



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم ، نابرابری ها و نامعادله ها - ۲ سوال -

۵۸- اگر نابرابری $x^5 + x < x^4 y + y$ برقرار باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $x < y$
 (۲) $x > y$
 (۳) $x^2 > y^2$
 (۴) $x^2 < y^2$

۶۰- اگر بدانیم $x < 2$ و $(y+x)^2 - (y-x+4)^2 > 0$ است، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $y > 2$
 (۲) $y < 2$
 (۳) $y < -2$
 (۴) $y > -2$

ریاضی نهم ، معادله ی خط - ۱ سوال -

۵۲- چه تعداد از خطوط زیر، هیچ نقطه‌ای با عرض گویا ندارند؟

- (الف) $y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$
 (ب) $y = 2x - 3\sqrt{3}$
 (ج) $y = \pi^2 x - \frac{1}{\pi}$
 (د) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \sqrt{2}$
 (هـ) $y = \sqrt[3]{5}x - 1$
- (۱) ۴
 (۲) ۲
 (۳) صفر
 (۴) ۱

ریاضی نهم ، شیب خط و عرض از مبدا - ۴ سوال

۴۳- شیب خط $5(2x - y) + 3(2x - y + 1) - 12 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۲
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۱- شیب و عرض از مبدا خط به معادله $9x - 3y = 4$ ، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ (کلاه به گذشته)

- (۱) $\frac{4}{3}$ و ۳
 (۲) ۴ و ۹
 (۳) ۹ و -۴
 (۴) ۳ و $-\frac{4}{3}$

۴۷- خطی که از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد و شیب آن -۱ است. محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -۱
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) -۲

۵۰- شیب خط $\frac{y+5}{4} = \frac{2x-3}{5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$
 (۲) $\frac{5}{8}$
 (۳) $\frac{8}{5}$
 (۴) $-\frac{37}{5}$

ریاضی نهم ، دستگاه معادله های خطی - ۶ سوال -

۴۸- اگر $3^{2x+y-4} = 3^{3x-y-1}$ باشد و x و y اعداد طبیعی باشند، حاصل $x+y$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۹- اختلاف دو عدد ۸ و مجموع آن‌ها ۳۰ است. حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

- ۲۰۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۰۹ (۳) ۲۲۵ (۴)

۴۲- فاصله نقطه حاصل از برخورد دو خط به معادله‌های $2y+3x=5$ و $y=-\frac{x}{5}+2$ از مبدأ مختصات کدام است؟ (گله به گزشته)

- $\frac{25}{13}$ (۱) $\frac{\sqrt{700}}{13}$ (۲) $\frac{5\sqrt{26}}{13}$ (۳) $\sqrt{\frac{650}{13}}$ (۴)

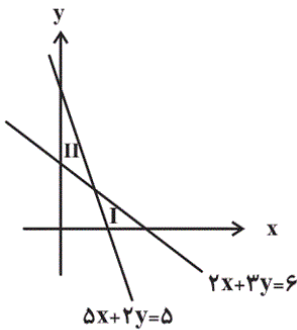
۴۴- از حل دستگاه معادلات
$$\begin{cases} \frac{3x-4y}{xy} = -8 \\ \frac{2x+7y}{xy} = 43 \end{cases}$$
 مقدار x کدام است؟

- ۰/۲ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۸ (۴)

۴۵- اگر x و y بدست آمده از حل دستگاه معادلاتی
$$\begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{6}{y} = 5 \\ \frac{14}{x} + \frac{9}{y} = 11 \end{cases}$$
 به ترتیب عرض از مبدأ و شیب یک خط باشند، این خط از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴)

۴۶- با توجه به شکل زیر، نسبت مساحت ناحیه I به مساحت ناحیه II کدام است؟



- ۲ (۱) ۴ (۲) $\frac{80}{3}$ (۳) $\frac{45}{11}$ (۴)

۵۳- گزینه «۴» (سهیل مسن فان پور)

$$a + b = 3c \Rightarrow \frac{(3c + c)^2 - (3c)^2}{c^2 + c(a + b)} = \frac{16c^2 - 9c^2}{c^2 + 3c^2} = \frac{7c^2}{4c^2} = \frac{7}{4}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

