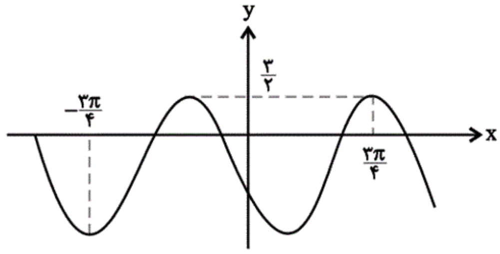
۹۳- اگر نمودار روبه‌رو متعلق به تابع $y=-\frac{۳}{۲}+a\sin bx$ باشد، ab کدام است؟



۱) ۶

۲) -۶

۳) ۳

۴) -۳

۹۷- مجموع جواب‌های متمایز معادله‌ی $۲\sin^{۲}x-۳\sin x+۱=۰$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۳) π ۴) ۲π

۹۶- اگر $f(x)=\frac{ax^{۲}+\sqrt{x^{۴}+۵x}}{-x^{n}-ax-۱}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=۱$، آن‌گاه حد راست و چپ تابع f در $x=۱$ به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $+\infty$ و $+\infty$ ۲) $-\infty$ و $-\infty$ ۳) $+\infty$ و $-\infty$ ۴) $-\infty$ و $+\infty$

۹۲- در تابع $f(x)=\frac{۳x-\sqrt{x^{۲}+۱۶x}}{ax^{n}+b}$ اگر $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=۲$ و $\lim\limits_{x\to۲}f(x)=c$ باشند، آن‌گاه عدد حقیقی c کدام است؟ $(c\neq۰)$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۸۱- قدر مطلق تفاضل حد چپ و حد راست تابع $y=\frac{x^{۲}-|x|}{|x|}$ در $x=۰$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۸۴- اگر $f(x+۱)=\frac{x^{۲}-x}{۱-\sqrt{x+۱}}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to۱}f(x)$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۸۵- اگر حد کسر $\frac{۴x^{۳}-x^{n}+x}{۲x^{۳}-۳x^{n}+۷}$، با شرط $n\in N$ وقتی $x\to\infty$، عددی مثبت باشد، آنگاه n کدام‌یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۱- بازه‌ی $(m,2)$، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $f(x)=x^3-nx^2+4$ روی آن نزولی است. حاصل $m-n$، کدام است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) 4 ۴) 5

۹۹- اگر نقطهٔ $A(2,1)$ یکی از اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x)=x^3+bx^2+d$ باشد، عرض از مبدأ خط واصل اکسترمم‌های این تابع کدام است؟

۱) -3 ۲) صفر ۳) 5 ۴) 4

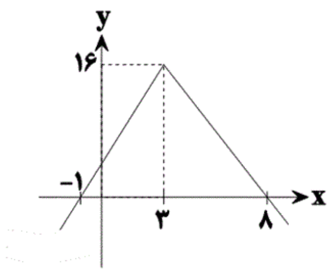
۱۰۰- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع $y=\frac{1}{14}x^{\frac{14}{3}}-\frac{1}{2}x^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

۱) $\{0,1\}$ ۲) $\{-1,0\}$ ۳) $\{-1,1\}$ ۴) $\{-1,0,1\}$

۹۵- یک تودهٔ باکتری پس از t ثانیه $(t\geq\frac{1}{2})$ دارای جرم $m(t)=\sqrt{2t-1}+3t$ است. آهنگ متوسط تغییر جرم توده باکتری در بازهٔ زمانی $1\leq t\leq 5$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر جرم آن در کدام لحظه برابر است؟

۱) $t=2$ ۲) $t=2/25$ ۳) $t=2/5$ ۴) $t=2/75$

۹۸- اگر $f(x)=(\frac{x}{x+1})^3$ و شکل زیر، نمودار تابع $g(x)$ باشد، آنگاه مشتق تابع $y=(gof)(x)$ در $x=1$ کدام است؟



