rightarrow n^2 - \Delta n - r = 0 \Rightarrow (n-r)(n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = r \end{cases}$$

غایق

$$P(n-r, n-r) = P(r, r) = \frac{r!}{(r-r)!} = \frac{r!}{1!} = r!$$

(صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۷ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴

«گزینه ۴» - ۸۲

نان سنگ می‌تواند ۵ انتخاب داشته باشد تا به شخص خاصی تعلق گیرد.

حال نان برابری نمی‌تواند به آن شخص برسد و ۴ حالت برای آن وجود دارد.

نان لواش هم ۳ انتخاب دارد. پس در مجموع داریم:

$$\Delta \times 4 \times 3 = \frac{\Delta!}{2!} = P(\Delta, 3)$$

(صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۱ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴

تعداد کل اعداد سه رقمی که با ارقام صفر تا ۹ ساخته می‌شوند، برابر با

$9 \times 10 \times 10 = 900$ است. از طرفی تعداد کل اعداد سه رقمی که فقط با

ارقام فرد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ نوشته می‌شوند، برابر با $5 \times 5 \times 5 = 125$ است.

همچنین تعداد کل اعداد سه رقمی که فقط شامل ارقام زوج ۰، ۲، ۴، ۶

و ۸ هستند، برابر با $4 \times 5 \times 5 = 100$ می‌باشد. لذا داریم:

اعداد ۳ رقمی فقط شامل ارقام زوج + اعداد ۳ رقمی فقط شامل ارقام فرد) - کل اعداد ۳ رقمی = جواب

$$\text{جواب} \Rightarrow 125 + 100 - 900 = 675$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{12 \times (13! + 12!)}{13! - 12!} = \frac{12 \times 12!(13+1)}{12!(13-1)} = \frac{12 \times 12 \times 14}{12 \times 12} = 14$$

(صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به این که کلمه‌ی حاصل ۶ حرفی است، ما باید ابتدا جایگاه دو حرف S را در این ۶ مکان مشخص کنیم. حالات مختلف قرارگیری حروف به صورت زیر است:

۱) S _ S _ _ _ ۲) _ S _ S _ _

۳) _ _ S _ S _ ۴) _ _ _ S _ S

بنابراین حروف S به ۴ شکل می‌توانند در ۶ جایگاه قرار گیرند. هر کدام از ۴ جایگاه باقیمانده نیز به ترتیب ۴، ۳، ۲ و ۱ حالت می‌توانند پر شوند که طبق اصل ضرب معادل $4! = 96$ است.

$$4 \times 4! = 96$$

(صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«سیمین کلانتریون»

«۲- گزینه» ۸۶

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow n = 2$$

(صفحه‌ی ۱۲۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

کلمه **OLYMPIAD** دارای ۸ حرف است که ۳ حرف **O**, **I** و **A**

صدا دارند، تعداد جایگشت‌های موردنظر که در آن جایگاه‌های اول، سوم و

پنجم را با حروف صدادار و سایر خانه‌ها را با حروف بی‌صدا پر کنیم، بهصورت

زیر بهدست می‌آید:

$$\boxed{3} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{3} = 3 \times 5!$$

صدادار صدادار صدادار

از طرفی می‌توان جایگاه اول، سوم و پنجم را با حروف بی‌صدا پر کرد. پس

تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$2 \times (3 \times 5!) = 6 \times 5! = 6!$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

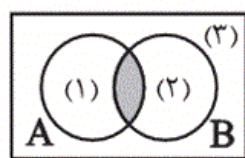
۳

۲

۱ ✓

برای هر کدام از اعضاء ناحیه مختلف (۱) یا (۲) یا (۳) برای

قرارگیری وجود دارد پس خواهیم داشت:



$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$$

حال توجه کنید که حالت $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$ قابل قبول نیست، پس از عدد ۸۱ یک واحد کم می‌کنیم تا به عدد ۷۲ برسیم. در ضمن توجه کنید که برای مثال حالت زیر در شرایط مسئله ما در واقع یک بار باید حساب می‌شدند ولی ما آنها را دو بار حساب کرده‌ایم:

$$(A = \{a, b\}, B = \{c, d, e\}) \text{ و } (A = \{c, d, e\}, B = \{a, b\})$$

پس در این روش هر حالت را دو بار حساب کرده‌ایم. در نتیجه باید عدد ۷۲ را بر ۲ تقسیم کنیم که جواب نهایی ۳۶ حالت می‌شود.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا حالتی را که هیچ دو فوتبالیست کنار هم نیستند، محاسبه کرده و جواب را از تعداد کل حالات ممکن برای قرار گرفتن ۷ نفر کنار هم (۴ فوتبالیست و ۳ والیبالیست) کم می‌کنیم.

وقتی هیچ دو فوتبالیستی کنار هم نیستند که والیبالیست‌ها بین فوتبالیست‌ها قرار گرفته باشند. (فوفوفوف)

چون فوتبالیست‌ها و والیبالیست‌ها متفاوتند پس بین خود نیز جایه‌جا می‌شوند پس تعداد جایگشت‌های والیبالیست‌ها $3!$ و تعداد جایگشت‌های فوتبالیست‌ها $4!$ می‌باشد.

پس تعداد کل جایگشت‌های آن‌ها به صورت یک در میان $= 144 = 3 \times 4!$ است.

تعداد کل جایگشت‌های ۷ نفر نیز $= 5040 = 7!$ می‌باشد که:

$$7! - (3 \times 4!) = 5040 - 144 = 4896$$

پس ۴۸۹۶ حالت وجود دارد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

دایره سوم فقط یک حالت دارد و دو دایره سمت چپ و راست آن هر کدام به ۴ حالت می‌توانند رنگ‌آمیزی شوند هم‌چنین دو دایره ابتدا و انتهایی نیز هر کدام به چهار حالت (به جز رنگ دایره کناری‌شان) رنگ‌آمیزی می‌شوند.



$$4 \times 4 \times 1 \times 4 \times 4 = 4^4 = 256$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

هر قفل برای بازشدن 10×10 حالت دارد، پس بیشترین دفعاتی که برای بازشدن قفل اول باید امتحان کنیم ۱۰۰ مرتبه است.

حال قفل اول را باز کرده‌ایم و برای قفل دوم نیز ۱۰۰ مرتبه باید امتحان کنیم؛ در نتیجه حداکثر ۲۰۰ مرتبه برای این کار لازم است.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

محدودیت برای رقم صدگان و هزارگان وجود دارد:

(الف)

$$\{4, 5, 6\} = \text{هزارگان}$$

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \text{صدگان}$$

عددی که در هزارگان قرار بگیرد، نمی‌تواند در صدگان باشد، بنابراین برای

صدگان ۶ حالت وجود دارد. حال داریم:

$$3 \times 6 \times 5 \times 4 = 360$$

(ب)

$$\{3\} = \text{هزارگان}$$

$$\{5, 6\} = \text{صدگان}$$

در این حالت داریم:

$$1 \times 2 \times 5 \times 4 = 40$$

پس در مجموع ۴۰۰ حالت داریم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ آنکتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓



$$= 6 \times 6 \times 24 \times 2 = 1728$$

جایگشت ریاضی سه دسته کتاب
جایگشت زیست ریاضی
جایگشت شیمی

(صفهههای ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

۹۴- گزینه «۱»

«مهرداد قابچی»

مطابق شکل زیر، مکان قرار گرفتن حرف e ثابت و حرف پایانی است. دو

حرف r و u فقط در یکی از دو جایگاه نشان داده شده می‌توانند قرار گیرند

بنابراین تعداد کل جایگشت‌ها برابر است با:

$$4! \times 2! \times 1 = 48$$

جایگشت‌های l, a, s, p r با u

(صفهههای ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