۵۴- گزینه «۴» (سهیل مسن فان پور)

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{1000}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{1000}\right)^2 &= 1 + \frac{1}{1000000} + 2 \times 1 \times \frac{1}{1000} \\ + 1 + \frac{1}{1000000} - 2 \times 1 \times \frac{1}{1000} &= 2/0000002 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

۵۵- گزینه «۱» (سهیل مسن فان پور)

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{11} + \sqrt{14})^2 = 11 + 14 + 2 \times \sqrt{11} \times \sqrt{14} = 25 + 2\sqrt{154} \\ B^2 &= (2\sqrt{3} + \sqrt{13})^2 = 12 + 13 + 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{13} \\ &= 25 + 4 \times \sqrt{39} = 25 + 2\sqrt{4 \times 39} \Rightarrow B^2 = 25 + 2\sqrt{156} \\ \Rightarrow \begin{cases} A^2 = 25 + 2\sqrt{154} \Rightarrow A = \sqrt{25 + 2\sqrt{154}} \\ B^2 = 25 + 2\sqrt{156} \Rightarrow B = \sqrt{25 + 2\sqrt{156}} \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین عدد $\sqrt{25 + 2\sqrt{155}}$ بین دو عدد A و B قرار دارد.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}(x-y)^3 &= (x-y) \times (x-y) = (x^2 + y^2 - 2xy) \times (x-y) \\ &= (x^2 + xy^2 - 2x^2y) - (x^2y + y^3 - 2xy^2) \\ &= x^3 - y^3 + 3xy^2 - 3x^2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+y)^3 &= (x+y) \times (x+y) = (x^2 + y^2 + 2xy) \times (x+y) \\ &= (x^2 + xy^2 + 2x^2y) + (x^2y + y^3 + 2xy^2) \\ &= x^3 + y^3 + 3xy^2 + 3x^2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{(x-y)^3 - (x+y)^3}{(x-y)^3 + (x+y)^3} &= \frac{(x^3 - y^3 + 3xy^2 - 3x^2y) - (x^3 + y^3 + 3xy^2 + 3x^2y)}{(x^3 - y^3 + 3xy^2 - 3x^2y) + (x^3 + y^3 + 3xy^2 + 3x^2y)} \\ &= \frac{-2y^3 - 6x^2y}{2x^3 + 6xy^2} = \frac{-2y(y^2 + 3x^2)}{2x(x^2 + 3y^2)} = \frac{y}{x} \times \frac{-(y^2 + 3x^2)}{(x^2 + 3y^2)}\end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سهیل مسن‌فان‌پور)

۵۹- گزینه ۳»

$$\begin{aligned}4a \times \frac{a}{4} - 4a \times \frac{b}{5} + \frac{b}{5} \times 4a + \frac{b}{5} \times 5b \\ = a^2 - \frac{4}{5}ab + \frac{4}{5}ab + b^2 = a^2 + b^2\end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x = \sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{\dots}}}} \Rightarrow x = \sqrt{3 + 2x}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \quad (I)$$

تجزیه

$$\longrightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

مشخص است که حاصل عبارت، منفی نیست. پس $x = 3$ است.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

دو طرف رابطه‌ی اول را به توان دو می‌رسانیم:

$$(a - b - c)^2 = 12^2 \Rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{48} - 2ab - 2ac + 2bc = 144$$

$$\Rightarrow 2(bc - ab - ac) = 144 - 48 = 96 \Rightarrow bc - ab - ac = 48$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$x^5 - x^4y + x - y < 0 \Rightarrow x^4(x - y) + (x - y) < 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x^4 + 1) < 0$$

با توجه به این که $x^4 + 1$ همواره بزرگ‌تر از صفر است، خواهیم داشت:

$$x - y < 0 \Rightarrow x < y$$

پس گزینه‌ی «۱» صحیح است.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$(y+x+(y-x+4))(y+x-(y-x+4)) > 0$$

$$\begin{aligned} & (2y+4)(2x-4) > 0 \\ \Rightarrow & \left. \begin{aligned} x < 2 \Rightarrow x-2 < 0 \xrightarrow{\times 2} 2x-4 < 0 \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow & 2y+4 < 0 \Rightarrow y < -2 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سهیل مسن‌فان‌پور)