۱) -1
۲) $-\frac{3}{4}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) 1

۸۷- آهنگ متوسط تغییر تابع $y=\tan\pi x$ نسبت به تغییر x، وقتی x از $\frac{1}{6}$ به $\frac{1}{3}$ تغییر می‌کند، کدام است؟

۱) $4\sqrt{3}$ ۲) $-4\sqrt{3}$ ۳) 2π ۴) -2π

۸۸- بر منحنی تابع $y=\frac{3x-2}{x^2+5}$، چند مماس به موازات محور طول‌ها می‌توان رسم کرد؟

۱) صفر ۲) 1 ۳) 2 ۴) 3

۸۹- اگر $f(x)=\dfrac{x-\sqrt[3]{x^2}}{x+\sqrt[3]{x^2}}$، آنگاه $f'(1)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۹۰- اگر خط به معادلهٔ $y=3x+10$ در نقطهٔ $x=-1$ بر منحنی به معادلهٔ $y=ax^3+bx+2$ مماس باشد، a کدام است؟

۱) ۹- ۲) ۴- ۳) ۹ ۴) ۴

۸۶- اگر $f(x)=2x-a$ و مساحت مثلث محصور بین نمودارهای f و f^{-1} و محور xها برابر ۲۷ باشد، آن‌گاه نمودار f محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟ $(a>0)$

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲

۸۲- نمودار تابع $f(x)=|2x-8|-|x+3|$ در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطهٔ معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱) $x+11\,;\,x>-7$ ۲) $x-11\,;\,x>-5$ ۳) $x+11\,;\,x>-5$ ۴) $x-11\,;\,x>-7$

۸۳- اگر $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{1+x^2}}$ و $g(x)=\tan x$ باشد، آنگاه به ازای $\dfrac{-\pi}{2}<x<0$، ضابطه‌ی تابع fog، کدام است؟

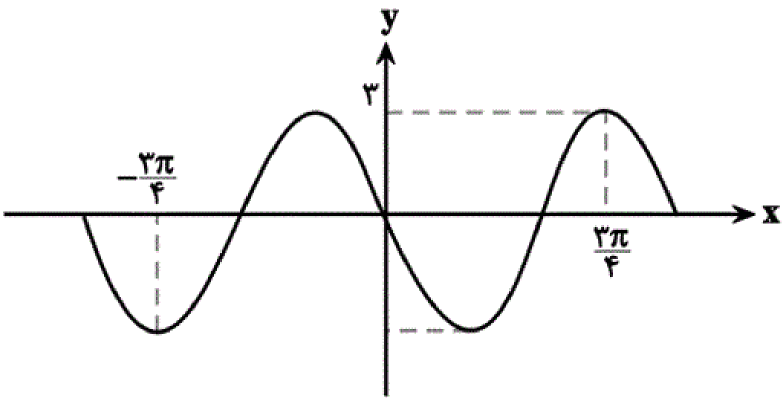
۱) $\sin x$ ۲) $-\sin x$ ۳) $\cos x$ ۴) $-\cos x$

۹۴- کدام‌یک از نقاط زیر، روی نمودار معکوس تابع $f(x)=x^3+x$ قرار دارد؟

۱) $(0,-1)$ ۲) $(6\sqrt{5}\,,\,\sqrt{5})$ ۳) $(2,10)$ ۴) $(\sqrt{3}\,,\,4\sqrt{3})$

۹۳- گزینهٔ «۲» (حجت انصاری)

با توجه به اینکه ورودی تابع $\sin x$ فقط در **b** ضرب شده است، بنابراین نمودار $\sin x$ در راستای محور **x**ها فشرده یا کشیده شده است و جابه‌جایی به سمت چپ و راست نداشته است. چون کل نمودار به‌اندازهٔ $-\frac{۳}{۲}$ در راستای محور **y**ها جابه‌جا شده، پس اگر نمودار را به‌اندازهٔ $\frac{۳}{۲}$ بالا ببریم به‌صورت زیر خواهد بود:



$$\Rightarrow |a| = ۳ \Rightarrow a = \pm ۳$$

فاصلهٔ نقاط $\frac{۳\pi}{۴}$ و $-\frac{۳\pi}{۴}$ به‌اندازهٔ ۱/۵ برابر دورهٔ تناوب تابع است.