بررسی عبارات:

$$\text{الف) } x = \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow y = \sqrt{3} \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{2}$$

$$= 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 \quad \text{گویا است.}$$

$$\text{ب) } x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow y = 2 \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \right) - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \quad \text{گویا است.}$$

$$\text{ج) } x = \frac{1}{\pi^3} \Rightarrow y = \frac{\pi^2}{\pi^3} - \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi} = 0 \quad \text{گویا است.}$$

$$\text{د) } x = \sqrt{6} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \quad \text{گویا است.}$$

$$\text{ه) } x = \sqrt[3]{25} \Rightarrow y = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{5} - 1 = \sqrt[3]{125} - 1 = 5 - 1 = 4 \quad \text{گویا است.}$$

همه خطوط فوق، نقاطی با عرض گویا دارند.

(فص و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

معادله خط را به حالت $y = ax + b$ در می‌آوریم:

$$10x - 5y + 6x - 3y + 3 - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 16x - 8y - 9 = 0 \Rightarrow 8y = 16x - 9$$

$$\Rightarrow y = \frac{16}{8}x - \frac{9}{8} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{16}{8} = 2$$

(فقط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲✓

۱

(نگاه به گذشته: سعید جعفری کافی‌آباد)

اگر معادله خط را به شکل $y = ax + b$ بازنویسی کنیم، a شیب و b عرض از مبدأ خواهد بود.

$$9x - 3y = 4 \Rightarrow 3y = 9x - 4 \Rightarrow y = \frac{9x - 4}{3}$$

$$\Rightarrow y = 3x - \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} \text{شیب: } a = 3 \\ \text{عرض از مبدأ: } b = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

(فقط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۴✓

۳

۲

۱

(محمد بمیرایی)

معادله خط را به صورت $y = ax + b$ در نظر می‌گیریم که a شیب خط است؛ پس:

$$y = -x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}} -2 = -3 + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = -x + 1 \xrightarrow[\text{محل برخورد با محور } x \text{ ها}]{y=0} 0 = -x + 1 \Rightarrow x = 1$$

(فقط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

$$\frac{y+5}{4} = \frac{2x-3}{5}$$

$$5y+25 = 8x-12 \Rightarrow 5y = 8x-37$$

$$\Rightarrow y = \frac{8}{5}x - \frac{37}{5}$$

$$\Rightarrow \text{شیب} = \frac{8}{5}$$

(قط و معادله‌های قطی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ممد بمیرایی)

۴۸ - گزینه «۱»

در معادله $3^{2x+y-4} = 2^{3x-y-1}$ ، توان‌هایی از ۲ و ۳ با یکدیگر برابر شده‌اند. تنها حالت ممکن برای این معادله، حالتی است که $2^0 = 3^0 = 1$ باشد. پس:

$$\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ 3x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow 5x-5=0 \Rightarrow x=1$$

$$\Rightarrow 2+y-4=0 \Rightarrow y=2$$

$$\Rightarrow x+y=1+2=3$$

(قط و معادله‌های قطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

۴۹ - گزینه «۳»

$$\begin{cases} \text{اختلاف} \rightarrow x-y=8 \\ \text{مجموع} \rightarrow x+y=30 \end{cases}$$

$$2x = 38 \Rightarrow x = 19$$

$$x = 19$$

$$x-y=8 \Rightarrow 19-y=8 \Rightarrow y=11$$

$$xy = 19 \times 11 = 209$$

(قط و معادله‌های قطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

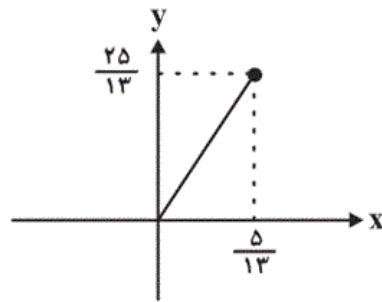
۳ ✓

۲

۱

$$(-3) \times \begin{cases} 2y + 3x = 5 \\ 5y + x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + 3x = 5 \\ -15y - 3x = -30 \end{cases}$$

$$-13y = -25 \Rightarrow y = \frac{25}{13}$$



$$5y + x = 10 \Rightarrow x = 10 - \frac{125}{13} = \frac{130 - 125}{13} = \frac{5}{13}$$

طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$\text{فاصله} = \sqrt{\left(\frac{25}{13}\right)^2 + \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{650}}{13} = \frac{5\sqrt{26}}{13}$$

(فقط و معادله‌های قطبی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\text{معادله اول: } \frac{3x - 4y}{xy} = -8 \Rightarrow \frac{3x}{xy} - \frac{4y}{xy} = -8 \Rightarrow \frac{3}{y} - \frac{4}{x} = -8$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{1}{y}\right) - 4\left(\frac{1}{x}\right) = -8$$

$$\text{معادله دوم: } \frac{2x + 7y}{xy} = 43 \Rightarrow \frac{2x}{xy} + \frac{7y}{xy} = 43 \Rightarrow \frac{2}{y} + \frac{7}{x} = 43$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{1}{y}\right) + 7\left(\frac{1}{x}\right) = 43$$

اگر $\frac{1}{x} = A$ و $\frac{1}{y} = B$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3B - 4A = -8 \\ 2B + 7A = 43 \end{cases}$$

از حل این دستگاه مقادیر زیر برای A و B حاصل می‌شوند:

$$A = 5 \Rightarrow \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$B = 4 \Rightarrow \frac{1}{y} = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4} = 0.25$$

(فقط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\times(-2) \begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{6}{y} = 5 \\ \frac{14}{x} + \frac{9}{y} = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-14}{x} - \frac{12}{y} = -10 \\ \frac{14}{x} + \frac{9}{y} = 11 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{9}{y} - \frac{12}{y} = 1 \rightarrow \frac{-3}{y} = 1 \rightarrow y = -3 \rightarrow x = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{شیب خط: } y = -3 \\ \text{عرض از مبدأ: } x = 1 \end{array} \right\} \rightarrow y = -3x + 1$$

با جایگذاری گزینه‌ها، در می‌یابیم فقط مختصات نقطه آمده در گزینه «۴» در معادله خط صدق می‌کند.

(فقط و معادله‌های قطعی، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا محل برخورد دو خط مورد نظر را می یابیم.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 & \times(-2) \\ 5x + 2y = 5 & \times 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 6y = -12 \\ 15x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 11x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{11}$$

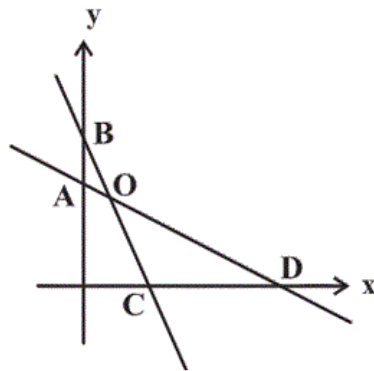
$$\Rightarrow \frac{6}{11} + 3y = 6 \rightarrow 3y = \frac{60}{11} \rightarrow y = \frac{60}{33} \rightarrow y = \frac{20}{11} \rightarrow O = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} \\ \frac{20}{11} \end{bmatrix}$$

$$S_I = \frac{1}{2}(x_D - x_C) \times y_O$$

$$x_D : y_D = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \rightarrow x_D = 3$$

$$x_C : y_C = 0 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow x = 1 \rightarrow x_C = 1$$

$$\rightarrow S_I = \frac{1}{2}(3 - 1) \times \frac{20}{11} = \frac{20}{11}$$



$$S_{II} = \frac{1}{2}(y_B - y_A) \times x_O$$

$$y_A : x_A = 0 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y_A = 2$$

$$y_B : x_B = 0 \rightarrow 2y = 5 \rightarrow y_B = 2.5$$

$$\rightarrow S_{II} = \frac{1}{2}(2.5 - 2) \times \frac{3}{11} = \frac{3}{44}$$

$$\frac{S_I}{S_{II}} = \frac{\frac{20}{11}}{\frac{3}{44}} = \frac{20}{11} \times \frac{44}{3} = \frac{80}{3}$$

(خط و معادله های خطی، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۱۲)