بنابراین:

$$\frac{۳\pi}{۴} - (-\frac{۳\pi}{۴}) = \frac{۳}{۲}T \Rightarrow T = \pi$$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲$$

با توجه به اینکه تابع بعد از $x = ۰$ نزولی است، بنابراین $ab < ۰$ است.

یعنی **a** و **b** مختلف‌العلامت هستند.

۱   ۲✓   ۳   ۴

۹۷- گزینهٔ «۲» (غلامرضا حلی)

$$۲\sin^{۲} x - ۳\sin x + ۱ = ۰ \Rightarrow (۲\sin x - ۱)(\sin x - ۱) = ۰$$

$$\xrightarrow{۰ \le x \le ۲\pi} \begin{cases} \sin x = ۱ \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{۲} \\ \sin x = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{۶}, x = \dfrac{۵\pi}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۶} + \frac{۵\pi}{۶} = \frac{۳\pi}{۲}$$

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$✓ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$

۹۶- گزینهٔ «۲»

(سهند ولی‌زاده)

باید درجه عبارت صورت و مخرج یکسان باشد تا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=۱$ شود.

بنابراین $n=۲$ است. حال داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^۲+\sqrt{x^۴+۵x}}{-x^۲-ax-۱}\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^۲+x^۲}{-x^۲}=۱$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{(a+۱)\cancel{x^۲}}{-\cancel{x^۲}}=۱$$

$$\Rightarrow a+۱=-۱\Rightarrow a=-۲$$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{-۲x^۲+\sqrt{x^۴+۵x}}{-(x-۱)^۲}=\frac{-۲+\sqrt{۶}}{۰^-}=-\infty$$

$$.\lim_{x\to ۱^-}\frac{-۲x^۲+\sqrt{x^۴+۵x}}{-(x-۱)^۲}=\frac{-۲+\sqrt{۶}}{۰^-}=-\infty$$

بنابراین حد راست و چپ تابع در $x=۱$ برابر $-\infty$ است.

۴ ۳ ۲✓ ۱

$$\lim_{x\to۲}f(x)=\lim_{x\to۲}\frac{۳x-\sqrt{x^۲+۱۶x}}{۲x+b}=c\Rightarrow ۴+b=۰\Rightarrow b=-۴$$

$$\lim_{x\to۲}\frac{۳x-\sqrt{x^۲+۱۶x}}{۲x-۴}:\frac{۰}{۰}\Rightarrow\lim_{x\to۲}\frac{۹x^۲-x^۲-۱۶x}{۲(x-۲)(۳x+\sqrt{x^۲+۱۶x})}$$

$$=\lim_{x\to۲}\frac{۸x}{۲(۳x+\sqrt{x^۲+۱۶x})}=\frac{۲}{۳}=c$$

۴ ۳ ۲ ۱✓

۸۱- گزینهٔ «۱» (فرهاد وفایی)

$$\lim_{x\to 0^+} y = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2 - |x|}{|x|} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2 - x}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x(x-1)}{x} = -1$$

$$\lim_{x\to 0^-} y = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2 - |x|}{|x|} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2 + x}{-x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x(x+1)}{-x} = -1$$

$$\Rightarrow \left|\lim_{x\to 0^+} y - \lim_{x\to 0^-} y\right| = 0$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۴- گزینهٔ «۲» (حسین حاجیلو)

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 0} f(x+1) = \lim_{x\to 0} \frac{x^2 - x}{1-\sqrt{x+1}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x(x-1)(1+\sqrt{x+1})}{-x} = 2$$

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۸۵- گزینهٔ «۳» (فرهاد حامی)

$$L = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^3 - x^n + x}{2x^3 - 3x^n + 7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n > 3 \Rightarrow L = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x^n}{-3x^n} = \dfrac{1}{3} \\ n = 3 \Rightarrow L = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^3 - x^3 + x}{2x^3 - 3x^3 + 7} = -3 \\ n < 3 \Rightarrow L = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^3}{2x^3} = 2 \end{cases}$$

پس به ازای $n = 3$، حاصل حد عددی منفی است.

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۹۱- گزینهٔ «۱» *(مهرداد ملوندی)*

$$f'(x)=\text{۳}x^{\text{۲}}-\text{۲}nx=\text{۳}x(x-\frac{\text{۲}n}{\text{۳}})=\text{۰}\Rightarrow\begin{cases}x=\text{۰}\\x=\frac{\text{۲}n}{\text{۳}}\end{cases}$$

از آن‌جا که بازه‌ی $(m,\text{۲})$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع f روی آن نزولی است، پس:

$$\begin{cases}m=\text{۰}\\\frac{\text{۲}n}{\text{۳}}=\text{۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\text{۰}\\n=\text{۳}\end{cases}\Rightarrow m-n=-\text{۳}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۹- گزینهٔ «۳» *(شهرام ولایی)*

نقطهٔ $A(\text{۲},\text{۱})$ روی تابع $f(x)$ قرار دارد. پس باید در معادلهٔ آن صدق کند:

$$A(\text{۲},\text{۱})\Rightarrow \text{۸}+\text{۴}b+d=\text{۱}\Rightarrow \text{۴}b+d=-\text{۷}$$

$$f'(\text{۲})=\text{۰}\Rightarrow \text{۳}(\text{۲})^{\text{۲}}+\text{۲}b(\text{۲})=\text{۰}\Rightarrow \text{۱۲}+\text{۴}b=\text{۰}\Rightarrow\begin{cases}b=-\text{۳}\\d=\text{۵}\end{cases}$$

$$f'(x)=\text{۳}x^{\text{۲}}-\text{۶}x=\text{۰}\Rightarrow\begin{cases}x=\text{۰}\\x=\text{۲}\end{cases}$$

نقاط $A(\text{۲},\text{۱})$ و $B(\text{۰},\text{۵})$ روی خط واصل اکسترمم‌های این تابع قرار دارند.

روشن است که عرض از مبدأ این خط برابر ۵ می‌باشد.

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۰-گزینهٔ «۴» (سجاد داوطلب)

نقاط بحرانی، نقاطی از درون دامنهٔ تعریف هستند که در آن‌ها مشتق تابع برابر صفر است یا وجود ندارد.

دامنهٔ تعریف این تابع، مجموعه اعداد حقیقی یعنی $D_f = (-\infty, +\infty)$ است.

$$y = \frac{۱}{۱۴}x^{\frac{۱۴}{۳}} - \frac{۱}{۲}x^{\frac{۲}{۳}}$$

$$y' = \frac{۱}{۳}x^{\frac{۱۱}{۳}} - \frac{۱}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow y' = \frac{۱}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(x^۴ - ۱)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{۱}{۳}\left(\frac{x^۴ - ۱}{\sqrt[۳]{x}}\right)$$

$$\text{صورت} = ۰ \Rightarrow x^۴ - ۱ = ۰ \Rightarrow (x^۲ - ۱)(x^۲ + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱ \\ x^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{مخرج} = ۰ \Rightarrow \sqrt[۳]{x} = ۰ \Rightarrow x = ۰$$

در $x = \pm ۱$ مشتق صفر است و در $x = ۰$ مشتق وجود ندارد. پس مجموعه طول نقاط بحرانی تابع عبارتند از: $\{-۱, ۰, ۱\}$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۵- گزینهٔ «۳» (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\text{آهنگ متوسط تغییر در بازهٔ } [1,5] = \frac{m(5)-m(1)}{5-1}$$

$$= \frac{\sqrt{2(5)-1}+3(5)-(\sqrt{2(1)-1}+3)}{4}$$

$$= \frac{3+15-(4)}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر:

$$m'(t) = \frac{2}{2\sqrt{2t-1}} + 3 = \frac{1}{\sqrt{2t-1}} + 3 \Rightarrow m'(t) = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2t-1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{2t-1} = 2 \Rightarrow 2t-1 = 4$$

$$\Rightarrow 2t = 5 \Rightarrow t = \frac{5}{2} = 2/5$$

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$✓ $\boxed{4}$

۹۸– گزینهٔ «۳» *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$y = (gof)(x)$$

$$\Rightarrow y' = f'(x) \times g'(f(x)) \xrightarrow{x=۱} y'(۱) = f'(۱) \times g'(f(۱))$$

$$f(x) = (\frac{x}{x+۱})^۳ \Rightarrow f'(x) = \frac{۱-۰}{(x+۱)^۲} \times ۳(\frac{x}{x+۱})^۲$$

$$\xrightarrow{x=۱} f'(۱) = \frac{۱}{۴} \times ۳(\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۳}{۱۶}$$

از طرفی $f(۱) = \frac{۱}{۸}$ است، پس $g'(f(۱)) = g'(\frac{۱}{۸})$ را نیز می‌خواهیم. با توجه به شکل $g'(\frac{۱}{۸}) = ۴$ است. چون شاخهٔ سمت چپ تابع g، حالت خطی داشته و مشتق آن برابر با شیب خط است.

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۷– گزینهٔ «۱» *(محمد بحیرایی)*

$$I = [\frac{۱}{۶}, \frac{۱}{۳}] \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{۱}{۶} \Rightarrow y_۱ = \tan \pi x_۱ = \tan\frac{\pi}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \\ x_۲ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y_۲ = \tan \pi x_۲ = \tan\frac{\pi}{۳} = \sqrt{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{\sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۶}} = ۴\sqrt{۳}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۸۸- گزینهٔ «۳» *(محمد بحیرایی)*

اگر خط مماس در یک نقطه، موازی محور x ها باشد، شیب خط مماس (مشتق تابع) در آن نقطه برابر صفر است، یعنی باید بررسی کرد که در چند نقطه، مشتق این تابع صفر می‌شود.

$$y=\frac{۳x-۲}{x^۲+۵}\Rightarrow y'=\frac{۳(x^۲+۵)-۲x(۳x-۲)}{(x^۲+۵)^۲}=\frac{-۳x^۲+۴x+۱۵}{(x^۲+۵)^۲}$$

$$y'=۰\Rightarrow -۳x^۲+۴x+۱۵=۰$$

$\Delta=(۴)^۲-۴(-۳)(۱۵)>۰\Rightarrow$ معادله دو ریشهٔ متمایز دارد

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۹- گزینهٔ «۴» *(کاظم آبام)*

$$f(x)=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}(\sqrt[۳]{x}-۱)}{\sqrt[۳]{x^۲}(\sqrt[۳]{x}+۱)}\xrightarrow{x\neq ۰}f(x)=\frac{\sqrt[۳]{x}-۱}{\sqrt[۳]{x}+۱}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{۱}{۳}x^{\frac{-۲}{۳}}\cdot\frac{۲}{(\sqrt[۳]{x}+۱)^۲}\Rightarrow f'(۱)=\frac{۱}{۳}\times ۱\times\frac{۲}{(۱+۱)^۲}=\frac{۱}{۶}$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

مختصات نقطهٔ تماس در معادلهٔ منحنی نیز صدق می‌کند، پس:

$$۷ = -a - b + ۲ \Rightarrow a + b = -۵ \quad (۱)$$

شیب خط مماس، برابر با مشتق تابع به ازای طول نقطهٔ تماس است، پس:

$$\begin{cases} y' = ۳ax^۲ + b \xrightarrow{x=-۱} m_۱ = ۳a + b \\ y = ۳x + ۱۰ \Rightarrow m_۲ = ۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{m_۱=m_۲} ۳a + b = ۳ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \begin{cases} ۳a + b = ۳ \\ a + b = -۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ b = -۹ \end{cases}$$

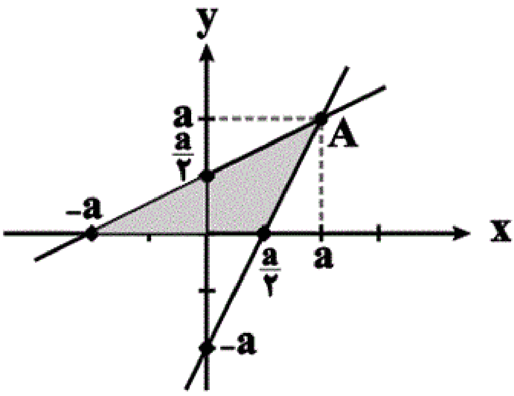
$\boxed{۴}$ ✓ $\boxed{۳}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۱}$

۸۶- گزینهٔ «۲» (شهرام ولایی)

ابتدا نقطهٔ تقاطع دو تابع f و f^{-1} را می‌یابیم:

$$y = f(x) = ۲x - a \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + a}{۲}$$

$$۲x - a = \frac{x + a}{۲} \Rightarrow x = a \Rightarrow y = a \Rightarrow A(a,a)$$



$$S = \frac{\frac{۳a}{۲} \times a}{۲} = ۲۷ \Rightarrow a^۲ = ۳۶ \Rightarrow a = ۶$$

$$f(x) = ۲x - ۶$$

$$۲x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = ۳$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۲– گزینهٔ «۱» (رضا ذاکر)

$$f(x)=\begin{cases}-(۲x-۸)+(x+۳)=-x+۱۱ & , \quad x<-۳\\ -(۲x-۸)-(x+۳)=-۳x+۵ & , \quad -۳\le x\le ۴\\ (۲x-۸)-(x+۳)=x-۱۱ & , \quad x>۴\end{cases}$$

بنابراین تابع در بازهٔ $x>۴$ صعودی است (خط با شیب مثبت)

$$y=x-۱۱\Rightarrow x=y+۱۱\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}}y=x+۱۱$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=x+۱۱$$

برد تابع f در این بازه، همان دامنهٔ $f^{-۱}$ می‌باشد. برای تعیین دامنه $f^{-۱}$، برد f را در این بازه تعیین می‌کنیم:

$$y=x-۱۱\xrightarrow{x>۴}x-۱۱>۴-۱۱\Rightarrow x-۱۱>-۷$$

$$\Rightarrow f(x)>-۷$$

۱ ✓   ۲   ۳   ۴

۸۳– گزینهٔ «۲» (محمد بحیرایی)

$$\begin{cases}f(x)=\sqrt{\dfrac{x^۲}{۱+x^۲}}\\ g(x)=\tan x\end{cases}\Rightarrow (fog)(x)=\sqrt{\dfrac{\tan^۲ x}{۱+\tan^۲ x}}$$

$$\xrightarrow{۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x}}(fog)(x)=\sqrt{\cos^۲ x\tan^۲ x}$$

$$=\sqrt{\sin^۲ x}=|\sin x|\xrightarrow{\frac{-\pi}{۲}<x<۰}(fog)(x)=-\sin x$$

۱   ۲ ✓   ۳   ۴

۹۴- گزینهٔ «۲» *(کورش شاه‌منصوریان)*

نکته: اگر نقطه‌ی $\mathbf{A(x,y)}$ روی نمودار تابع معکوس‌پذیر $\mathbf{y=f(x)}$ قرار داشته باشد، نقطه‌ی $\mathbf{A'(y,x)}$، روی نمودار معکوس تابع $\mathbf{f}$ قرار دارد. با توجه به نکته‌ی بالا، در گزینه‌ی «۲»، داریم:

$$\mathbf{f(\sqrt{۵}) = (\sqrt{۵})^{۳} + \sqrt{۵} = \sqrt{۵}(۵+۱) = ۶\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{A(\sqrt{۵}, ۶\sqrt{۵}) \in f \Rightarrow A'(۶\sqrt{۵}, \sqrt{۵}) \in f^{-۱}}$$

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}\checkmark$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$